FOR THE PEOPLE
FOR EDVCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ NATIONALE

DES SCIENCES NATURELLES & MATHÉMATIQUES

DE CHERBOURG

La Société nationale des Sciences naturelles de Cherbourg, fondée le 30 Décembre 1851, a été reconnue comme Établissement d'utilité publique par Décret en date du 26 Août 1865, et par Décret du 10 Juillet 1878, elle a été autorisée à prendre le nom de Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques.

5.05(44.21)
61

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ NATIONALE
DES SCIENCES NATURELLES
ET MATHÉMATIQUES
DE CHERBOURG

PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION DE

M. L. CORBIÈRE,

SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE LA SOCIÉTÉ.

TOME XXXIV

(QUATRIÈME SÉRIE, — TOME IV)

PARIS,

J.-B. BAILLIÈRE ET FILS, LIBRAIRES, RUE HAUTEFEUILLE, 19.

CHERBOURG,

IMPRIMERIE ÉMILE LE MAOUT.

1904

00. 8834. Ap29.

LA MATIÈRE
L'ÉTHER
ET LES FORCES PHYSIQUES

PAR

Mr Lucien MOTTEZ,

Capitaine de Frégate.

PRÉFACE.

Le passage suivant de Hirn que j'emprunte à son remarquable ouvrage « Constitution de l'Espace céleste » est la meilleure préface qui puisse être écrite pour mon travail.

« Que se passe-t-il dans le projectile qui, sous l'action » de la gravité, perd peu à peu son mouvement? Que se » passe-t-il dans la masse que nous soulevons lentement à » une certaine hauteur en dépensant continuellement du tra- » vail mécanique? Que se passe-t-il dans une Planète, par » exemple, quand son mouvement s'accélère ou se ralentit » alternativement sur l'ellipse qu'elle décrit? Et dans tous » ces phénomènes, que se passe-t-il dans le milieu dynami- » que qui les détermine? Jusqu'ici on n'a rien observé qui, » de loin même, ressemble à ce qui se passe quant à l'ar- » mature de l'aimant dont j'ai cité l'exemple; jusqu'ici nous

» sommes dans l'ignorance la plus complète de ce qui a lieu. » Une grande découverte reste à faire ; l'existence d'un » phénomène tout à fait spécial mais inconnu encore, ne » peut être un instant douteuse. Mais quelle qu'elle soit » dans ses résultats imprévus, le caractère mystérieux que » présente jusqu'ici le phénomène, différencie profondément entre elles les attractions électriques ou magnétiques, et l'attraction newtonienne ».

Le « phénomène tout à fait spécial, mais inconnu encore », dont l'existence « ne peut être un instant douteuse », est celui de l'emmagasinement de l'énergie dans une masse que l'on lance.

Il existe une différence entre l'état physique d'un corps au repos, et celui d'un corps en mouvement. Cette différence ne nous est révélée par aucun de nos instruments de mesure, aussi le phénomène nous a-t-il échappé jusqu'à présent. J'explique le mécanisme de la mise en mouvement d'un corps, et en comblant cette lacune dans le domaine de la Physique, je crois apporter ma modeste pierre à l'édifice de la Science.

Lucien MOTTEZ.

Octobre 1903.

INTRODUCTION.

I.

L'ouvrage que je présente au lecteur pourrait s'appeler « Essai de philosophie naturelle ». C'est une étude dans laquelle j'ai voulu établir une théorie générale des forces physiques qui permette de comprendre les phénomènes non encore expliqués, et puisse indiquer la route qui conduira dans l'avenir à de nouvelles découvertes.

Dès que l'homme chercha la cause des phénomènes qu'il voyait se produire, il les sépara par catégories, réunissant pour les étudier ensemble et comparativement ceux dont les analogies sont les plus apparentes ; et l'on distingua l'astronomie de la physique, de la chimie, de la géologie, etc.

En augmentant le champ de ses recherches, l'homme dut bientôt scinder les diverses branches de la science, car il reconnaissait l'impossibilité d'étudier à fond même une seule de ces catégories de phénomènes. Chacun envisageait ainsi le jeu des forces de la nature dans un cercle d'idées limité, et bien qu'il dût en résulter une connaissance plus approfondie des détails de certains phénomènes, ces procédés d'étude ne pouvaient faciliter l'éclosion d'une théorie générale des forces de la nature.

Cette découverte sera probablement l'œuvre de quelqu'un qui ne se spécialisera pas dans l'une des branches de la science ; mais en attendant qu'elle soit présentée par un homme pouvant lui donner l'étendue qu'elle comporte, je vais développer les hypothèses sur le jeu des forces physiques auxquelles m'ont amené mes réflexions.

Après avoir comparé les principaux phénomènes étu-

diés, les expériences faites, les lois établies, je me suis demandé ce dont cet ensemble révélait l'existence. Cette étude m'a conduit à faire une hypothèse avec laquelle l'explication des phénomènes physiques est devenue possible.

La balance et le microscope sont inutiles pour pénétrer dans ce domaine de la science. Nous ne pouvons espérer distinguer un jour les atomes des corps, et encore moins voir l'éléctricité passer d'un atome sur un autre. Nous serons toujours réduits à faire des hypothèses sur ce qui se passe entre les atomes formant une molécule ; mais lorsqu'une hypothèse donnera sur le jeu des forces de la nature une vue d'ensemble que nous n'avons pas encore, et permettra d'expliquer d'une façon plausible tous les phénomènes dont le mécanisme a échappé jusqu'ici à nos investigations, nous serons fondés à admettre que cette hypothèse est vraisemblable. Quand la science aura progressé sans l'infirmer, on la considérera comme probable, et ne faudra-t-il pas alors l'admettre comme on admet aujourd'hui le principe de l'inertie et celui de la conservation de l'énergie ?

C'est une pareille hypothèse que j'ai recherchée.

Je n'apporte aucune nouvelle expérience de laboratoire comme contribution aux recherches scientifiques ; je n'ai modifié aucune loi mathématique ; mais prenant les résultats des expériences faites sur les forces physiques, je me suis efforcé d'en tirer des conclusions qui permettent à l'esprit de concevoir le jeu de ces forces autrement qu'on ne l'a fait jusqu'à présent.

Quelle que soit la façon dont l'esprit conçoive la nature de l'électricité, quelles que soient les modifications qui puissent être apportées à la théorie des vibrations, les lois mathématiques établies sur les phénomènes électriques, la thermodynamique, etc., ne seront nullement modifiées ; cependant il n'est pas sans intérêt pour les progrès de la

science que l'on sache expliquer les phénomènes qui se passent sous nos yeux.

Quand Fresnel a proposé de substituer la théorie des ondulations de l'éther à celle de l'émission pour l'explication des phénomènes lumineux, il ne modifiait pas les lois de la réfraction, mais il en donnait une théorie différente, et il a fait faire un progrès à la science.

C'est dans cet ordre d'idées que je présente comme un progrès la théorie des forces physiques qui fait le sujet de cet ouvrage.

Autrefois, lorsque la science a reconnu l'existence dans l'univers d'une force qu'elle avait ignorée jusqu'alors, l'électricité, les propriétés qu'on lui découvrait ont fait admettre que les deux électricités étaient deux fluides. Cette hypothèse n'a pas permis d'expliquer tous les phénomènes que l'on faisait naître dans les laboratoires, et la théorie des vibrations est venue remplacer celle des fluides.

Cette théorie des vibrations doit être abandonnée à son tour. Le mot « vibration » est impropre pour désigner l'électricité.

L'industriel s'habitue à ne pas songer à la nature de l'électricité que l'on fait entrer comme quantité abstraite dans les calculs, aussi l'expression de « vibration » lui paraît-elle suffisante pour désigner quelque chose d'immatériel et que nous ne verrons jamais ; mais le chercheur ne s'en contente pas.

En m'efforçant de préciser ce que la science laisse dans le vague, j'aborde un problème pour la résolution duquel la langue française est difficile à manier. En effet, les objets matériels seuls impressionnent nos sens, aussi pour décrire quelque chose faut-il chercher des comparaisons parmi les objets matériels ; mais ces comparaisons indispensables peuvent cependant être une cause d'erreur. La com-

paraison est faite pour guider l'esprit; elle doit amener le lecteur à concevoir quelque chose de la même manière que le fait l'auteur, lorsque la nature abstraite du sujet ne permet pas à ce dernier de donner des définitions précises; ou bien quand les mots manquent pour décrire les images que chacun doit créer dans son cerveau. Lorsque le lecteur, trompé par les notions classiques précédemment acquises sur le sujet, comprend mal la comparaison, les images qu'il se crée sont inexactes, et toute la théorie devient incompréhensible.

Dans l'étude des forces physiques et des phénomènes moléculaires, l'esprit se reporte inconsciemment aux théories classiques qui ont été enseignées sur l'éther, la matière, les forces, etc. : il faut éviter cet écueil. Voulant édifier une théorie nouvelle, j'invite le lecteur à s'efforcer d'oublier ce qui lui a été enseigné sur les vibrations de l'éther, et je lui demande toute son indulgence si les définitions que je donne, ou les comparaisons que je fais, ne lui semblent pas au premier abord très précises.

II.

L'hypothèse à trouver sur le jeu des forces de la nature, hypothèse qui ne sera pas infirmée par les progrès de la science, mais à laquelle chaque découverte donnera plus de probabilité, doit nous donner une vue d'ensemble sur toutes les forces physiques et les phénomènes de la nature.

La difficulté d'exprimer ce que je concevais sur le jeu des forces physiques m'a conduit à chercher un procédé pour guider l'esprit. Pour donner une idée du jeu d'une force dans la matière et l'éther, j'ai admis l'hypothèse que cette force a pu ne pas exister dans l'univers, et y apparaître un jour : le mécanisme hypothétique de l'apparition de cette

force dans l'espace en fait comprendre le jeu, les propriétés, et tout ce que le langage scientifique actuel permettrait difficilement d'exprimer autrement.

Cette voie m'a conduit à l'hypothèse que l'univers, tel que la cosmogonie de Laplace nous le dépeint à l'origine des mondes (masses gazeuses incandescentes d'où sortiront les astres par la condensation de la matière), était peut-être un univers déjà bien vieux.

L'esprit peut admettre que cet univers avait auparavant subi beaucoup d'évolutions, et qu'à des époques antérieures, il a pu n'y avoir dans l'espace ni chaleur, ni lumière, ni électricité, ni même de gravitation ; et, antérieurement encore, ni matière, ni éther. C'était le Néant.

Il serait difficile d'expliquer la cause qui a transformé le Néant. La volonté du Créateur a déterminé les évolutions successives de l'univers, et j'ignore pourquoi Dieu a créé le monde ; mais puisqu'Il l'a créé, j'étudie le côté physique du mécanisme de l'apparition des forces physiques dans l'Espace.

Cet ouvrage n'a d'ailleurs pas pour but de prouver au lecteur que les faits se sont passés comme je l'indique. Je n'adopte l'hypothèse de l'apparition de la matière, de l'éther et des forces, sortant successivement du Néant, que comme un procédé commode pour guider l'esprit, et lui permettre de rompre avec les théories classiques qui conduisent à des impasses pour l'explication des phénomènes physiques.

Je développerai donc cette hypothèse nouvelle sur la genèse de l'univers, en invitant le lecteur à concevoir les forces physiques comme si elles avaient apparu dans l'Espace dans les conditions que j'indique. La discussion sur l'authenticité probable ou possible de cette origine serait du domaine de la métaphysique que je n'aborde pas.

III.

Le sujet que je traite est donc abstrait; et d'ailleurs les notions préliminaires d'un cours de physique sont toujours abstraites. Avant de commencer chacune des parties de son cours, un professeur de physique attire l'attention de ses élèves sur la manière dont ils doivent se représenter les forces de la nature : parlant de l'électricité, il rappelle qu'on l'a comparée autrefois à un fluide, et il donne les raisons qui ont fait abandonner cette comparaison. Il invite généralement ses élèves à ne pas matérialiser l'électricité. Avant d'étudier la lumière, le professeur cite les théories de Newton et de Fresnel, parle de l'éther, et indique la façon dont les auditeurs doivent comprendre son rôle dans les phénomènes physiques. Personne ne reproche alors au professeur de faire des hypothèses ou des théories sans intérêt; il est en effet nécessaire que l'esprit conçoive d'une façon exacte la nature des forces physiques, et la manière dont elles se jouent, pour comprendre les phénomènes qui se passent, et tirer des expériences les conclusions qui doivent en découler. Cependant, malgré les efforts que l'on a faits pour concevoir le jeu de certaines forces, on n'a trouvé jusqu'ici aucune théorie générale rendant compte de tous les phénomènes, et permettant de comprendre les transformations d'énergie.

Cherchant cette théorie, j'ai dû abandonner beaucoup de principes généralement admis, et que quelques personnes considéreraient volontiers comme des axiomes. J'appelle donc l'attention du lecteur sur la difficulté qu'il aura peut-être à empêcher sa pensée de revenir constamment à ces pseudo-axiomes, car je l'ai éprouvée moi-même. Il faut cependant les bannir complétement de son esprit pour entreprendre une étude raisonnée de la physique.

Lorsqu'un phénomène se passe sous nos yeux, l'explication nous en paraît d'autant plus simple que nous sommes plus habitués à le voir se produire, et, s'il a lieu tous les jours, nous n'y faisons même plus attention. Je prends un exemple. La vapeur agit dans le cylindre d'une machine, et, par l'intermédiaire du piston et de ses tiges, produit un travail, soit l'élévation d'un corps. Il paraît évident à tout le monde que la vapeur, en vertu de sa pression, pousse le piston ; et, puisqu'il est relié d'une façon rigide par l'intermédiaire des transmissions à l'objet à soulever, que celui-ci soit déplacé verticalement. Cependant, si nous étudions les détails du phénomène, nous remarquons que la vapeur, en opérant ce travail, perd une certaine quantité de chaleur. Nous supposons bien que la vapeur pousse le piston, mais nous ne voyons pas comment elle le pousse : il se passe donc entre les molécules de vapeur et celles du piston un phénomène qui fait perdre à la vapeur une partie de sa chaleur, et qui fait mouvoir le piston. Dans une tranche du cylindre, d'épaisseur infinitésimale, contre la face du piston s'opère une transformation d'énergie calorique en énergie de mouvement; le mécanisme de cette transformation nous échappe.

La tige du piston se déformerait si le métal qui la compose était un métal mou, et l'objet ne serait pas déplacé ; mais elle est rigide, aussi se meut-elle sans déformation. Il se passe donc dans la tige du piston des phénomènes moléculaires différents de ceux qui se manifesteraient si celle-ci était en métal mou. La quantité de chaleur perdue par la vapeur est la cause de ces phénomènes, mais elle n'échauffe pas les tiges; elle s'est transformée en énergie de mouvement qui se transmet de molécule à molécule jusqu'à l'objet à déplacer. Celui-ci peut à son tour, en revenant à sa position première, produire une quantité

de travail correspondante à la quantité de chaleur perdue par la vapeur. Quel phénomène s'est-il produit? Pourquoi l'objet déplacé est-il devenu capable d'effectuer un travail? C'est ce que nous allons étudier.

IV.

Le plan de cet ouvrage est le suivant :

Dans la première partie, j'expose les différentes hypothèses que je fais sur le jeu des forces physiques ; je développe les considérations qui m'ont amené à les admettre, et je guide l'esprit du lecteur pour qu'il conçoive ce que des comparaisons ne représenteront jamais qu'imparfaitement. Les trois premiers chapitres sont consacrés à combattre les notions fausses que les théories classiques ont pu laisser dans l'esprit sur la matière, l'éther, les forces et le mouvement. Dans les chapitres suivants, je développe la genèse hypothétique des forces de la nature, pour préciser la façon dont ces forces doivent être conçues.

Les hypothèses sont alors établies; mais pour en faire comprendre la portée, j'expose dans la seconde partie l'application de ces hypothèses à l'explication d'un certain nombre de phénomènes physiques et chimiques.

PREMIÈRE PARTIE.

CHAPITRE I.

LA MATIÈRE ET L'ÉTHER.

1. Manière dont on doit se représenter les atomes et l'éther. — 2. Propriétés des atomes et de l'éther. — 3. Leurs essences analogues. — 4. Le Néant.

1. — Les forces physiques se jouent dans l'Univers grâce à la présence de la matière et de l'éther. Nous ne concevons aucun phénomène physique sans l'existence d'un corps, et nous ne nous représentons aucun corps qui ne soit un composé de matière et d'éther ; aussi devons-nous acquérir la notion de l'essence de la matière avant de comprendre le jeu des forces physiques. Nous commencerons donc par l'étude de la matière et de l'éther.

Notre esprit ne se représente, dans le monde physique, que des choses concrètes. Pour comprendre les propriétés de la matière et de l'éther, nous serons obligés de comparer des choses abstraites à des choses concrètes, malgré les inconvénients que de pareilles comparaisons peuvent avoir ; mais nous en userons avec modération, pour éviter le plus possible de faire naître dans notre esprit des conceptions autres que celles qui doivent s'y former.

Nous ne savons pas ce qu'est la matière, mais tout ce qui nous entoure nous invite à croire qu'il existe quelque chose, et nous avons appelé *matière* ce quelque chose.

L'atome est un petit volume de matière ; on l'a même quelquefois défini comme la *dernière partie indivisible de la matière*. Par cette expression, il ne faut pas enten-

dre que le volume de l'atome est infiniment petit, mais *indivisible par des moyens mécaniques*. Quelque petites que soient les dimensions d'un atome, notre esprit peut concevoir des dimensions moindres.

L'atome est très petit mais a une grandeur finie ; il est donc séparé du reste de l'univers par sa surface, et la partie de l'Espace comprise en dedans de cette surface est ce que nous appelons de la *matière*. L'atome est un petit volume de matière.

Dans les différents corps, les atomes sont souvent très près les uns des autres, mais ils sont quelquefois aussi à des distances très grandes relativement à leurs dimensions. La matière pure ne comble donc pas tout l'Espace.

On a dit autrefois que le monde était formé par de la matière répandue dans le vide ; mais ensuite le mot *vide* a paru impropre pour désigner ce qui existe dans l'univers entre les atomes, et on l'a appelé *éther*. Nous disons donc qne les atomes sont entourés d'éther.

Dans son ouvrage, déjà cité dans la préface et auquel nous empruntons notre épigraphe, la « Constitution de l'Espace céleste », Hirn parle de l'éther et s'exprime ainsi :

« Nous disons que le milieu qui établit entre les astres » les diverses relations qui les rendent, en quelque sorte, » solidaires, qui les révèlent les uns aux autres, n'est pas » de la Matière.

» L'épithète d'immatériel qu'on donnerait à ce milieu » serait cependant mal choisie, en raison du sens vague et » presque arbitraire qui s'attache à ce mot dans le langage » ordinaire. Pour la plupart des personnes, en effet, ce qua- » lificatif enlève, pour ainsi dire, aux êtres auxquels on » l'applique la réalité de l'existence. On ne l'emploie, en » général, que quand on parle de l'essence des êtres animés » et doués d'intelligence. Nous disons, par exemple, que

» notre âme est immatérielle ; mais alors, pour la conce-
» voir, nous nous hâtons de lui prêter une forme, de la
» faire, sinon tangible, du moins visible. Le titre d'imma-
» tériel donné à l'un des éléments du monde physique appa-
» raît presque comme une hérésie, même à une bonne par-
» tie du monde lettré et érudit.

» Encore bien moins pourrions-nous, sans de graves
» inconvénients, laisser à cet élément, partout répandu,
» l'ancienne dénomination d'éther. On a tant usé et abusé
» de ce mot qu'aujourd'hui il n'a plus de sens arrêté pour
» qui que ce soit. Les physiciens, qui ont recouru et qui
» recourent encore à l'existence de l'éther pour expliquer
» les phénomènes de radiations lumineuses et calorifiques,
» sont tous, à peu près sans exception, tombés dans le
» même travers. On commence par dire que c'est un élé-
» ment distinct et de nature autre que la matière pondé-
» rable ; mais bientôt, pour les besoins de la mise en équa-
» tions des problèmes, on le dote de masse, d'atomes ; on
» y intercale une force pour donner l'élasticité. Il ne reste
» alors plus qu'une matière très diluée, très rare, qu'on
» dote et qu'on prive alternativement des qualités les plus
» antagonistes, sans se dire un seul instant que ces qua-
» lités sont forcément réunies. Quelque expressif, quelque
» élevé, quelque poétique même que soit le mot éther, on se
» voit forcé de le bannir définitivement de la langue scien-
» tifique si l'on ne veut s'exposer aux malentendus les plus
» regrettables ».

Hirn emploie l'expression *élément dynamique* pour remplacer le mot *éther* qu'il bannit de son langage. Le passage précédent nous indique suffisamment les fautes à éviter, et, puisque nous sommes prévenus, nous garderons le mot *éther* qui est court et commode. Si nous voulions ne pas user de toutes les expressions ayant été souvent

mal comprises, nous en supprimerions trop ; les mots *force* et *matière* pourraient subir le sort du mot *éther*.

Nous ne chercherons pas à définir ici l'état intime de l'éther, mais nous tâcherons de comprendre le rôle qu'il joue dans l'univers.

Dans certaines théories, il est fait mention des *particules d'éther ;* or le mot *particule* fait naître l'idée de petit morceau séparé du reste du corps que l'on envisage. Si l'éther était composé de particules, il y aurait autre chose entre ces particules ; cette autre chose serait un autre éther ; les particules d'éther auraient des propriétés spéciales, ce serait une nouvelle matière. Nous devons donc admettre que l'éther est un milieu homogène, sans solution aucune de continuité, à l'exception des volumes occupés par les atomes.

L'univers se compose essentiellement d'éther dans lequel est semée la matière.

L'on a pu comparer quelquefois l'atome à un grain de sable, l'éther à de la gélatine, mais il ne faut accepter cette comparaison que sous réserve : l'atome est un petit volume de matière pure ; le grain de sable, lui, est un volume petit par rapport à nous, mais très grand par rapport à un atome ; il est composé, non de matière pure, mais de matière et d'éther ; il est formé d'atomes groupés suivant certaines lois, séparés les uns des autres par de l'éther; enfin un grain de sable est un petit monde dans lequel peuvent se jouer les forces physiques, tandis que l'atome ne renferme que de la matière pure. La gélatine peut entourer les grains de sable comme l'éther entoure les atomes, mais elle aussi est un composé de matière et d'éther ; elle a de la masse tandis que l'éther n'en a pas ; elle possède des propriétés physiques différentes de celles du grain de sable, mais de même nature ; elle ne res-

semble pas plus à de l'éther que le grain de sable à un atome.

2. — On trouve dans différents ouvrages quelques notions sur les propriétés des atomes : la dureté en a été proclamée par beaucoup de philosophes, et l'élasticité par quelques-uns.

Un corps dur est un corps dont les atomes tendent à garder leurs positions relatives, même lorsqu'ils sont sollicités à s'écarter les uns des autres par un outil agissant sur eux avec pression ; cette dureté disparaît si l'on soumet le corps à certains agents liquéfiants ou dissolvants : la chaleur transforme un corps dur en corps mou, liquide ou gazeux.

Si nous n'avions jamais vu que des liquides et des gaz, nous n'aurions pas songé à la dureté pour en faire une propriété des atomes. La dureté est le résultat d'un jeu de forces physiques, et ne peut appartenir qu'à un groupement d'atomes ; rien ne doit donc nous faire supposer que les atomes soient durs. Il ne faut cependant pas en conclure qu'ils sont mous ; un corps est mou relativement à un corps dur ; la mollesse ne peut exister que dans un groupement d'atomes.

L'atome, en lui-même, n'est donc ni mou, ni dur ; autrement dit, les idées de dureté et de mollesse ne doivent pas entrer dans les efforts d'imagination que l'on fera pour se représenter l'état d'un atome, ou de la matière pure.

Un corps est dit élastique lorsque ses molécules, maintenues écartées de leur position primitive par une pression, tendent à y revenir dès que la pression disparaît. L'élasticité n'existe que dans des groupements d'atomes exerçant les uns sur les autres des actions de cohésion ; l'élasticité ne peut donc pas être attribuée à un atome formé de ma-

tière pure, et qui n'est pas composé de particules séparées, pouvant se rapprocher ou s'éloigner les unes des autres.

La matière n'est pas compressible : car si l'on pouvait réduire aux cinq sixièmes de son volume primitif, par exemple, un volume de matière, le reste disparaîtrait. Il faudrait admettre alors que la matière n'a pas une existence réelle, que chaque atome n'occupe pas un volume de l'espace à l'exclusion de toute autre matière ; ce serait nier l'existence de la matière.

Le mot *température* évoque l'idée de mesure, ou plutôt de comparaison entre des quantités de chaleur contenues dans des corps semblables. La chaleur semble être une des forces physiques qui s'emmagasinent dans les corps à l'état d'énergie latente : nous ne savons pas exactement ce qui se passe dans un corps chaud, mais différents phénomènes nous font croire que les atomes ont des mouvements oscillatoires de part et d'autre de leur position moyenne, et que ces mouvements s'amplifient avec l'élévation de la température du corps. La chaleur est le résultat d'un ensemble probablement très complexe de mouvements, d'actions et de réactions d'atomes les uns sur les autres ; aussi la chaleur ne peut-elle se comprendre que dans un groupement d'atomes. Un atome isolé dans l'espace, et mis en mouvement, se meut en ligne droite s'il n'est pas arrêté par les réactions des atomes voisins, et représente un atome en mouvement, mais ce n'est pas un atome chaud ; la chaleur n'est pas une propriété des atomes ; l'atome isolé n'a pas de température.

La lumière n'est que de la chaleur rayonnante à ondes courtes : un atome qui n'a pas de température ne peut pas émettre de lumière.

Nous ne savons pas si l'atome est transparent, opaque ou réfléchissant : les atomes forment avec l'éther des corps

transparents, des corps opaques et des corps réfléchissants, et nous ignorons quel est, dans chacun des cas, le rôle des atomes.

L'atome est pesant : c'est la seule propriété que nous lui trouvions ; il a un poids, ou plutôt une masse, quel que soit le mode de groupement d'atomes dont il fasse partie. Encore faut-il remarquer qu'il n'est pesant que parce qu'il est attiré par la terre. L'atome isolé dans l'espace ne serait pas pesant, mais le voisinage d'un autre atome nous révèle en lui une propriété qui provient de son état intime : il est soumis à la gravitation, et produit ce qui forme la gravitation, puisque l'atome attire aussi bien qu'il est attiré ; il a de la masse.

Nous sommes donc conduits à dire que l'atome est un petit volume de matière pure produisant ce qui est la cause de la gravitation, ou possédant de la masse, mais n'ayant ni dureté, ni mollesse, ni élasticité, ni transparence, ni opacité, ni couleur, ni température. Nous devons nous le représenter comme un volume d'une essence abstraite, et ne faire aucune comparaison avec les corps dits matériels.

Après avoir cherché les propriétés de la matière pure dans l'atome, nous cherchons celles de l'éther. Nous repassons par les mêmes raisonnements, et nous trouvons un résultat analogue, avec cette différence que l'éther n'a pas de masse, mais transmet la lumière. Nous ne lui donnons, pour les mêmes raisons, ni dureté, ni mollesse, ni élasticité, ni couleur, ni température. Nous devons donc nous représenter l'éther comme existant, mais étant d'une essence abstraite, et ne le comparer à aucun corps dit matériel.

3. — Nous ne connaissons ce qui nous entoure que par les impressions produites sur nos sens ; or, tout ce qui en

produit est un composé de matière et d'éther, aussi nous est-il impossible de séparer la matière de l'éther. En cherchant des comparaisons pour les représenter, nous sommes amenés à comparer chacun d'eux à un groupement spécial de l'ensemble des deux. Il faut donc abandonner franchement les comparaisons de l'atome et de l'éther avec des objets matériels, et puisque nous ne pouvons pas les représenter par quelque chose de concret, ne le faisons pas. La matière et l'éther existent, mais l'état de leur essence intime nous échappe ; la matière est semée dans l'éther en petits volumes qui forment les atomes ; nous ne les considérons actuellement que comme des volumes de substance abstraite, et nous allons chercher comment nous pourrons en tirer des forces d'essence abstraite, mais dont le jeu sera semblable au jeu des forces physiques de la nature.

Les forces et phénomènes physiques sont produits par des actions et réactions de la matière sur l'éther, et de l'éther sur la matière ; or, pour qu'une chose puisse produire une action sur une autre, il faut qu'elles aient entre elles quelque propriété commune. Pour que l'éther et la matière réagissent l'un sur l'autre, il faut que ces deux substances soient d'essences analogues.

Nous ne voulons pas ici discuter si l'éther est matériel ou immatériel ; nous avons vu que nous ne nous représentons rien qui ne soit composé à la fois de matière et d'éther. La matière et l'éther ont des propriétés différentes, et sont d'une essence abstraite pour notre imagination ; mais leurs substances sont analogues.

4. — Pour préciser de quelle façon abstraite on doit concevoir l'état de la matière et celui de l'éther, admettons que nous prenions un volume de chacun d'eux, et que, par la pensée, nous les mélangions aussi intimement que possible.

La matière est fondue dans l'éther, l'éther a disparu dans la matière, et le milieu ainsi formé est absolument homogène. Nous avons combiné deux substances auxquelles nous ne connaissons que deux propriétés, la masse et la transparence. Or la matière n'est pesante que dans le voisinage d'autre matière, parce qu'elle produit ce qui forme la gravitation ; dans sa fusion avec l'éther, elle a pu perdre cette propriété ; l'éther a pu perdre sa transparence ; nous avons donc un corps dont nous ne connaissons plus aucune propriété, mais de ce volume nous pourrons retirer ce que nous y avons introduit, la matière, l'éther, et leurs propriétés.

Un tel milieu n'est ni matériel, ni immatériel ; il nous représente l'absence de tout ce que notre imagination peut concevoir, et s'il nous faut un terme de comparaison, nous ne pouvons songer qu'au « Néant », ce milieu dont parle la Genèse, où rien n'existait, mais d'où est sorti l'Univers, c'est-à-dire la matière, l'éther, et leurs propriétés qui ont donné naissance à tous les phénomènes physiques.

CHAPITRE II.

LES FORCES.

5. De la notion des forces. — 6. Siège de l'action des forces. — 7. Loi du carré des distances. — 8. Ondes de forces.

5. — Une force est assez difficile à définir. Nous acquérons la notion d'une force par les efforts musculaires que nous sommes obligés d'effectuer pour obtenir tels et tels effets, et nous nous sommes habitués à nous représenter ce que produisent des forces égales ou des forces différentes.

Mais, dans notre esprit, nous avons toujours associé à l'idée de force la représentation d'un objet matériel qui se déplace ou se déforme : il faut une certaine force pour soulever un corps pesant; il faut une certaine force pour comprimer un ressort. La gravitation est une force, parce qu'en agissant sur les corps, elle les déplace s'ils ne sont pas appuyés, ou leur fait exercer une pression sur les points d'appui s'ils sont maintenus immobiles. Les effets que peut ainsi produire une force ne nous indiquent cependant pas ce qu'elle est, et comment elle agit.

Une force ne nous paraît pas avoir une existence propre ; on ne pourrait la matérialiser par la pensée : c'est la manifestation d'un phénomène, et non quelque chose de tangible.

6. — Lorsque l'on comprime un ressort, les molécules qui forment ce ressort sont obligées de se rapprocher ; elles se repoussent et tendent à reprendre leurs distances primitives. La force du ressort réside donc dans toutes les actions intermoléculaires; néanmoins les atomes qui ont été rapprochés les uns des autres ne sont point arrivés au contact. Ils étaient en équilibre les uns à côté des autres ; une seule chose a été modifiée, la grandeur de la couche d'éther qui les séparait. L'éther joue donc un rôle dans le phénomène.

Il n'est cependant pas possible de supposer que l'éther ait été comprimé dans le sens propre du mot : l'élasticité est une propriété des agglomérations d'atomes ; l'éther n'est pas élastique. La compression du ressort a produit le rapprochement des molécules, et l'éther, s'écoulant à mesure, n'exerce pas une poussée sur les atomes.

Les atomes se repoussent par l'intermédiaire de l'éther, c'est-à-dire qu'ils agissent sur l'éther, et produisent une

action qui tend à les déplacer dans des sens différents. Chacun d'eux agit sur l'éther comme si l'atome voisin n'existait pas, mais la présence de l'atome voisin amène un trouble dans l'état de l'éther, et ce trouble est la cause de la tendance à se déplacer qu'acquiert chaque atome. Nous sommes donc ramenés à l'étude des actions de la matière sur l'éther, et de l'éther sur la matière : ce sont ces actions que l'on appelle des *forces*.

Représentons-nous deux sphères métalliques non en contact dans ce qu'on appelle vulgairement le *vide*, c'est-à-dire dans de l'éther pur, l'une électrisée positivement, l'autre négativement : les deux sphères s'attirent. Bien que nous n'expliquions pas le phénomène, nous concevons que la couche d'éther qui se trouve entre les deux sphères subit une action différente de celle que peut subir une couche d'éther éloignée des sphères. Nous pouvons concevoir que si l'électrisation des sphères variait, l'action sur l'éther varierait; si l'électrisation devenait nulle, les sphères s'attireraient encore sous l'effet de la gravitation ; l'action produite sur l'éther serait différente, et sa valeur se modifierait si la masse des sphères changeait.

Nous sommes ainsi amenés à dire qu'il existe des actions de nature abstraite pour notre esprit, de la matière sur l'éther, et de l'éther sur la matière : il est impossible de les comparer à ce que nous observons dans le monde physique ; ce ne sont ni des tractions, ni des poussées, ni des pressions ; c'est à proprement parler une modification de l'état intime de l'éther, correspondant à un état spécial de la matière.

Le siège de leur action se trouve dans les atomes.

Les forces sont de différentes natures : gravitation, électricités, etc. Leur grandeur est également variable.

7. — Sous l'effet d'une force, la couche d'éther d'épaisseur infinitésimale qui entoure un atome subit un changement d'état ; cette couche d'éther agit à son tour sur sa voisine, qui transmet elle-même le changement d'état qu'elle subit.

De proche en proche, toutes les couches infinitésimales agissent les unes sur les autres, et la valeur de la modification dans chacune des couches est déterminée par celle de la couche précédente.

Ici, nous avons à choisir entre deux hypothèses : ou bien l'éther ne réagit nullement, et la modification de son état se propage de telle sorte qu'il reste homogène, la grandeur de la modification étant la même quel que soit le point de l'éther considéré ; ou bien l'éther offre une espèce de résistance qui le fait tendre à revenir à son état primitif dès que l'action de la force cesse ; et, en ce cas, la grandeur de la modification en un point de l'éther dépend de sa distance au centre de l'atome.

La première hypothèse ne nous conduit pas à l'explication des phénomènes de la nature, aussi adoptons-nous la seconde.

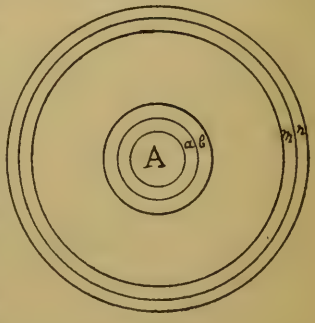


Fig. 1.

Soit *A* un atome sphérique (fig. 1). La force qui réside en lui amène un trouble dans l'éther, et l'état de la couche *a* se modifie. Il s'établit un équilibre entre l'action de l'atome et la réaction de l'éther. La couche *a* agit à son tour sur la couche *b* qui détermine elle-même la modification d'état de sa voisine, et ainsi de suite.

La grandeur de l'action totale exercée par une couche

m sur celle qui l'enveloppe ne peut pas être plus grande que l'action produite sur *a* par l'atome *A*, mais elle doit être égale.

Or, les volumes d'éther *a, b, m, n,* sont compris entre deux surfaces concentriques, et si nous les supposons d'épaisseur infinitésimale, nous voyons que ces volumes sont proportionnels aux surfaces sphériques enveloppantes, c'est-à-dire aux carrés des rayons.

L'énergie totale exercée par la force, constante dans chaque couche, agit sur des volumes d'éther variant comme les carrés des distances au centre de l'atome ; la grandeur de la modification produite sur chaque élément varie donc comme les inverses de ces carrés. Or, c'est le degré de la modification de l'état de l'éther qui détermine la manifestation de la force à une certaine distance de l'atome. La valeur de l'action d'une force est donc inversement proportionnelle au carré de la distance à son point d'émission. Si la force cesse d'agir dans l'atome, l'éther revient à son état primitif.

8. — Nous appelons *onde de force* un volume d'éther compris entre deux surfaces sphériques infiniment rapprochées, éther modifié par l'action d'une force.

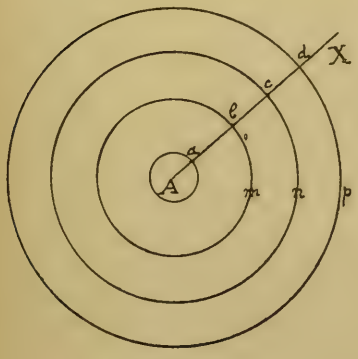


Fig. 2.

Soit *A* un atome sphérique (fig. 2), et soient *m, n, p,* différentes ondes de force qui entourent l'atome. Menons un rayon *AX* qui coupe la surface de l'atome et les ondes envisagées aux points *a, b, c, d.*

Chacune des ondes est formée par l'action que produisent les différents éléments de l'onde intérieure sur l'éther dont elle se compose. Ces actions sont centrifuges, et, en conséquence, s'exercent suivant les rayons.

C'est l'élément *a* qui produit la modification de l'éther dans la couche voisine, état qui se transmet de proche en proche jusqu'au point *b* de l'onde *m*. Or les rayons sont normaux aux ondes ; on peut donc, en parlant du phénomène, dire que l'onde se propage normalement à sa surface.

L'onde prend dans cette propagation une espèce d'individualité. Notre esprit doit se représenter les différents éléments de l'onde comme réunis les uns aux autres, et ne pouvant, sans cause, cesser d'agir dans une direction normale à la surface de l'onde.

Cet état spécial de l'éther nous est révélé par un phénomène particulier que nous étudierons au chapitre suivant, phénomène qui se produit lorsqu'une cause tend à obliger une onde à se propager dans une direction oblique à sa surface.

Nous avons appelé *onde de force* l'espace compris entre deux surfaces infiniment rapprochées, concentriques à un atome. On appelle d'une façon générale *onde* le volume d'éther modifié sous l'influence d'un phénomène, et compris entre deux surfaces parallèles : onde de lumière, onde de chaleur, par exemple.

Dans ce cas, l'épaisseur de l'onde n'est pas infinitésimale. Une onde de chaleur, de lumière, se meut comme une onde de force normalement à sa surface, et nous verrons que des phénomènes spéciaux accompagnent l'action d'une cause qui oblige momentanément une onde de lumière à se propager dans une direction oblique à sa surface.

Bien que nous usions du même mot *onde*, le lecteur ne doit point en conclure qu'une onde de gravitation et une

onde de lumière sont de même nature : la possibilité de se propager est la seule propriété commune qui nous permette de les désigner l'une et l'autre par la même expression.

CHAPITRE III.

LE MOUVEMENT.

9. Manière dont les phénomènes de mouvement se produisent. — 10. Différence entre le mouvement d'un corps dans un milieu élastique, et celui d'un atome dans l'éther. — 11. Mouvements simultanés d'un atome et de l'éther environnant. Comparaisons. — 12. Cause unique des mouvements simultanés de l'éther et de l'atome. — 13. Électricités. Movités. — 14. La déformation des ondes et la formation des movités. — 15. Mouvement uniforme, mouvement accéléré, mouvement retardé.

9. — Les phénomènes de mouvement d'un corps apparaissent le plus généralement comme étant dus, soit à une traction ou poussée, soit à l'action d'une force agissant à distance.

Lorsque le lien matériel existe entre le corps qui traîne et celui que l'on déplace, il semble qu'il serait enfantin de vouloir expliquer la cause du mouvement. Par contre, si le déplacement a lieu sous l'influence d'une force telle que la gravitation, le mécanisme de la mise en mouvement échappe à l'esprit.

La cause du mouvement est cependant la même dans les deux cas, car le lien matériel est composé d'atomes qui ne se touchent pas, bien qu'ils soient situés à des distances très petites les uns des autres. Il se passe donc, dans tous les phénomènes de mouvement, une action de molécule à

molécule par l'intermédiaire de l'éther ; et la grandeur de la couche d'éther seule, suivant qu'elle est, ou non, mesurable au moyen de nos instruments, nous fait faire la distinction dont nous venons de parler.

L'énergie qui provoque le mouvement se transmet par l'intermédiaire de l'éther à toutes les molécules du corps à déplacer.

Nous commençons donc l'étude du mouvement d'un corps par celle des lois du déplacement d'un atome dans l'éther.

10. — Quand un corps se meut dans l'air, il le comprime devant, et le raréfie derrière lui : en vertu de son élasticité, le volume d'air comprimé se détend en repoussant de proche en proche les couches avoisinantes ; de même, les couches, qui sont autour du volume d'air raréfié, se détendent pour combler la dépression, et il s'établit très rapidement un équilibre de mouvement, l'air s'écoulant autour du corps, de la partie avant à la partie arrière. L'écoulement ne se produit d'ailleurs que sous l'influence d'une différence de pression.

Quand un corps se meut dans l'eau, le phénomène se passe de la même manière ; le refoulement de l'eau entraîne son déplacement vertical, et produit le renflement à l'avant ; une dépression se forme à l'arrière, et l'eau s'écoule en vertu de la différence des niveaux. Enfin, dans tous les milieux gazeux ou liquides, le mouvement d'un corps amène l'écoulement du milieu après compression, écoulement qui se fait plus ou moins facilement suivant l'état de cohésion qui relie les atomes du milieu. Cette cohésion à vaincre forme ce qu'on appelle la résistance au mouvement, et produit le ralentissement de la vitesse du corps abandonné à lui-même.

Les lois de la mécanique céleste nous apprennent que les astres en mouvement dans l'espace, c'est-à-dire des atomes dans l'éther, n'ont pas leur mouvement retardé ; ils n'éprouvent donc aucune résistance de la part de l'éther, et ceci confirme ce que nous avons dit plus haut, que l'éther n'est pas un milieu élastique.

11. — L'éther est incompressible. Les atomes ne peuvent point obliger l'éther à leur ouvrir passage en créant une différence de pression sur leurs deux faces. Un phénomène spécial se produit donc, et pour en comprendre l'explication, il faut que l'esprit abandonne complétement l'image d'un corps se déplaçant dans l'air.

La langue française n'a pas de mots pour expliquer ce qui se passe dans l'éther : nous allons faire des comparaisons ; mais nous ne devons prendre les comparaisons que comme guides, pour aider notre esprit à concevoir un phénomène qui se passe dans un milieu dont rien de tout ce que nous connaissons ne nous représente l'état.

Nous décomposons le mouvement d'un atome dans l'éther en une série de déplacements élémentaires. Nous ne décrivons donc que le phénomène qui provoque un mouvement infinitésimal ; le même phénomène se reproduit ensuite, et la succession des déplacements infinitésimaux de chaque atome amène le mouvement sensible à nos sens.

Tandis que, dans l'air, une différence de pression existe d'une façon continue pendant le déplacement d'un corps, il se produit au contraire dans l'éther un trouble d'une durée infinitésimale ; un déplacement élémentaire de l'atome a lieu, et l'équilibre se rétablit. C'est dans l'éther ayant repris son équilibre qu'un phénomène semblable se produit pour la continuation du mouvement de l'atome.

Un atome A (fig. 3), dont le centre subit un déplacement $o\,o'$, oblige l'éther avoisinant à ouvrir le volume α, et à combler le volume β.

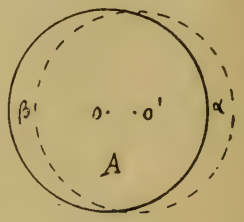


Fig. 3.

L'esprit doit concevoir ceci : le déplacement oo', est infinitésimal ; les volumes α et β sont infinitésimaux ; le mouvement de l'éther comblant l'un pour vider l'autre est instantané, et n'a pas lieu sous l'influence de la pression de l'atome ; la cause du mouvement, c'est-à-dire la force qui le provoque, agit simultanément sur la matière et sur l'éther pour déterminer au même instant le mouvement de l'atome et le déplacement de l'éther.

Nous disons donc que la matière et l'éther reçoivent simultanément l'action de la force qui provoque le mouvement, l'atome et l'éther environnant formant un tout inséparable. Nous ne pouvons concevoir ce phénomène que d'une façon abstraite, mais notre intelligence ayant besoin d'images pour comprendre une théorie, nous allons faire quelques comparaisons pour aider l'esprit à concevoir la possibilité d'un mouvement simultané de l'éther et de l'atome.

1re Comparaison. — Soit A un atome (fig. 4) qui se meut dans la direction XY. Nous figurons en ab et cd les deux parties de la surface que sépare un plan perpendiculaire à XY. Supposons que de chacun des éléments de la surface $a\,b$ parte un tore d'éther tel que $a\,f\,c$ allant rejoindre la surface $c\,d$.

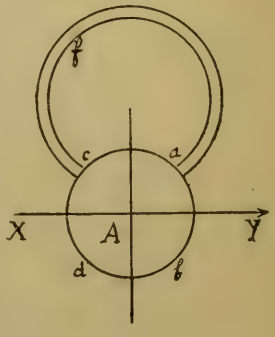


Fig. 4.

Le déplacement élémentaire de l'atome A se produit en

même temps que la rotation de tous les tores tels que *a f c*. L'esprit conçoit donc le déplacement d'un atome et de l'éther environnant s'il peut concevoir la cause qui met en mouvement les tores et l'atome.

Que la pensée se reporte à une voie ferrée circulaire sur laquelle se trouveraient une locomotive et un certain nombre de wagons, ayant chacun une dynamo motrice, et n'étant reliés les uns aux autres que par des conducteurs électriques.

En faisant abstraction des frottements, on conçoit que si toutes les dynamos motrices des wagons et de la locomotive reçoivent la même intensité de courant envoyé par la locomotive, les wagons et la locomotive puissent se mouvoir sur la voie circulaire en conservant leurs distances sans exercer la moindre traction sur les conducteurs qui les relient.

L'atome est la locomotive pour chaque tore d'éther ; un lien d'une nature abstraite pour notre intelligence relie la matière et l'éther, et rend leurs mouvements inséparables.

La cause du mouvement, c'est-à-dire la force qui le provoque, agit par l'intermédiaire de l'atome comme l'énergie distribuée par la locomotive.

Nous pouvons donc concevoir le déplacement de l'atome dans l'éther, si nous concevons cette énergie spéciale qui agit simultanément sur l'éther et sur la matière.

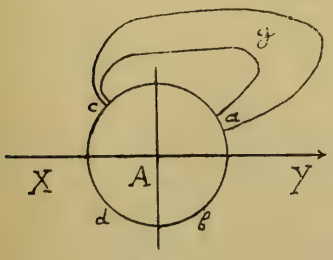


Fig. 5.

2e Comparaison. — Soit *A* un atome (fig. 5) qui se déplace dans le sens *X Y*. Admettons que chaque élément de la face *c d* soit relié à un élément cor-

respondant de la face *a b*, par un volume quelconque d'une matière pouvant modifier sa forme, telle que du protoplasma, ou des pseudopodes d'un protozoaire. Admettons donc que le volume *c g a* soit un protozoaire vivant, et conserve le point *g* immobile. Sous l'influence de la cause qui détermine un déplacement de l'atome *A*, ce protozoaire retire à lui son pseudopode *g a*, et au contraire allonge son pseudopode *g c*. L'atome *A*, enveloppé par un nombre considérable de protozoaires tels que *c g a*, se déplace au moment où ceux-ci font un mouvement de pseudopodes. Le phénomène du mouvement d'un atome est analogue : l'atome et l'éther environnant subissent simultanément une même action sous l'influence de la force physique qui détermine le mouvement ; et l'éther se comporte comme un protozoaire pendant que l'atome se déplace.

3e *Comparaison.* — Soit un rectangle *A B C D* (fig. 6) qui représente une section dans un parallélipipède. Supposons que la partie *A B E F* soit formée de petits parallélipipèdes ayant leurs grands côtés parallèles à ceux de *A B C D*.

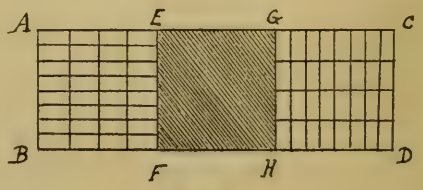


Fig. 6.

Supposons au contraire que dans la partie *C D G H* de petits parallélipipèdes soient disposés avec leurs grands côtés dans un sens perpendiculaire. Dans la partie *E F G H*, ils sont placés d'une façon quelconque.

Admettons qu'une action intérieure fasse tourner de 90° les parallélipipèdes des parties *A B E F* et *C D G H* sans que le nombre de ces parallélipipèdes par tranche parallèle à la section *A B* se trouve modifié. La forme nouvelle du solide sera celle qu'indique la figure 7. Nous constatons

un renflement du côté de *A B*, et un amincissement du côté de *C D*. Le renflement et l'amincissement varient avec le nombre de parallélipipèdes qui changent de position. Nous concevons donc qu'un pareil volume, sous l'action d'une énergie intérieure, puisse prendre une forme quelconque. Si le phénomène a lieu dans un grand nombre de tores tels que *a f c* (fig. 8), le renflement de la partie *c* amène une augmentation du volume de l'éther du côté de la face *c d* de l'atome, tandis que le volume de l'éther diminue du côté de la face *a b*. Le déplacement de l'atome dans la direction *X Y* se produit simultanément.

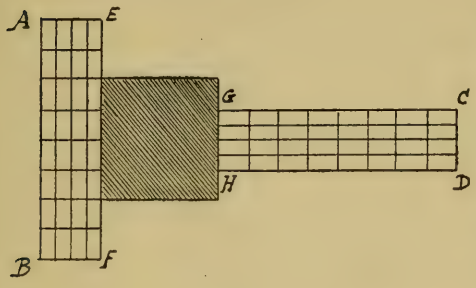


Fig. 7.

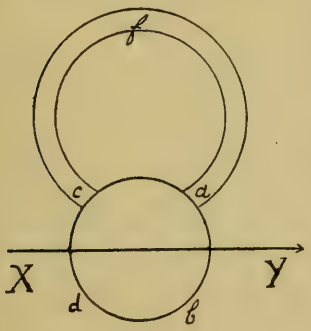


Fig. 8.

Comme nous l'avons déjà dit, ces diverses comparaisons ne représentent pas exactement ce qui se passe dans l'éther et la matière, car il faudrait, pour l'expliquer, connaître l'essence même de la matière et de l'éther. Nous ne pouvons que constater des résultats, mais il faut concevoir qu'un phénomène analogue puisse avoir lieu pour comprendre ceux qui en dérivent.

Parmi les trois comparaisons, les deux premières sont celles que nous préférons pour expliquer que, dans un corps en mouvement, la matière et l'éther ne sont pas dans l'état

ordinaire de la matière et de l'éther d'un corps au repos. La 3e comparaison est celle qui nous aidera le mieux à comprendre le mécanisme de la mise en mouvement d'un corps sous l'action d'une force.

12. — Dans un corps en mouvement, chaque atome possède un état spécial. Il s'est opéré quelque chose comme une séparation de forces de signes contraires, forces qui agissent sur l'éther et qui déterminent son mouvement. Sur nos figures, nous indiquerons par du pointillé et du haché (fig. 9) ces deux états spéciaux de la matière, et les états correspondants de l'éther, qui produisent simultanément une succession rapide de déplacements élémentaires de l'atome et de mouvements de l'éther.

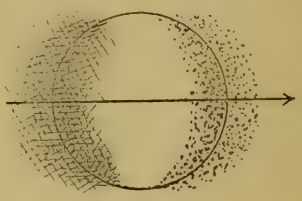


Fig. 9.

La transformation de l'état de la matière, sous l'action d'une force qui la met en mouvement, représente physiquement l'absorption par la matière de ce qu'on appelle en mécanique la quantité de mouvement et la force vive. Lorsqu'un corps en mouvement rencontre un autre corps qu'il peut entraîner, les états spéciaux de la matière du premier se partagent entre tous les atomes, et bien que la vitesse de l'ensemble diminue, la quantité de mouvement reste invariable. Lorsque le corps en mouvement rencontre un obstacle qui résiste et l'arrête, les états spéciaux de chacun des atomes ne disparaissent qu'en produisant un travail, et le corps rend, sous une forme quelconque, la force vive qu'il a emmagasinée au départ.

13. — Nous sommes donc conduits à reconnaître dans la matière et dans l'éther l'existence de forces semblables

et de signes contraires, susceptibles de se séparer sous l'influence d'une cause qui dépense de l'énergie, et ne pouvant se neutraliser qu'en rendant l'énergie dépensée pour les séparer.

Ces deux forces de signes contraires, dont le siège est dans la matière, ont déjà reçu un nom : on les appelle les *électricités*.

L'électricité négative, qui sera représentée en pointillé sur nos figures, se trouve du côté vers lequel se meut chaque atome, et détermine l'ouverture de l'éther au passage de cet atome. L'électricité positive, figurée en haché, se trouve sur la face opposée, et produit l'appel de l'éther pour combler le vide que l'atome laisserait derrière lui.

Nous appelons *movités* les états correspondants de l'éther, pour rappeler leur rôle dans le mouvement des corps. La movité positive, figurée en haché sur nos dessins, se forme au contact de la partie de l'atome électrisée positivement ; la movité négative, figurée en pointillé, prend naissance avec l'électricité négative.

Les électricités séparées dans un atome représentent de l'énergie de mouvement ; la différence de potentiel entre les deux parties de l'atome mesure la vitesse. L'énergie s'emmagasine dans la matière et non dans l'éther, mais la formation des movités est inséparable de celle des électricités ; elles apparaissent et disparaissent en même temps. La quantité d'énergie que renferment les movités n'est pas absolument nulle, mais elle est toujours très faible.

Il peut sembler, au premier abord, impossible d'admettre que de l'électricité positive et de l'électricité négative restent en présence sur un atome sans se neutraliser, car on considère souvent les deux électricités comme deux espèces de vibrations, ou deux fluides disparaissant ensemble dès qu'ils se trouvent sur un même corps conducteur.

Il y a dans le jeu de l'électricité quelque chose qui nous avait échappé jusqu'ici. Les électricités de noms contraires ne se neutralisent pas lorsqu'elles sont en présence, mais elles se transforment quand on leur fait effectuer un travail.

14. — Nous avons vu au chapitre précédent comment l'action d'une force se propage dans l'éther, et nous venons de voir quelles sont les conditions nécessaires pour que le mouvement d'un atome se produise. Nous allons étudier maintenant le mécanisme de la mise en mouvement d'un atome sous l'influence des ondes que fait naître une force ayant son siège dans cet atome et dans un autre volume de matière.

Les ondes de force se propagent dans l'éther avec une très grande vitesse, mais non instantanément. La vitesse de propagation dépend : 1° de la nature de la force, c'est-à-dire de la modification à produire ; 2° de l'état de l'éther, c'est-à-dire de l'état du milieu à modifier.

Notre esprit peut concevoir que les ondes de force se propagent soit avec la même vitesse, soit plus rapidement ou plus lentement suivant que l'éther est, ou n'est pas, soumis à l'action de forces semblables ou différentes.

Lorsqu'un atome émet des ondes de gravitation, par exemple, dans un éther homogène, ou soumis à l'action de forces ne modifiant pas la vitesse de propagation de ces ondes, celles-ci ne subissent aucun effet spécial, et l'atome conserve son immobilité.

Un phénomène particulier, qui entraîne la mise en mouvement de l'atome, se passe au contraire si la propagation des ondes se fait avec des vitesses différentes dans les diverses directions.

Soit A un atome sphérique agissant sur un éther non

homogène (fig. 10). Supposons, par exemple, que l'état de l'éther soit modifié par l'influence d'un corps éloigné, et que les ondes se propagent avec une vitesse plus grande dans la direction Y que dans la direction X. L'onde qui se forme à la surface de A est arrivée en M' dans la direction $A\,Y$, en même temps qu'en M dans la direction $A\,X$.

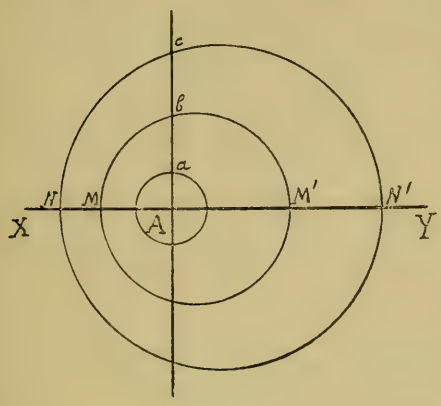


Fig. 10.

Dans les autres directions, la vitesse est intermédiaire, et l'onde conserve une forme sphérique, mais excentrique à l'atome, si l'on n'envisage que les ondes voisines de A. L'onde NN' se forme excentriquement à l'onde MM', et ainsi de suite.

Dans la propagation ordinaire, chaque élément agit normalement à la surface de l'onde sur l'élément d'éther voisin ; or, dans le cas présent, les différents éléments a, b, c, ne propagent pas leur influence dans une direction normale à la surface de chaque onde, mais ils essayent de le faire.

Pendant que la différence entre les états de l'éther dans les deux directions $A\,X$ et $A\,Y$ amène les ondes à se déformer, tous les éléments résistent à cette déformation, et déterminent de proche en proche, jusqu'à l'atome, une réaction tendant à rendre chaque onde concentrique à celle qui l'a produite. L'éther retrouve son équilibre lorsque les ondes et l'atome se déplacent pour se centrer dans l'une des ondes, NN' par exemple.

Sous l'influence des ondes, l'éther prend donc autour de

l'atome deux états spéciaux que nous ne pouvons décrire ; ils sont de nature abstraite pour notre imagination ; nous leur avons donné le nom de *movités*.

La réaction des ondes se propage jusqu'à la surface de l'atome, et cette cause, qui détermine la formation des movités dans l'éther, amène l'apparition des électricités dans la matière.

L'atome subit un déplacement élémentaire ; les movités disparaissent, mais se reforment aussitôt si l'atome et la force extérieure produisent à nouveau des ondes semblables aux précédentes.

En résumé, autant que les images et les comparaisons à la portée de notre intelligence peuvent représenter les phénomènes qui se passent dans un milieu dont nous ne concevons pas l'essence, le mécanisme de la mise en mouvement des atomes d'un corps par les ondes de forces doit être dépeint de la façon suivante.

Les ondes de deux forces de même nature se déforment mutuellement, et les divers éléments sont détournés de leur route. L'esprit doit concevoir qu'il s'opère une espèce de brisement des ondes, et une rotation des divers éléments $\alpha\alpha'$ (fig. 11), parallèles à l'onde *M*, que l'influence extérieure oblige à se placer parallèlement à l'onde *N*. Or, en nous reportant à notre 3e comparaison, nous voyons comment un volume d'éther compris entre deux surfaces sphériques *M N*, non concentriques, peut changer de forme, lorsqu'un nombre infiniment grand d'éléments infiniment petits, tels que $\alpha\alpha'$, prennent un mouve-

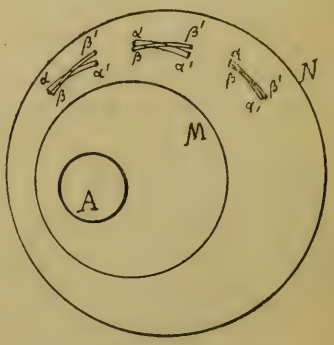
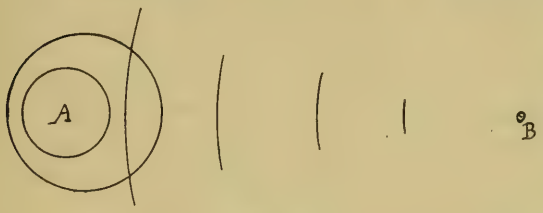


Fig. 11.

ment de rotation. Les états spéciaux dans lesquels se trouve alors l'éther, et que nous avons appelés *movités,* agissent sur chaque atome, et les électricités apparaissent.

Le déplacement d'un corps ne peut donc se produire que s'il existe deux centres d'émission de forces, un dans le corps à mettre en mouvement



Fig, 12.

A, et l'autre en un point quelconque *B,* à une distance *d* (fig. 12).

La grandeur de l'action produite sur le corps *A* varie comme la puissance des ondes qu'il émet ; appelons *f* cette puissance. Elle est également proportionnelle à la valeur que les ondes, partant du point *B* avec la puissance *f'*, possèdent encore par élément en arrivant au contact de *A,* soit $\frac{f'}{d^2}$.

L'action exercée sur le corps *A* a donc pour mesure $\frac{K f f'}{d^2}$, *K* étant un coefficient quelconque que nous pouvons faire égal à 1, en choisissant convenablement les unités de *f, f'* et *d.*

Il faut admettre que les ondes émises par deux corps réagissent les unes sur les autres ; sinon, ces corps n'exerceraient aucune action attractive ou répulsive l'un sur l'autre.

Fig. 13.

Lorsque les forces se facilitent mutuellement la propagation de leurs ondes, les corps s'attirent (fig. 13) ; exemple : gravitation, électricités de noms contraires.

Quand les forces rendent au contraire l'éther plus résistant à la propagation de leurs ondes (fig. 14), les corps se repoussent; exemple: électricités de même nom.

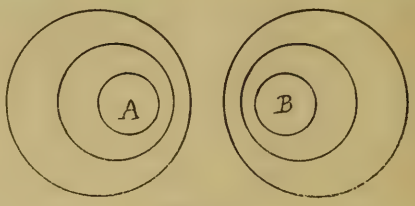


Fig. 14.

15 — A chaque déplacement élémentaire de l'atome, l'équilibre se rétablit dans l'éther ; mais nous devons trouver quelque part, sous une forme quelconque, la manifestation du travail qui s'est dépensé à faire mouvoir l'atome; et l'énergie, dont nous allons constater la présence, disparaîtrait sous l'influence d'une cause qui ramènerait l'atome à sa position première.

En effet les movités disparaissent en cédant à l'atome l'énergie qu'elles possédaient, et cette énergie s'y manifeste sous forme d'électricités. La cause qui a provoqué le mouvement, continuant à agir, de nouvelles movités se forment; elles disparaissent en donnant à l'atome une nouvelle charge électrique, et ainsi s'accroît la différence de potentiel entre les deux faces de l'atome.

Lorsque l'action de la force extérieure cesse d'agir, c'est-à-dire lorsque l'atome se trouve dans un éther homogène, les movités ne se forment plus sous l'action des ondes, et la différence de potentiel entre les deux faces de l'atome cesse de s'élever. Cette différence de potentiel règle la vitesse de l'atome qui est constante.

Il est cependant nécessaire, pour que le mouvement se continue, que des movités positives et négatives réapparaissent sur les côtés opposés de l'atome. Les électricités les produisent en dépensant un peu de leur énergie, mais les movités la rendent à l'atome dès qu'il cède à leur action. La différence de potentiel entre les deux côtés de l'atome ne varie donc pas, et la vitesse reste constante.

Pendant qu'une force agit pour mettre un corps en mouvement, les ondes forment les movités, l'atome cède à leur action, et la différence de potentiel entre les deux côtés de l'atome s'accroît. A tout instant, l'atome reçoit deux impulsions : 1° celle qui est due à l'action des ondes ; 2° celle qui est déterminée par la formation des movités sous l'action des électricités précédemment acquises. La première est continue, et détermine l'augmentation progressive de la valeur de la seconde. Celle-ci augmente proportionnellement au temps pendant lequel la force agit ; aussi le mouvement est-il, si la force est constante, uniformément accéléré.

Lorsque l'atome est en mouvement et subit l'action d'ondes qui lui donneraient, s'il était au repos, le mouvement inverse de celui qu'il possède, les movités formées par ces ondes et celles que produit l'atome se trouvent être de signes inverses. Les premières neutralisent en partie l'effet des secondes ; aussi les movités restantes ne rendent-elles plus à l'atome, après chaque déplacement élémentaire, toute l'énergie qu'il a dépensée à les former. La différence de potentiel entre les côtés de l'atome diminue ; la vitesse devient plus faible ; le mouvement est retardé.

CHAPITRE IV.

FORMATION DE LA MATIÈRE ET DE L'ÉTHER.

16. Conséquences de la loi de la conservation de l'énergie. — 17. Le Néant. — 18. La matière et l'éther sortant du Néant. — 19. Conséquence physique de leur formation : la gravitation.

16. — Toutes les lois de la nature, tous les phénomènes physiques nous montrent que ce qui existe, soit comme énergie, soit comme matière, est indestructible. Lors-

qu'une certaine quantité d'énergie semble disparaître, nous constatons qu'il s'est produit un travail, et que l'énergie n'a subi qu'une transformation. Il arrive même que deux forces inverses, des électricités de signes contraires par exemple, apparaissent là où rien ne nous révélait leur existence : ces électricités nous représentent le résultat de la transformation d'une certaine quantité d'énergie ; mais, après leur formation, on peut les employer séparément, et tandis que l'une des électricités va produire certains phénomènes dans l'une des parties de l'Univers, l'autre peut manifester sa présence d'une façon différente bien loin du centre d'action de la première. Il existera néanmoins dans l'espace deux forces capables d'annihiler leurs effets, et de reproduire, en se réunissant, l'énergie qui a été dépensée à les faire apparaître.

Plus nous décomposons les phénomènes et plus nous analysons le jeu des forces physiques, plus nous nous voyons obligés d'admettre les transformations qui s'opèrent d'une façon constante dans l'univers. Des forces inverses prennent naissance en même temps, et en se manifestant de façons différentes à nos yeux, et en divers points de l'Espace, nous révèlent l'existence des forces physiques que nous connaissons.

17.— Toutes les forces seraient donc capables de s'annihiler ; et, en se neutralisant, de plonger l'univers dans la mort la plus absolue. La matière ne formerait plus de soleils ou de planètes ; car, en se concentrant en certains points, elle a produit de la chaleur, et celle-ci ne pourrait disparaître qu'en ramenant les atomes à leurs positions primitives.

La matière et l'éther sont des volumes de substances analogues qui ne sont différenciées que par les propriétés

inverses ; celles-ci disparaîtraient en se neutralisant. Alors, il n'y aurait plus ni matière ni éther ; il n'y aurait plus dans l'espace qu'un milieu sans propriétés que notre esprit ne peut concevoir : nous l'appelons le *Néant*.

C'est avec le Néant que nous nous proposons de reconstituer l'Univers.

Nous n'étudions pas le côté métaphysique de la Création ; mais puisque la matière, l'éther et les forces physiques existent, nous sommes conduits à rechercher et à dépeindre un certain mode de formation de l'Univers, dont les conséquences physiques soient la production de forces semblables à celles qui existent. Cette étude amènera progressivement notre esprit à concevoir le jeu des forces physiques dans la matière et dans l'éther, en nous permettant de donner l'explication des phénomènes non encore expliqués.

18.— La première phase de la création du monde a été la division du *néant* en *matière* et *éther* sous l'action d'une Cause dont l'étude sortirait de notre sujet. Une impulsion première a eu lieu.

Nous pouvons nous représenter la matière et l'éther comme étant alors aussi intimement mélangés que possible ; mais, dans ce mélange, des volumes infinitésimaux avaient acquis positivement une propriété que les volumes infinitésimaux voisins avaient acquise négativement. L'ensemble de l'univers ne présentait aucun volume fini de matière ; il n'y avait pas d'atomes ; la matière était, pour ainsi dire, pulvérisée dans l'éther ; mais tous les volumes infinitésimaux de matière se distinguaient déjà du milieu dans lequel ils étaient plongés, c'est-à-dire de l'éther.

La concentration de la matière en certains points pour former les atomes a été la deuxième phase de la création du monde. Nous en parlerons plus loin ; mais auparavant,

sans étudier la cause de la séparation du néant en matière et éther, nous devons en examiner les conséquences physiques.

19.— Quelle que soit la cause d'un phénomène, et quelle que soit l'énergie qui se transforme pour donner naissance à deux forces égales et de signes contraires, ces forces acquièrent, lorsqu'elles sont produites, la possibilité de s'annihiler l'une l'autre, en ramenant à l'état primitif les corps sur lesquels elles ont agi, ou bien d'où elles sont sorties. Quelle que soit la Puissance Créatrice qui ait déterminé la séparation de la matière et de l'éther dans le néant, le résultat physique de cette séparation a été l'apparition des états ou forces pouvant annihiler les propriétés de la matière et de l'éther en ramenant le tout au néant.

Ces forces, ou actions et réactions, auraient pu déterminer la fusion de la matière et de l'éther, si ces milieux étaient restés mélangés à l'état de volumes infinitésimaux. Mais la Cause Créatrice continuait son œuvre ; la matière s'est concentrée en volumes finis lors de la formation des atomes ; et, actuellement, la fusion ne pourrait se produire que si les atomes se disloquaient.

Cependant, la tendance à revenir à l'état neutre, qu'ont acquise la matière et l'éther, existe toujours, et détermine à la surface des atomes une action sur l'éther qui produit dans l'Univers ce que l'on appelle d'une façon générale une *force,* et qui, dans ce cas particulier, est la *gravitation.*

CHAPITRE V.

FORMATION DES ATOMES. ÉLECTRICITÉS. MOVITÉS. COHÉSIVITÉS.

20. La matière dans l'éther avant la formation des atomes. — 21. Manière dont la matière s'est concentrée. Forces résultantes. Électricités. Movités. — 22. Action produite sur la gravitation. Cohésivités. — 23. Distribution des cohésivités dans les corps changeant d'état physique.

20. — Si l'on considère la séparation de la matière et de l'éther dans le néant, avec apparition de la gravitation, comme la première phase de la création du monde, la deuxième en est la formation des atomes avec apparition des électricités, des movités et des *cohésivités*.

Après la transformation du néant, nous trouvons la matière et l'éther occupant sa place dans l'Univers. La matière est pour ainsi dire fondue dans l'éther ; il n'y a pas de volume sensible d'éther qui ne renferme une certaine quantité de matière, celle-ci occupant un nombre infiniment grand de volumes infiniment petits. La gravitation existe.

Un petit volume d'éther, renfermant de la matière ainsi disséminée, peut être comparé à notre système solaire dans lequel toute la matière du soleil et des planètes serait uniformément répandue à l'état gazeux. On suppose que cela fut autrefois, et que la matière s'est concentrée pour former le soleil et les planètes. Nous pouvons donc comparer la formation des atomes à celle des planètes, mais en faisant cette différence, que les parties constituantes ne sont pas semblables, et que les résultats physiques ne peuvent être comparés.

La matière, qui a formé les planètes, était dans l'éther à

l'état d'atomes ; ces atomes avaient des volumes finis, et les lois de la physique ont régi les phénomènes qui ont pu se passer. Les atomes se sont déplacés ; ils se sont arrêtés quand ils ont été les uns à côté des autres, et chacun d'eux augmentait la masse des planètes.

Dans la formation des atomes, ce sont des volumes infiniment petits, centres d'émission d'ondes de gravitation, qui se sont réunis. Or, si l'on multiplie un volume infiniment petit par un nombre infiniment grand, le produit en est une quantité indéterminée mais finie. Cette indétermination nous permet de supposer qu'un certain volume de matière, un atome, a pu se former ainsi.

Les atomes seraient donc nés de la concentration en petits volumes de grandeur finie de la matière disséminée en volumes infiniment petits dans l'éther.

21.— Avec un phénomène apparaissent toujours dans la nature des forces capables de ramener l'univers à ce qu'il était avant la production de ce phénomène.

La matière et l'éther, en se séparant, ont fait naître la gravitation : la formation des atomes produit également un résultat.

Les atomes se sont formés par la réunion des volumes infiniment petits de matière, volumes qui possédaient dans l'espace des positions qu'ils n'occupent plus. Chaque atome a été créé par le mouvement de ces volumes dans l'éther, tous concourant vers le même point ; aussi l'atome serait-il détruit par le mouvement inverse de ses parties. Il se passerait donc un phénomène de mouvement de la matière dans l'éther si la destruction des atomes s'opérait ; or l'atome ne peut se mouvoir qu'en produisant les movités dans l'éther, et en acquérant les électricités. Cette énergie, qui apparaît quand une force extérieure agit pour faire

mouvoir l'atome, ne peut se manifester que si elle existe pour ainsi dire à l'état latent dans la matière ; l'action d'un corps voisin ne fait que donner une direction unique à toutes les parties constituantes. La formation de cette énergie latente, et l'apparition dans l'univers des *électricités* et des *movités*, tel est le résultat physique de la création des atomes.

Les atomes ne se meuvent qu'en déplaçant l'éther, parce qu'ils ont des volumes finis, tandis que des volumes infiniment petits, c'est-à-dire des points mathématiques, n'ont pas de section, et ne déplacent point d'éther. Cependant, le fait qu'ils existaient n'a pas rendu sans effet leur passage dans l'éther ; et pendant qu'ils se mouvaient sous l'influence de la Cause Créatrice, ils acquéraient ce qui leur était nécessaire pour apporter à la matière, dans la formation de l'atome, l'énergie latente qui devait lui permettre plus tard de se mouvoir.

Si toutes les particules de matière, ayant formé un atome, s'étaient rassemblées en suivant une même direction, les différents éléments de l'atome seraient arrivés avec l'énergie permettant le mouvement dans le sens inverse ; mais la matière concentrée dans les atomes venait de toutes les directions. Elle a ainsi produit un mélange des énergies de mouvement qui rend nécessaire une influence extérieure ou intérieure pour orienter toutes ces énergies et déterminer le mouvement de l'atome.

La formation des atomes a donc eu pour conséquence l'apparition dans l'univers de l'énergie de mouvement emmagasinée à l'état latent dans les atomes. Les volumes infiniment petits de matière ont acquis leur énergie dans leur passage au travers de l'éther, mais ils agissaient en même temps sur l'éther. En le sillonnant d'un nombre infini de canaux de section infiniment petite, ils ont fait naître, com-

me résultat physique du phénomène, les propriétés que possède l'éther de prendre ces deux états spéciaux que nous avons appelés *movités,* états qui lui permettent de se déplacer pendant le mouvement des atomes.

Avec la formation des atomes apparaît donc à l'état latent ce qui doit jouer un rôle immense dans tous les phénomènes, le mouvement. Rien ne bouge encore dans l'univers, mais cet équilibre va se rompre, et de nouveaux phénomènes physiques vont se produire.

La séparation des électricités dans un atome sous l'influence d'une cause extérieure représente la mise à l'état sensible de l'énergie latente emmagasinée dans la matière; elle détermine un travail intérieur, la formation, pour ainsi dire, de deux matières nouvelles. Cette séparation des électricités, qui est accompagnée du mouvement de l'atome, doit l'être d'un phénomène intérieur. De même que la gravitation est née de la séparation de la matière et de l'éther dans l'espace, la séparation des électricités est accompagnée de l'apparition de deux forces de même nature, mais inverses, et qui tendent constamment à produire la recombinaison des électricités. Nous ne leur donnons pas un nom nouveau ; elles sont inséparables des électricités ; ce sont donc les *électricités*. Elles produisent des ondes qui se propagent en suivant la loi du carré des distances. L'action de l'électricité positive sur l'éther y rend la propagation des ondes d'électricité positive plus difficile, et celle des ondes d'électricité négative plus facile ; d'où il résulte que les corps électrisés de même signe se repoussent, et que les corps électrisés de signes contraires s'attirent.

22. — Les électricités à l'état latent sont nées des actions et réactions de la matière et de l'éther l'un sur l'autre dans la formation des atomes ; mais il y avait alors autre chose dans l'espace, il y avait la gravitation.

Les différents volumes infiniment petits de matière, qui se sont réunis pour former les atomes, subissaient chacun l'influence des ondes de gravitation émises par les autres ; ils s'attiraient mutuellement, et pendant la formation des atomes, ils ont cédé à l'attraction d'un côté, tandis qu'ils triomphaient de la résistance qui leur était opposée d'autre part.

Les atomes se formaient ainsi, mais la gravitation n'avait pas cessé d'agir, et son action s'est manifestée par l'apparition de nouvelles forces attractives et répulsives par lesquelles les atomes agissent les uns sur les autres. Différentes particules de matière, malgré leur attraction mutuelle, se sont éloignées les unes des autres; tandis qu'au contraire la rupture de l'équilibre de l'univers laissait un grand nombre de particules céder à l'attraction produite par la gravitation.

Le résultat physique de ce phénomène doit être l'existence dans l'univers d'une énergie qui tend à disloquer les atomes ; c'est l'apparition dans la matière de deux forces, l'une produisant l'attraction, l'autre la répulsion entre les diverses parties d'un atome. Nous appelons ces deux forces, *cohésivité positive* et *cohésivité négative*.

Dans les phénomènes physiques et chimiques, les cohésivités et les électricités ne produisent pas les mêmes effets, mais elles ont apparu en même temps dans l'univers et sont de même nature.

Nous concevons que les cohésivités puissent occuper différentes parties d'un atome, comme les électricités de signes contraires distribuées sur ses faces opposées.

Les cohésivités de signes contraires peuvent se neutraliser dans un atome comme le font les électricités. La séparation et le mélange des cohésivités se produisent sous une influence extérieure modifiant l'énergie du système, de même

que la répartition des électricités d'un atome en mouvement ne subit de modification que sous l'effet d'une cause qui change sa vitesse ou la direction de sa trajectoire.

Comme la gravitation et les électricités, les cohésivités produisent des ondes qui se propagent dans l'éther en suivant les mêmes lois.

Les cohésivités positives se facilitent mutuellement la propagation de leurs ondes : les parties d'un atome qui ont de la cohésivité positive s'attirent. Les ondes de cohésivité négative rendent plus difficile la propagation d'ondes semblables : les parties des atomes qui ont de la cohésivité négative se repoussent. Les cohésivités de signes contraires n'exercent pas d'influence sur leurs ondes réciproques, mais elles peuvent neutraliser leurs effets si ces ondes se propagent dans la même direction : les ondes de gravitation se trouvent donc agir seules à une certaine distance d'un atome.

23. — Mis en présence les uns des autres, les atomes s'attirent par les points où se trouve de la cohésivité positive et se repoussent par les points où se trouve de la cohésivité négative. Sans faire aucune hypothèse sur la forme des atomes, nous admettons qu'ils puissent avoir leurs formes modifiées par les actions des cohésivités. Prenons donc des atomes sphériques ayant toutes leurs cohésivités mélangées, et suivons les transformations qui s'opèrent avec la séparation des cohésivités : nous allons trouver des phénomènes semblables à ceux qui ont lieu quand un corps passe de l'état gazeux à l'état liquide, et de l'état liquide à l'état solide.

Dans un groupe d'atomes sans cohésivités apparentes ou possédant les cohésivités mélangées, séparons les cohésivités pour leur faire occuper les faces opposées de chaque

atome. Les atomes s'attirent par les cohésivités positives, et se groupent deux à deux en présentant les cohésivités négatives à l'extérieur. Ils forment des molécules, composées de deux atomes, qui repoussent des molécules semblables placées à petite distance, et donnent ainsi naissance à un gaz.

Considérons maintenant un atome sphérique : admettons que la cohésivité positive se concentre aux deux extrémités d'un diamètre, et la cohésivité négative sur la circonférence du grand cercle perpendiculaire à ce diamètre. Groupons maintenant un certain nombre d'atomes dans lesquels les cohésivités seraient ainsi distribuées ; ils s'attirent par les extrémités des diamètres considérés, se repoussent par les autres parties, et se disposent en files pour former d'immenses chapelets entrelacés dans tous les sens : nous avons décrit la formation d'un liquide. En effet, quand on regarde une goutte d'un liquide coloré plongée au milieu d'un liquide incolore on est frappé de l'état filamenteux que possèdent les liquides.

Si les cohésivités se séparent pour occuper un grand nombre de points symétriquement disposés, ceux qui possèdent la cohésivité positive s'attirent d'atome à atome, et tendent à faire saillir ces parties des atomes ; ceux qui ont de la cohésivité négative se repoussent, et creusent la surface. Les atomes prennent donc une forme polyédrique avec cohésivités positives aux sommets, et cohésivités négatives aux centres des faces : les polyèdres s'attirent par les sommets, se repoussent par les faces ; ils se placent dans des positions relatives qui deviennent invariables, et forment un corps solide. La forme des polyèdres moléculaires détermine le système de cristallisation.

Les corps pouvant prendre les états solide, liquide et gazeux, passent de l'un à l'autre avec élévation ou abaissement

de température. Les atomes d'un corps chaud maintenu par sa température à l'état gazeux sont probablement en mouvement ; les électricités y sont séparées, mais se neutralisent à mesure que les mouvements des atomes se ralentissent; c'est alors que les cohésivités se séparent, et que le corps passe de l'état gazeux à l'état liquide, puis à l'état solide si les mouvements des atomes se ralentissent encore par suite du mélange des électricités. Il se produit donc un double jeu des électricités et des cohésivités dans les atomes, les unes se séparant pendant que les autres se mélangent.

Du néant nous avons tiré la matière, l'éther et la gravitation ; dans cet ensemble nous avons vu naître les atomes, et, avec eux, les movités, les électricités et les cohésivités ; l'énergie existe dans le monde à l'état latent, les forces sont créées, et il ne reste plus qu'à faire jouer ces forces pour produire un grand nombre des phénomènes de la nature.

CHAPITRE VI.

PHÉNOMÈNES PHYSIQUES.

24. Mouvement des atomes soumis à l'attraction. Rebondissement. — 25. Ondes de movités qui se produisent. — 26. Cas de l'atome oscillant. — 27. Ondes de lumière et de chaleur. — 28. Le jeu des cohésivités comparé à celui des électricités.

24. — Nous trouvons maintenant dans l'Univers les éléments de tous les phénomènes : nous avons des forces, mais non encore ce qu'on appelle, peut-être à tort, des forces physiques : la chaleur, la lumière, le magnétisme, qui sont plutôt de véritables phénomènes. Pour la produc-

tion de ces phénomènes, il manque le mouvement. L'univers est en équilibre comme l'était le néant, les atomes sont formés et peuvent se mouvoir, mais ils sont encore au repos.

Il est problable que, dès la séparation du néant en matière et éther, l'impulsion qui devait amener le mouvement des atomes était déjà donnée à l'Univers ; mais nous n'avons rien à préciser sur cette cause qui sort de notre sujet. Nous constatons seulement que l'équilibre entre les atomes, tels que nous les avons décrits, a été rompu, et nous en étudions les conséquences physiques.

Un atome isolé dans l'éther émet des ondes de gravitation. A mesure qu'elles se propagent, leur puissance varie comme l'inverse du carré de la distance au centre de l'atome ; mais, s'il se trouve un autre atome dans le voisinage, les ondes pénètrent dans un milieu déjà modifié par les ondes de cet autre atome, elles deviennent excentriques, et déterminent dans l'éther ces états spéciaux que nous avons appelés *movités*. Or, la valeur des movités sur la surface de chaque atome dépend de la masse de ce dernier, c'est-à-dire de sa force pour produire des ondes de gravitation. Elle dépend également de la puissance des ondes de l'autre atome, puissance proportionnelle à la fois à la masse de celui-ci, et à l'inverse du carré de la distance qui sépare les atomes. Chacun d'eux tend donc à se mettre en mouvement sous l'influence de movités dont la valeur varie comme le produit des masses des deux atomes et l'inverse du carré de la distance qui les sépare.

Les movités déterminent le mouvement en électrisant les atomes, et la vitesse s'accélère si l'action des forces attractives se continue. L'énergie latente de la matière passe à l'état sensible.

Lorsque les atomes ont acquis de la vitesse sous l'effet de leur attraction mutuelle, il existe dans l'espace une

masse se mouvant dans une direction, mais une masse égale se meut avec la même vitesse dans la direction inverse, de sorte que la valeur totale du mouvement dans l'univers n'est modifiée ni en grandeur ni en direction. Les atomes n'occupent cependant plus les mêmes places ; l'énergie qui serait capable de ramener ces atomes à leurs positions primitives va donc se manifester ; ce doit être la conséquence du passage de leur énergie de l'état latent à l'état sensible. En effet, les atomes se meuvent l'un vers l'autre, et doivent s'arrêter au contact l'un de l'autre, mais ils possèdent de l'énergie de mouvement, et ne peuvent pas rester ainsi, sinon, le mouvement n'ayant plus lieu, le phénomène serait la disparition d'une certaine quantité d'énergie, avec la formation d'une molécule. Au contraire, lorsque deux atomes forment une molécule, cette énergie devient sensible, et réprésente dans l'univers ce qui pourrait décomposer la molécule et ramener les atomes à leurs positions primitives.

Il nous serait difficile de faire des comparaisons qui puissent représenter ce qui se passe entre les électricités et les movités au moment de l'arrêt des atomes, mais, en restant dans le domaine abstrait, nous pouvons concevoir que l'énergie, qui se trouve représentée par la mise à l'état sensible des électricités, ne disparaît pas sans produire un travail. Comme un ressort qui se détend, et dépasse sa position d'équilibre d'une quantité égale à celle dont il était comprimé, l'atome laisse ses électricités s'inverser, c'est-à-dire se mélanger pour apparaître aussitôt dans l'ordre inverse. Après être arrivés au contact l'un de l'autre, les atomes se trouvent ainsi subitement animés de vitesses inverses de celles qu'ils possédaient au moment où ils se sont rejoints ; rien ne les arrête plus, ils partent dans des directions opposées, et le phénomène peut être comparé à un rebondis-

sement parfait, mais pour la production duquel il n'est pas nécessaire de supposer que la matière soit dure ou élastique.

Dans ce nouveau mouvement, la gravitation détermine une accélération négative de la vitesse des atomes égale à l'accélération positive qu'elle avait produite auparavant : les atomes repassent par les mêmes positions avec les mêmes vitesses, mais inverses, et s'arrêtent aux points d'où ils étaient partis. Les atomes, en se dirigeant l'un vers l'autre, faisaient naître l'énergie qui pouvait les ramener à leurs positions premières.

25.— Au lieu de rebondir, si les atomes restent au contact, ou presque au contact l'un de l'autre pour former une molécule, l'énergie qu'ils renferment prend une autre forme.

Quelles que soient les causes qui puissent empêcher le rebondissement des atomes dans un tel phénomène, leur énergie doit se manifester d'une façon nouvelle que nous allons étudier. Dans l'interversion des électricités déjà considérée comme produisant le rebondissement parfait, nous avons supposé qu'il n'y avait pas la plus petite perte d'énergie ; or les deux électricités agissent l'une sur l'autre, et en même temps sur l'éther où elles déterminent la formation des movités ; celles-ci permettent généralement le déplacement de l'atome, et disparaissent aussitôt, comme nous l'avons vu (14), en rendant à l'atome l'énergie dépensée à les former.

Au contraire, si l'atome ne cède pas à l'action des movités, l'énergie qu'il leur a fournie se trouve perdue pour lui, et reste dans l'éther où les movités forment une onde qui se propage concentriquement à l'atome.

L'action des électricités sur l'éther pendant un court intervalle de temps après l'arrêt de l'atome, fait donc apparaître une onde de movités, pour la production de laquelle

l'atome dépense un peu de l'énergie qu'il renferme sous forme d'électricités.

L'onde de movités se meut et s'éloigne de l'atome, mais elle diffère d'une onde de gravitation en ce qu'elle possède une certaine quantité d'énergie qui pourra produire du travail en un autre point de l'espace. Or l'atome qui rencontre un autre atome est obligé de changer de direction, et ses électricités subissent une interversion qui détermine son rebondissement; mais au contact de l'autre atome, il reste pendant un instant très court sans pouvoir obéir à l'action de ses propres movités, et c'est alors que se détache une onde de movités qui se propage emportant avec elle une certaine quantité d'énergie. Le signe de la movité de l'onde est le même que celui de l'électricité qui l'a produite.

Une telle onde contient de l'énergie. Elle doit agir sur les corps qu'elle rencontrera ; elle possède quelque chose qui relie pour ainsi dire ses diverses parties entre elles, qui forme cet état spécial que les physiciens ont déjà reconnu, et qu'ils ont appelé *vibrations transversales de l'éther*. Nous estimons que cette appellation est impropre, car il n'y a pas de mouvements de particules d'éther, mais il est certain que les divers éléments de l'onde ne peuvent se déplacer indépendamment les uns des autres dans des directions quelconques; ils sont comme reliés, si l'on peut concevoir des liens ou *filaments* non matériels les réunissant les uns aux autres.

Nous pensons donc que l'état de l'éther, soit au passage des ondes de movités, des ondes de lumière, soit au moment où les movités se forment autour d'un atome qui va se déplacer sous l'influence d'une force, doit être qualifié d'état filamenteux, et que les filaments doivent être considérés comme normaux à la direction de la propagation de l'onde.

Nous estimons que le qualificatif de *filamenteux*, quelque inexact qu'il puisse être, est plus propre à faire comprendre les phénomènes physiques que l'expression *vibrations transversales de l'éther*. Nous verrons plus loin le grand rôle que jouent dans les phénomènes de lumière ces espèces de liens, de pseudo-filaments formés dans l'éther.

Chaque élément d'une onde se meut dans la direction normale à la surface de cette onde. Lorsqu'elle possède une forme courbe, sphérique par exemple, sa surface grandit à mesure qu'elle se propage ; aussi la quantité de movités qu'elle renferme, c'est-à-dire son énergie, se répartit-elle dans un volume plus considérable, et la puissance, par unité de surface, varie-t-elle comme l'inverse de la surface totale, ou l'inverse du carré de la distance au centre de la sphère dont l'onde forme la surface.

26. — Lorsque deux atomes forment une molécule en s'arrêtant l'un contre l'autre, les actions intérieures qui produisent l'interversion des électricités agissent d'une façon continue, et font alterner sans cesse les positions de ces électricités. Dans toute interversion, les deux parties de chaque atome produisent dans l'éther des ondes de movités. Si l'atome était immobile, les ondes de movités alternativement positives et négatives se succéderaient à des intervalles infiniment petits ; mais si chaque atome peut prendre un léger mouvement, elles ne se produisent qu'au moment où l'atome change de direction, et les ondes de movités peuvent être séparées par des distances finies. Aussi, quand une molécule ou un atome, dont la course est limitée dans un corps par la position des atomes voisins, oscille entre les limites que ces voisins lui assignent, cette molécule ou cet atome émet-il des ondes formées par des movités alternativement positives et négatives. Celles-

ci se succèdent à des intervalles plus ou moins rapprochés suivant la vitesse de l'atome et la distance qui sépare les extrémités du chemin qu'il doit parcourir.

27. — L'ensemble des deux movités de signes contraires émises successivement par les deux électricités, et se propageant parallèlement l'une à l'autre, forme ce qu'on appelle une onde de lumière ou de chaleur rayonnante. La distance qui sépare la movité positive de la movité négative est la demi-longueur d'onde, la longueur d'onde se comptant de movité positive à movité positive. Les ondes de lumière ont donc une longueur plus ou moins grande suivant la manière dont les atomes oscillent : la longueur d'onde donne à la lumière sa couleur.

En produisant les movités qu'il émet sous forme d'ondes de chaleur ou de lumière, l'atome dépense l'énergie qu'il possédait sous forme d'électricités ; ses mouvements se ralentissent, et le corps dont il fait partie se refroidit.

Dans une onde de lumière ou de chaleur, la séparation des movités positives et des movités négatives n'est pas nettement tranchée ; mais de l'une à l'autre, l'état de l'éther passe par tous les degrés entre le maximum positif et le maximum négatif. La chaleur rayonnante et la lumière sont donc formées de couches de movités alternativement positives et négatives, ces couches ayant une valeur maximum au centre, et passant par l'état neutre de l'une à l'autre, ce que Fresnel a dépeint comme étant dû à des *ondulations de l'éther*.

Ces movités représentent une certaine quantité d'énergie qui ne peut disparaître ; aussi leur est-il impossible de se neutraliser mutuellement. Les différentes parties d'une onde de lumière ne peuvent donc agir les unes sur les autres, pour neutraliser leurs effets, que dans certains cas que nous

examinerons plus loin, lorsque se produisent les phénomènes d'interférence des rayons lumineux.

La longueur d'onde donne à la lumière sa couleur, mais l'intensité lui est donnée par le taux plus ou moins élevé des movités de l'onde, qui provient lui-même de la puissance plus ou moins grande des électricités des atomes. La longueur d'onde est réglée par l'intervalle de temps qui s'écoule pendant une oscillation complète de l'atome, et qui est d'autant plus court que les électricités ont un potentiel plus élevé, et que l'atome a moins de chemin à parcourir.

Dans un corps que l'on soumet à l'action de la chaleur, à mesure que la température s'élève, le potentiel des électricités augmente, et les ondes se raccourcissent; aussi le corps, après avoir émis des ondes de chaleur, émet-il de la lumière à ondes de plus en plus courtes.

28. — Nous voyons maintenant comment nous devons envisager la gravitation, la cohésion, l'électricité, la chaleur et la lumière. Les forces physiques peuvent naître de la réunion des atomes pour former les molécules; mais, quelle que soit la cause qui empêche l'écartement des atomes et fasse passer leur énergie à l'état de chaleur dans l'univers, nous constatons que le résultat physique en est la séparation des cohésivités dans les atomes. Les atomes qui se sont réunis pour former une molécule voient en effet leurs cohésivités se séparer et occuper des positions différentes dans les polyèdres atomiques ou moléculaires. Il semble donc que la séparation des électricités, répandant leur énergie dans l'éther sous forme de movités, fasse perdre à l'atome quelque chose qui retenait les cohésivités mélangées, et produire un changement dans l'état de sa matière. Nous constatons en outre que, plus les atomes se groupent en grand nombre, plus il se dégage de chaleur du composé, et celui-ci tend

alors à devenir solide, à posséder un grand nombre de points de cohésivités différentes. A mesure que les atomes dépensent de l'énergie et fournissent de la chaleur à l'univers, leurs cohésivités occupent un plus grand nombre de positions distinctes sur la surface de chaque polyèdre moléculaire.

CHAPITRE VII.

ÉTATS PARTICULIERS DES ATOMES.

29. Corps simples et corps composés. — 30. Les volumes et les masses. — 31. Corps électro-positifs et électro-négatifs. — 32. Répartition des cohésivités dans les corps. — 33. Propriétés des corps. — 34. Mouvement des molécules.

29. — Jusqu'à présent, nous n'avons point défini l'état intime de la matière, mais seulement examiné de quelle nature peuvent être les forces physiques qui se jouent entre la matière et l'éther, et nous avons vu que les atomes se sont formés en faisant apparaître l'énergie. Cherchons maintenant quel a été le résultat ac quis, et de quelle nature peuvent être les propriétés intimes des atomes.

L'étude du jeu des forces physiques dans la matière et l'éther forme la physique proprement dite; celle des propriétés intimes des atomes, et des phénomènes qui en sont la conséquence, est du domaine de la chimie.

On distingue en chimie les corps simples et les corps composés. Un corps simple n'est formé que d'une espèce d'atomes: si le microscope permettait de les voir, nous ne savons pas s'ils paraîtraient tous semblables dans le même corps, et s'ils conservent la même forme quand le corps passe de

l'état solide à l'état liquide ou gazeux ; mais nous devons admettre qu'on les trouverait équivalents, c'est-à-dire pouvant se substituer les uns aux autres en modifiant leur forme au besoin, sans changer les propriétés des corps.

Quand un corps se compose d'atomes de différentes espèces, on l'appelle corps composé.

Il semble que le nombre d'espèces d'atomes existant dans l'univers doive être infini ; cependant il est très restreint. Sur notre planète, on n'a encore découvert que soixante-dix corps simples. Aucun phénomène physique ou chimique ne nous indique pourquoi, dans l'univers, il s'est formé des atomes différents. Nous ne pouvons donc étudier la cause qui les a différenciés, mais notre étude doit comprendre une hypothèse sur les circonstances de leur formation qui puisse nous rendre compte des phénomènes chimiques que nous observons chaque jour.

30. — Il n'est pas évident que la masse d'un atome doive être proportionnelle à son volume. Le poids atomique de l'hydrogène est 1, celui du mercure est 200 ; cependant les atomes de ces deux corps peuvent se remplacer mutuellement dans certaines combinaisons ; il nous paraît en conséquence probable que les atomes ont des volumes peu différents, quelles que soient leurs masses.

Dans l'univers, l'éther et la matière se trouvent en quantités infinies ; mais dans un volume fini, ces éléments y sont en quantités finies, et le rapport de leurs volumes est également une quantité finie. Le rapport du volume de tout l'éther à celui de toute la matière de l'univers possède une valeur que nous ne connaissons pas, mais qui est finie. Or la matière et l'éther ont apparu avec la séparation de propriétés inverses dans le néant : l'état intime de la matière dépend donc du rapport des volumes que la ma-

tière et l'éther ont pris, et l'on doit supposer que, si le rapport avait été autre, les propriétés de la matière et de l'éther eussent été différentes. Il est permis de supposer que ce rapport n'a pas été le même en tous les points de l'univers; aussi la gravitation a-t-elle pu apparaître avec divers degrés de puissance suivant les points de l'univers où s'opérait la transformation du néant, et il s'est formé des atomes ayant des masses ou poids atomiques très différents quoique possédant des volumes presque égaux.

31. — Les volumes de matière qui formèrent les atomes prirent donc naissance dans des éthers qui se trouvèrent, par ce fait, dissemblables, puisque la somme des propriétés de la matière et de l'éther était toujours constante et égale à zéro. Mais, tandis que les atomes formés restèrent séparés les uns des autres, les éthers se mélangèrent et devinrent un seul éther. Il en résulte que les atomes baignent dans un éther qui n'est pas tout à fait semblable à celui dans lequel ils ont apparu ; aussi chacun d'eux exerce-t-il sur l'éther qui l'environne des actions différentes de celles que produit un atome d'un autre corps.

En effet, considérons un atome de métalloïde, ayant pris naissance avec un taux de gravitation relativement faible, et un atome de métal ayant apparu avec un taux de gravitation plus élevé : l'éther qui les enveloppe subit de la part de ces atomes la même action que s'il était trop concentré autour de l'atome possédant la masse la plus faible, le métalloïde, et trop dilué autour de l'autre, le métal.

L'action de chacun des atomes est de tendre à modifier l'état de l'éther pour le ramener à être semblable à celui dans lequel chaque atome s'est formé. Deux actions inverses sont produites sur l'éther : le métalloïde dilue, éloigne, ouvre l'éther trop concentré ; le métal au contraire rassemble, condense l'éther trop dilué.

Ces actions ne produisent aucun mouvement de l'éther, et ne se manifestent que dans son état intime. Elles sont de même nature que celles que produisent les deux parties d'un corps en mouvement, et qui amènent le déplacement de l'éther en même temps que celui de l'atome ; mais le mouvement n'a pas lieu ici, puisqu'une seule action s'exerce dans un atome.

Ces actions de la matière sur l'éther sont les électricités ; aussi un métalloïde et un métal mis en présence nous paraissent-ils électrisés de signes inverses.

Le métalloïde qui tend à diluer l'éther est électro-négatif par rapport au métal qui se trouve électro-positif.

En conséquence, nous pouvons admettre que lors de la formation des atomes, et quand les électricités ont apparu dans l'univers, l'inégalité des masses et la fusion des éthers ont amené un équilibre électrique spécial dans chaque atome.

Tous les corps sont en effet électro-positifs et électro-négatifs les uns par rapport aux autres.

32. — Au moment de l'apparition des électricités dans l'univers, les cohésivités prenaient également naissance ; et dans des atomes où la gravitation se trouve à des degrés différents, et où les électricités ne sont pas également réparties, l'équilibre a pu s'établir avec prédominance de l'une ou l'autre des cohésivités. Nous admettons que les corps électro-positifs ont généralement un léger excès de cohésivité posivitive, tandis que la cohésivité négative domine dans les corps électro-négatifs. Le classement des corps au point de vue des cohésivités n'a pas été fait. Il est probable qu'il n'est pas identique au classement des corps électro-positifs et électro-négatifs, de même que la liste des corps rangés d'après leur état électrique n'est pas la même

que celle des corps rangés suivant leurs poids atomiques ; cependant ces listes ont des analogies.

Les chimistes ont divisé les corps en deux catégories : les métalloïdes et les métaux. Or, si nous rangeons les corps par ordre du plus électro-négatif au plus électro-positif, nous trouvons tous les métalloïdes d'abord, et tous les métaux ensuite.

Les métaux ont, pour la plupart, des poids atomiques plus élevés que les métalloïdes, et tandis que ceux-ci se présentent souvent sous la forme liquide ou gazeuse, les métaux, en général, sont dans la nature à l'état solide ; ils sont ductiles, et indiquent par leurs caractères que les atomes offrent une grande résistance aux forces qui pourraient tendre à les séparer.

Un excès de cohésivité négative doit amener la répulsion des atomes, et produire l'état gazeux, ou, à un degré moindre, l'état liquide ; un excès de cohésivité positive doit produire une tendance des atomes à rester les uns à côté des autres, mais dans des positions quelconques, ce qui détermine la ductilité, mais non la dureté.

La dureté provient d'une tendance des atomes non seulement à rester les uns près des autres, mais encore à y rester dans la même position ; or il faut pour cela que certains points des atomes s'attirent, et que certains autres points se repoussent. Cela ne se produit, ni avec un grand excès de cohésivité positive, ni de cohésivité négative ; le phénomène a lieu avec l'ensemble des deux cohésivités séparées dans les atomes ; aussi ne devons-nous trouver de tels corps ni parmi les plus électro-négatifs ni parmi les électro-positifs. Et en effet, nous trouvons les corps les plus durs parmi les métalloïdes les plus lourds.

Les différents caractères que présentent les corps simples, les affinités communes que certains d'entre eux possèdent

les ont fait diviser en familles. En général, dans chaque famille, les corps rangés par ordre de poids atomiques le sont également par ordre du plus électro-négatif au plus électro-positif. Parmi les métalloïdes, le plus léger est souvent gazeux, le plus lourd solide. Les températures de fusion et de volatilisation vont en s'élevant; tout semble indiquer un excès de cohésivité négative allant en s'affaiblissant du corps le plus léger au corps le plus lourd.

33. — Ce sont les combinaisons des propriétés données aux atomes par leurs volumes, masses, électricités et cohésivités qui ont formé les différentes propriétés des corps simples. Ces combinaisons pourraient être en nombre infini; or on ne connaît que soixante-dix corps simples, aussi faut-il que les lois qui ont présidé à la formation des atomes soient très simples, mais elles nous échappent encore.

En se réunissant, les atomes de deux ou plusieurs corps simples font naître ce que l'on nomme des corps composés; ceux-ci peuvent à leur tour se combiner ou échanger des atomes, et tous ces phénomènes sont produits par des forces physiques.

On appelle *molécule* le petit édifice formé par plusieurs atomes de corps simples : les molécules d'un corps composé sont semblables entre elles, et se comportent les unes à l'égard des autres, dans un corps composé, comme les atomes dans un corps simple.

Les façons dont s'opèrent les combinaisons et décompositions chimiques sont la conséquence des quantités de gravitation, d'électricité et de cohésivité que renferme la matière. Les atomes qui se combinent pour former une molécule échangent des propriétés; chaque atome modifie pour ainsi dire son état et devient tel que s'il était formé par une autre matière. Le changement d'état se produit en

même temps que la disparition, ou la mise en liberté d'ondes, ce qui nous apparaît le plus souvent comme produisant une absorption ou un dégagement de chaleur.

34. — Les actions des électricités sur les cohésivités et celles des cohésivités sur les électricités, modifiant la forme physique de l'énergie dans les molécules, produisent très probablement un grand nombre de phénomènes que la science n'a pas encore expliqués. Une molécule, qui acquiert les électricités de signes contraires sous l'effet d'une cause intérieure, passe de l'état de molécule au repos à celui de molécule en mouvement.

Le phénomène nous apparaît comme un dégagement de chaleur lorsque la vitesse acquise détermine le mouvement oscillatoire de la molécule. La science n'en donne aucune explication quand le mouvement des molécules d'un corps entraîne, non pas l'élévation de la température, mais le déplacement du corps.

Cette voie nouvelle doit s'ouvrir aux recherches scientifiques ; aussi en ferons-nous mention, à la fin de notre ouvrage, comme conclusion de nos hypothèses.

SECONDE PARTIE.

CHAPITRE I.

MÉCANIQUE.

35. Les lois mathématiques et la physique. — 36. Le mouvement d'un corps. — 37. Le potentiel et la vitesse. — 38. Action d'une force sur un corps en mouvement. — 39. Action d'une force sur un corps au repos. L'accélération. — 40. La masse. — 41. L'attraction newtonienne. — 42. Équilibre des corps suspendus. Rupture de l'équilibre. — 43. Entraînement d'un corps par un autre. — 44. Quantité de mouvement. — 45. Travail et force vive. 46. — Élévation d'un poids. — 47. Mouvement d'un tore.

35. — Dans la première partie de ce travail, nous avons fait des hypothèses, en expliquant un mécanisme imaginaire de la formation des forces physiques. Nous avons maintenant à voir si de telles forces existent sur notre planète ; et, pour nous en rendre compte, nous allons supposer que nos hypothèses sont exactes, et donner l'explication des phénomènes physiques et chimiques au moyen de ces hypothèses. Quand elles nous auront permis de comprendre les phénomènes que la science est restée jusqu'ici impuissante à expliquer, nous croirons pouvoir affirmer que nos hypothèses sont meilleures que celles qui ont été admises jusqu'à présent, et que nous approchons de la vérité.

Dans l'étude des transformations d'énergie, les lois mathématiques indiquent la manière de représenter de façons différentes une même quantité d'énergie ; les mathématiques donnent également les transformations de formules

qui permettent de passer d'une expression à une autre suivant la forme sous laquelle les procédés physiques que l'on emploie font apparaître l'énergie mise en jeu ; mais elles n'expliquent pas la façon dont celle-ci disparaît, se modifie, et reparaît.

Lorsque l'on brûle du charbon dans le foyer d'une chaudière, l'énergie qui se développe sous forme de chaleur peut se transformer de différentes manières ; les lois mathématiques nous indiquent les quantités de lumière ou d'électricité produites correspondant au poids de charbon brûlé, ou la hauteur à laquelle cette énergie permet d'élever une masse déterminée ; mais ces lois ne nous font pas connaître la forme sous laquelle l'esprit peut concevoir l'énergie qui se développe quand le charbon brûle, ni comment elle se transforme par l'intermédiaire des organes de la machine.

Pour combler cette lacune, nous nous proposons ici de laisser les mathématiques de côté, et d'expliquer les phénomènes physiques par le jeu des forces de la nature. L'énergie n'est pas une quantité abstraite qui ne puisse trouver sa place que dans les formules. Elle existe dans la matière et dans l'éther, et l'état de ces deux milieux se modifie lorsqu'une transformation d'énergie s'opère. La mécanique, la physique et la chimie sont donc inséparables, leurs divers phénomènes étant dus au jeu des mêmes forces.

La classification en phénomènes de chaleur, d'électricité, de lumière, n'a rien d'absolu ; mais elle offre pour nous l'avantage d'être commode et connue de tous, aussi la conserverons-nous pour passer en revue une partie des phénomènes de la nature.

La physique étudie les forces qui déterminent les changements dans la position relative des corps (mécanique, lois de la pesanteur, attractions et répulsions électri-

ques et magnétiques) ainsi que les modifications de l'état des corps n'altérant point la constitution des molécules (fusion, vaporisation, solidification). On réserve à la chimie l'étude des transformations des corps quand les atomes se groupent pour former un composé, ou se séparent en produisant la décomposition, bien que ces phénomènes aient lieu sous l'action des forces physiques. Nous ne nous occupons donc, en traitant de la physique, que de molécules sans en connaître la composition en atomes, ou d'atomes envisagés comme molécules de corps simples.

36. — L'étude du mouvement est la branche de la science où les mathématiques jouent le plus grand rôle. Les forces, les distances, les intervalles de temps entrent comme quantités abstraites dans des formules que l'on traite par les mathématiques. Le mouvement d'un corps nous est révélé par son déplacement, et non par une modification physique de l'état du corps, aussi semble-t-il que les phénomènes de mouvement ne puissent être que du ressort des mathématiques.

Le phénomène du mouvement a cependant un côté physique : une modification qui ne frappe pas nos sens se produit dans l'état intime du corps qui se déplace. Des phénomènes intermoléculaires ont lieu, et les formules de mathématiques ne font que traduire en chiffres les résultats physiques que nous allons étudier.

Un corps se compose d'atomes, petits volumes de matière entourés d'éther : la matière est incompressible; l'éther est incompressible. Dans chacun des atomes d'un corps en mouvement se passe le phénomène qui produit le déplacement de l'éther autour de l'atome et celui de l'atome dans l'éther, sans qu'il y ait eu compression de l'éther ; tous les atomes subissent l'action de la cause qui entretient le mouvement, et le corps se meut.

Nous avons vu (13) que le mouvement prend naissance sous l'influence d'une modification de l'état de la matière que nous avons appelée *électricité*. L'atome en mouvement est partagé en deux parties qui sont électrisées de signes contraires : l'électricité négative se trouve dans la partie du côté vers lequel l'atome se meut ; l'électricité positive est dans la partie opposée. L'électricité est un état de la matière différent de l'état ordinaire: sous son influeuce, l'éther se modifie au contact de la matière électrisée ; un échange de propriétés a lieu entre les parties de l'éther qui se trouvent sur les deux faces de l'atome, et les movités positives et négatives se forment dans l'éther. Ces movités amènent le déplacement de l'éther en même temps que se produit le mouvement de l'atome.

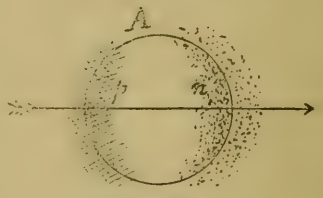


Fig. 15.

Nous disons donc qu'un atome en mouvement a ses deux moitiés électrisées de signes contraires. Soit A (fig. 15) un tel atome. La partie n électrisée négativement agit sur l'éther, et y détermine la formation de movité négative; elle y dépense une petite quantité $\Delta\varepsilon$ d'électricité, ce qui abaisse le potentiel de la partie n. En même temps, la partie p agit sur l'éther, et forme de la movité positive en dépensant une quantité égale $\Delta\varepsilon$ d'électricité, ce qui diminue la valeur du potentiel de p. La différence de potentiel entre n et p est donc amoindrie; mais l'éther a été modifié, et une couche de movités positives et négatives entoure l'atome. Celui-ci subit alors un déplacement élémentaire, et ce mouvement produit dans l'éther une détente qui fait disparaître les movités. Mais ces movités ne disparaissent qu'en rendant à l'atome l'énergie qu'elles lui avaient empruntée, et la différence de potentiel entre n et p redevient ce qu'elle était

primitivement. Les deux parties n et p agissent de nouveau sur l'éther, le phénomène se reproduit, et ainsi de suite.

Le mouvement uniforme est donc déterminé par une série de déplacements élémentaires égaux, ayant lieu dans des espaces de temps très petits, et se succédant sans interruption, ce qui nous donne l'impression d'un mouvement continu.

37. — La couche de movités qui se forme autour d'un atome, et en détermine le déplacement, a une valeur proportionnelle à la différence de potentiel qui existe entre les deux parties de l'atome ; or la valeur des movités qui se forment sous l'action des électricités règle la grandeur de chaque déplacement élémentaire que subit l'atome ; et comme la rapidité de succession de ces déplacements élémentaires reste constante quelle que soit leur grandeur, la vitesse d'un corps animé d'un mouvement uniforme se trouve réglée, et en conséquence mesurée par la différence de potentiel qui existe entre les deux côtés électrisés des atomes de ce corps.

38. — Les électricités d'un atome font apparaître autour de lui les movités. Les ondes de force rendues excentriques à l'atome par l'action des ondes émanant d'un autre atome déterminent également la formation de movités. Admettons donc que pendant qu'un atome A se meut dans le sens XY (fig. 16), il soit soumis à l'attraction d'un atome situé dans la direction Y. En vertu de la différence de potentiel exis-

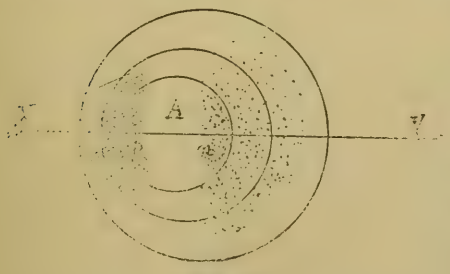


Fig. 16.

tant entre ses deux parties n et p, l'atome A fait naître autour de lui une couche de movités; mais, en même temps, les ondes excentriques amènent la formation d'une autre couche de movités dont l'effet s'ajoute à celui de la première. Le déplacement élémentaire Δs que subissait l'atome se trouve augmenté et devient $\Delta s + \Delta' s$; la quantité $\Delta \varepsilon$ d'électricité que l'atome a dépensée pour produire les movités lui est rendue augmentée d'une quantité $\Delta' \varepsilon$ provenant des movités formées par les ondes; la différence de potentiel existant entre les deux parties de l'atome s'accroît, et la vitesse V de l'atome devient égale à $V + \Delta V$. L'action des ondes se continue, et, à chaque déplacement élémentaire, la différence de potentiel, ou la vitesse de l'atome, se trouve accrue d'une quantité ΔV. Le mouvement de l'atome est dit uniformément accéléré.

Le mouvement est retardé lorsqu'un atome se meut vers un corps qui le repousse, ou s'éloigne d'un corps qui l'attire. En ce cas, l'atome produit ses movités; mais les ondes excentriques neutralisent une partie de l'effet des movités de l'atome. Celui-ci ne reçoit plus alors qu'un déplacement élémentaire $\Delta s - \Delta' s$, et la quantité d'énergie $\Delta \varepsilon - \Delta' \varepsilon$ qui lui est rendue est inférieure à celle qu'il a perdue. Les deux parties électrisées de l'atome ne retrouvent plus l'énergie qu'elles dépensent; aussi leur différence de potentiel diminue-t-elle, ainsi que la vitesse du corps.

Lorsque les ondes excentriques agissent dans une direction $X' Y'$ (fig. 17) autre que celle XY de la trajectoire de l'atome, les couches de movités qui se forment sous l'action des ondes de la force attractive ou

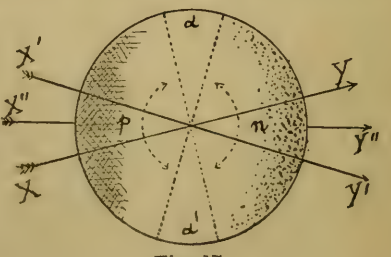


Fig. 17.

répulsive s'ajoutent aux autres dans les parties n et p et les neutralisent dans les parties α et α' ; elles produisent un déplacement du centre de la charge électrique des deux moitiés de l'atome ; les movités agissent dans une nouvelle direction $X'' Y''$, et la trajectoire de l'atome s'infléchit.

39. — Quand un atome au repos est soumis à l'attraction d'un corps, il se forme autour de lui, sous l'influence des ondes, une couche de movités déterminant son déplacement élémentaire en donnant à ses deux moitiés une différence de potentiel Δe qui correspond à une vitesse Δv. L'atome conserve cette vitesse indépendamment des actions qui sont produites sur lui ; aussi, chaque nouveau déplacement élémentaire donne-t-il à l'atome une nouvelle différence de potentiel Δe, et la vitesse de l'atome devient-elle $2\,\Delta v$, $3\,\Delta v$, etc. Si la force agissant sur l'atome est constante, et au bout d'un espace de temps $n\,\Delta t$, sa vitesse est devenue $n\Delta v$. Le rapport $\frac{n\,\Delta v}{n\,\Delta t}$ de la vitesse que possède l'atome au temps qu'il a mis à l'acquérir est constant, et égal au rapport $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ de la vitesse élémentaire que prend l'atome au moment du premier déplacement, au temps pendant lequel se produit le phénomène. Ce rapport est ce qu'on appelle l'*accélération*.

L'accélération est proportionnelle à Δv, c'est-à-dire à la différence de potentiel Δe que prennent les deux parties d'un atome sous l'influence des movités que forment les ondes au moment où l'atome cède à leur action. La quantité d'énergie que les movités donnent à chacun des atomes d'un corps sous forme d'électricités dépend de la valeur des ondes qui produisent les movités : la valeur plus ou moins grande de cette première couche de movités mesure donc la force qui agit sur le corps.

40. — Lorsque le corps subit le premier déplacement élémentaire, l'énergie contenue dans la couche de movités formée par les ondes pénètre dans chaque atome, et donne à ses deux parties une différence de potentiel Δe dont la valeur dépend des atomes sur lesquels elle agit; c'est-à-dire qu'une même couche de movités ne donne pas la même différence de potentiel Δe, ou la même vitesse Δv à tous les atomes.

Des quantités égales d'électricité, enfermées dans des condensateurs différents y acquièrent des potentiels inversement proportionnels aux capacités des condensateurs ; de même, des quantités d'énergie q, introduites par les movités dans des atomes, y produisent des différences de potentiel Δe, $\Delta' e$, inversement proportionnelles aux masses de ces atomes $\Delta e = \frac{q}{m}$, $\Delta' e = \frac{q}{m'}$, d'où $q = m\,\Delta e = m'\Delta' e$. La quantité q d'énergie est représentée pour chaque atome par l'expression $m\,\Delta e$ ou $m\,\Delta v$ que l'on appelle *quantité de mouvement :* c'est la valeur de chaque couche de movités formée pendant le premier espace de temps Δt. Or la valeur de ces couches de movités produites pendant des espaces de temps infinitésimaux représente également la puissance de la force qui produit les ondes ; aussi peut-on poser l'équation $F = m\,\frac{\Delta v}{\Delta t}$; ou, si nous représentons l'accélération par J, $F = mJ$.

41. — La valeur de la force F se mesure dans la première couche de movités formée autour de l'atome sous l'action de cette force lorsque le corps est au repos. Ces movités sont produites par les ondes des deux corps qui s'attirent ; elles sont proportionnelles à la puissance de chacune de ces ondes au contact de l'atome considéré ; or les unes sont celles que l'atome émet, et, si nous considérons le cas

de l'attraction newtonienne, leur valeur est proportionnelle à celle de la masse m de l'atome ; les autres émises par l'autre corps de masse m', ont une valeur proportionnelle à $\frac{m'}{d^2}$ (d représentant la distance de l'atome à ce corps). La valeur de la couche de movités, c'est-à-dire la force attractive, est donc représentée par $\frac{m\,m'}{d^2}$.

Quand la Terre attire plusieurs corps de masses m, m', m'', il se forme autour des atomes de chacun d'eux des couches de movités dont la puissance dépend de la valeur des ondes émises par la Terre $\frac{M}{d^2}$, valeur constante pour les trois corps. L'énergie des couches de movités est également proportionnelle à celle des ondes émises directement par les atomes de masses m, m', m'' ; les couches de movités sont donc mesurées par les produits $\frac{m\,M}{d^2}$, $\frac{m'\,M}{d^2}$, $\frac{m''\,M}{d^2}$. Ces différentes couches de movités introduisent dans les atomes des quantités d'énergie ou quantités de mouvement proportionnelles aux masses ; mais le potentiel déterminé dans chaque atome est à la fois proportionnel à la quantité de mouvement et inversement proportionnel à la masse ; aussi le potentiel est-il constant, et les vitesses que prennent les différentes masses sont-elles égales.

Les corps attirés par la Terre tombent tous dans le vide avec la même vitesse.

42. — Nous avons vu (39) comment s'opère la mise en mouvement d'un corps sous l'influence d'une force agissant par l'intermédiaire d'ondes qui font naître les movités et les électricités. Dans ce cas, tous les atomes sentent l'influence de la force, et le corps ne subit pas de déformation. Aucun phénomène mettant en jeu les cohésivités ne se produit entre les molécules.

Ce cas n'est pas le plus général. Un corps soumis à l'action d'une force, l'attraction de la Terre, par exemple, est souvent retenu par des liens matériels, et reste immobile. Mais si l'attraction est assez forte, c'est-à-dire si la masse du corps est assez grande, les liens se déforment : la corde qui suspend un poids se rompt ; on voit un bloc de pierre écraser le morceau de bois sur lequel il s'appuie.

Le phénomène se passe de la façon suivante.

Les molécules d'un corps sont maintenues dans les positions qu'elles occupent les unes par rapport aux autres, par les cohésivités positives et négatives qui se font équilibre. Soit A une molécule retenue dans une position invariable (fig. 18), B une autre molécule sollicitée à descendre par une force telle que la gravitation, A et B faisant partie du même corps. Il se forme autour de B une couche de movités de puissance ε qui tend à éloigner B de A ; mais aussitôt, les cohésivités positives de B et de A font naître autour de B une couche de movités de même puissance ε qui tend à rapprocher B de A. Ces deux couches de movités se font équilibre, et B ne cède pas à l'action de la gravitation.

Fig. 18.

Lorsqu'en dessous de B (fig. 19), il y a d'autres molécules telles que C, D, E, etc., l'équilibre entre A et B ne s'établit plus dans les mêmes conditions. La couche de movités due à l'action de la gravitation produit la tendance à descendre de la molécule E ; sa valeur est ε ; mais le mouvement de E est arrêté par l'action des cohésivités positives de D et de E qui forment une couche de movités de puissance ε tendant à produire le mouvement de E vers D, et de D vers E. Or D est sollicité à descendre par la gravitation en même temps

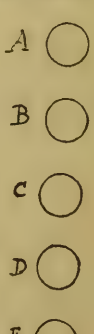


Fig. 19.

que par les cohésivités positives de E ; il se forme donc autour de lui une couche de movités de puissance 2ε à laquelle doivent faire équilibre les cohésivités positives de C et de D.

Les movités qui se forment autour de C se composent de la couche de valeur 2ε due aux cohésivités positives de C et de D, et de la couche de valeur ε produite par la gravitation ; elle a une puissance 3ε à laquelle font équilibre les cohésivités positives de B et de C ; et ainsi de suite.

Lorsque le nombre n des molécules est assez grand pour que la valeur $n\varepsilon$ ne puisse plus être équilibrée par les cohésivités, la rupture a lieu.

Le phénomène se passe de la même manière lorsque le corps repose sur le sol au lieu d'être suspendu ; mais, en ce cas, ce sont les cohésivités négatives qui forment les movités pour équilibrer l'action de la gravitation.

43. — Lorsque l'entraînement d'un corps par un autre se produit, il y a passage d'une partie de la quantité de mouvement du corps entraînant dans le corps entraîné. Nous constatons le phénomène, aussi devons-nous expliquer le mécanisme du passage des électrités du corps en mouvement dans le corps au repos.

Quand nous regardons un train de chemin de fer se mettre en marche, le passage des électricités des molécules de la vapeur dans tous les atomes des wagons par l'intermédiaire des organes de la machine et des crocs d'attelage s'opère sous nos yeux : pour comprendre le phénomène, voyons d'abord ce qui se passe entre deux atomes.

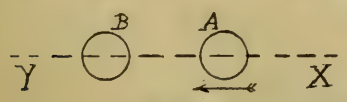


Fig. 20.

Soit A un atome, animé d'une vitesse V, se dirigeant vers un atome B (fig. 20). L'atome A pénètre dans la zone d'action des cohésivités négatives de B, et les deux atomes se re-

poussent ; c'est-à-dire que sous l'influence des cohésivités négatives, il se forme autour de *B* une couche de movités qui produit le déplacement de *B* dans le sens *XY*, pendant que des movités, agissant pour déplacer *A* dans la direction *YX*, apparaissent autour de lui. Ces movités de valeur égale à celles qui se sont développées autour de *B* neutralisent en partie les électricités de *A* dont la vitesse diminue. *A* continue son mouvement avec une vitesse amoindrie et se rapproche encore de *B* : une nouvelle couche de movités de potentiel plus élevé se forme sous l'influence des cohésivités négatives des atomes qui sont maintenus plus près l'un de l'autre ; la vitesse de *B* augmente tandis que les électricités de *A* s'affaiblissent. Le phénomène se continue jusqu'à ce que *B* et *A* se trouvent avoir la même vitesse.

La quantité d'énergie que l'atome *B* reçoit des movités qui se forment autour de lui, est égale à celle qui est neutralisée dans l'atome *A* par les movités, quand celles-ci retardent son mouvement. L'énergie de l'ensemble du système des deux atomes ne varie donc pas.

Quand les atomes *A* et *B* font partie de deux corps différents, le phénomène est le même. L'entraînement des atomes qui se trouvent au point de contact des corps se fait comme nous l'avons indiqué. Les autres atomes du corps entraînant viennent, par leurs cohésivités, entretenir le mouvement des atomes tels que *A*, tandis que les atomes tels que *B*, dès qu'ils sont en mouvement, doivent partager leur énergie avec leurs voisins qui réagissent sur les suivants, et ainsi de suite.

Dans la machine à vapeur, les molécules de vapeur partagent leur quantité de mouvement avec le piston. Les molécules du piston poussent celles des tiges, bielles, manivelles, etc. ; et, dans toutes ces pièces travaillant par com-

pression ou par extension, les cohésivités négatives ou positives forment des movités de puissances égales aux deux extrémités des organes de la machine, et les unes sont mises en liberté, rendant sensible le travail produit par la machine, pendant que les autres neutralisent une quantité égale d'énergie fournie par la vapeur.

Il n'y a donc pas, à proprement parler, de transport d'énergie le long des tiges du piston de la machine, mais les quantités de mouvement renfermées dans les molécules de vapeur ne disparaissent qu'autant qu'elles produisent des movités par l'intermédiaire des cohésivités des molécules voisines, et comme le phénomène se propage de molécule à molécule, tout se passe comme si l'énergie se déplaçait le long des tiges du piston par l'intermédiaire des cohésivités.

Les cohésivités positives et négatives ne forment les movités qu'au moment où les molécules s'éloignent ou se rapprochent les unes des autres ; aussi voyons-nous le corps qui transmet l'énergie s'allonger ou se raccourcir.

Généralement, les molécules reprennent leurs positions relatives quand l'énergie est transmise ; le corps n'a pas subi de déformation durable, et l'on dit alors que la limite d'élasticité n'a pas été dépassée. Mais, si les movités à transmettre sont assez puissantes pour écarter ou rapprocher les molécules d'une quantité telle que les cohésivités ne puissent plus les ramener ensuite à leurs positions primitives, la limite d'élasticité est dépassée, le corps se déforme ou se brise.

La formation des movités, le déplacement des molécules, la réaction des cohésivités, ne se produisent pas instantanément ; aussi des phénomènes différents ont-ils lieu dans des conditions qui pourraient nous paraître semblables au premier abord. Nous remarquons en effet que des

quantités égales d'énergie à transmettre peuvent occasionner des effets dissemblables.

Examinons le cas d'une grande masse se mouvant avec une faible vitesse et venant choquer un corps. La vitesse étant petite, la couche de movités qui agit au point de contact sur les molécules du corps choquant est neutralisée par une faible réaction des cohésivités : ces cohésivités transmettent de proche en proche les movités qu'elles déterminent pendant que toutes les molécules de la masse choquante rendent aux molécules voisines du point de contact l'énergie qui vient d'être neutralisée par les cohésivités du corps choqué. Une partie de la quantité de mouvement du corps choquant passe dans le corps choqué sans que ces deux corps soient déformés.

Le phénomène est différent si la même quantité de mouvement est renfermée dans une masse beaucoup plus petite : en ce cas, la vitesse est plus grande, et les movités des molécules voisines du point de contact ont une puissance plus considérable. Les molécules du corps choqué cèdent à l'action de ces movités, mais leurs cohésivités n'ont pas le temps de neutraliser les movités avant d'avoir dépassé les limites de leurs mouvements oscillatoires ordinaires, le corps choqué se déforme. Mais la masse du corps choquant étant faible, la valeur des movités des molécules du point de contact n'est pas entretenue longtemps par les autres molécules ; la vitesse du corps choquant décroît rapidement ; et le corps choqué, après avoir eu quelques molécules écartées de leurs positions primitives, ne reçoit plus qu'une très faible quantité de mouvement.

Comme application, nous rappelons que pour enfoncer un clou sans le déformer, il faut prendre un marteau lourd et frapper modérément ; tandis que, si l'on veut faire du rivetage, il faut au contraire frapper fort avec un marteau relativement léger.

44. — Nous avons étudié les actions moléculaires qui se produisent dans le cas de la mise en mouvement d'un corps par une force, ou de l'entraînement d'un corps par une masse en mouvement. Leur étude nous permet de comprendre le phénomène, mais elle doit, de plus, nous conduire à établir les lois mathématiques déjà connues de l'entraînement des corps, ainsi que celles qui régissent les travaux d'un moteur ou d'une masse en mouvement.

Lorsqu'un corps de masse M est soumis à l'action d'une force F, il prend une accélération J telle que $F = MJ$. M nous fait connaître la capacité du corps au point de vue de la quantité de movités qu'il peut emmagasiner sous forme d'électricités ; J indique l'augmentation de potentiel qui se produit lorsque chaque onde de movités pénètre dans les atomes.

Au bout d'un certain temps t, $Ft = MJt = MV$.

MV représente la quantité d'électricités que renferme le corps, c'est-à-dire ce qu'il partage avec d'autres masses qu'il entraîne, ou ce qu'il rend quand on l'arrête.

Soit M une masse en mouvement et rencontrant une masse M'. Par suite des réactions des cohésivités que nous avons expliquées (43), une partie des électricités de la masse M se trouve neutralisée par les movités dues aux actions des cohésivités, pendant qu'une quantité égale d'électricités est introduite dans les atomes de la masse M' ; le potentiel s'égalise, et devient V'. La quantité de mouvement que perd la masse M est donc égale à $M(V - V')$; celle qu'acquiert la masse M' est égale à $M'V'$. Ces quantités sont égales.

$$M(V - V') = M'V'$$

d'où $$MV = (M + M')V'.$$

La quantité de mouvement reste constante ; et la formule ci-dessus nous donne la loi mathématique du partage

des quantités de mouvement quand un corps en entraîne un autre.

45. — Bien que MV représente la quantité d'énergie[1] renfermée dans un corps en mouvement, l'expression $Ft = MV$ ne se plie pas à toutes les exigences des calculs industriels, et particulièrement, en mécanique, aux calculs des travaux effectués par les corps en mouvement, ou par les générateurs de puissance.

Lorsqu'une machine à vapeur soulève un poids, déplace une résistance, on dit qu'elle travaille. Pour comparer la puissance des diverses machines, on a dû choisir une unité de travail, et l'unité adoptée en France a été le kilogrammètre, c'est-à-dire le travail qu'il faut développer pour soulever de 1 mètre un poids de 1 kilogramme.

Or un poids maintenu immobile exerce une certaine pression sur ses points d'appui sous l'action de la pesanteur : le soulever exige un travail. Par ailleurs, déplacer un corps sur une surface horizontale malgré les frottements qui tendent à maintenir le corps immobile est un travail. Un travail est donc un phénomène qui consiste à déplacer un corps dans une direction inverse de celle vers laquelle il est sollicité à se mouvoir par une force, ou à déplacer un corps malgré l'action d'une force qui tend à le maintenir immobile.

Que se passe-t-il dans les atomes d'un corps que l'on déplace en produisant un travail ?

Représentons en M une masse suspendue par un fil au

[1] En mécanique, énergie et force vive sont synonymes. Pour nous, énergie est synonyme de movités ou électricités capables de produire un phénomène. Une quantité de mouvement MV nous représente de l'énergie aussi bien que la force vive $\frac{1}{2} MV^2$.

point p (fig. 21). La gravitation détermine autour de chacun des atomes de la masse M une couche de movités tendant à faire descendre le corps avec une accélération J. Soit F ou MJ la valeur de ces movités. F est la force qui agit sur le corps, $F = MJ$.

Fig. 21.

Pour soulever le corps, il faut déterminer dans la masse M la formation de movités un peu supérieures, comme potentiel, à celles qui sont produites par la gravitation, et inversement placées, pour neutraliser les premières, et déterminer ensuite le mouvement ascendant. Or, aussitôt que ces movités inverses apparaissent, le corps subit un petit déplacement élémentaire de bas en haut, mais l'action MJ ou F de la gravitation arrête le corps dès que celui-ci s'est déplacé d'une quantité correspondante à l'excès des movités ascendantes sur les movités produites par la gravitation. Il faut donc former de nouvelles movités pour déterminer un nouveau mouvement ascendant, et nous voyons que le phénomène se passe comme si, le corps étant libre, l'action d'une force ascendante produisait successivement des movités donnant au corps des déplacements élémentaires sans que le corps acquière des électricités pour entretenir son mouvement. En ce cas, si la force F mesure la puissance des couches de movités, la quantité totale de movités qu'il faut dépenser est proportionnelle à cette force F, et à l'espace S que le corps a parcouru par déplacements successifs infinitésimaux, chaque déplacement correspondant à la dépense d'une onde de movités. Le travail à produire, c'est-à-dire la quantité de movités à dépenser est donc mesurée par le produit FS.

Le produit FS nous permet de mesurer et de comparer entre eux divers travaux, mais il ne nous indique pas d'une façon précise quelle est la quantité de movités dé-

pensées. Nous les mesurons généralement par le potentiel auquel elles élèvent les électricités dans les atomes ; nous devons en conséquence chercher la valeur de FS en fonction de la masse M d'un corps, et du potentiel V auquel les movités élèvent les électricités dans les atomes de la masse M. Il faut donc chercher quelle est la masse M, animée d'une vitesse V, qui pourrait produire le travail FS.

Pour produire le travail FS, nous avons introduit successivement dans le corps à soulever des couches de movités qui ont amené des déplacements élémentaires. Supposons que nous introduisions instantanément dans le corps toutes les movités que nous lui avons données successivement ; il va se trouver animé d'une vitesse ascendante V ; son mouvement sera retardé par l'action de la pesanteur, et il arrivera sans vitesse au point où nous l'avons amené précédemment par petits déplacements successifs. La vitesse V que le corps acquiert sous l'action de toutes les movités qu'il doit dépenser pendant sa course ascendante est celle que nous cherchons. Or le mouvement ascendant étant uniformément retardé, cette vitesse est égale à celle qu'aurait acquise le corps, abandonné à lui-même, après avoir parcouru l'espace S, en tombant sous l'action de la pesanteur.

La masse M, soumise à l'action de la force F, tombe avec une accélération J. $F = MJ$. Elle a parcouru l'espace S au bout d'un temps t donné par la relation

$$S = \frac{1}{2} J t^2.$$

Donc $FS = MJ \times \frac{1}{2} J t^2 = \frac{1}{2} M J^2 t^2$,

et comme, au bout du temps t, la vitesse V est égale à Jt, nous avons l'égalité $FS = \frac{1}{2} M V^2$.

Pour bien comprendre la signification physique de cette

formule, représentons-nous les couches de movités de valeur F que la résistance forme d'une façon continue pendant que la masse parcourt l'espace S; ces couches de movités abaissent le potentiel des électricités, et le travail produit est proportionnel à la quantité d'électricité ainsi neutralisée, MV; mais la masse possède une vitesse V au moment du départ, et, tant que ses électricités ne sont pas neutralisées, elle se déplace ; aussi l'espace parcouru est-il proportionnel à la moitié de la vitesse initiale.

Ainsi donc une masse M animée d'une vitesse V possède une certaine quantité d'énergie (sous forme d'électricités) que nous appelons quantité de mouvement, et que nous mesurons par le produit MV, lorsque les électricités se répandent dans différents corps sans se neutraliser.

Quand, au contraire, les électricités qui forment l'énergie enfermée dans la masse, doivent produire un travail et être neutralisées (ce que nous appelons une transformation d'énergie), nous nommons force vive l'énergie enfermée dans la masse, et nous la mesurons par l'expression $\frac{1}{2}MV^2$, qui nous donne le produit de 3 facteurs, M, V, $\frac{1}{2}V$, la masse, le potentiel des électricités, et la demi-hauteur du potentiel, le potentiel devant descendre de V à zéro pendant la durée du travail.

46. — Comme application de ce qui précède, nous répondons à la question de Hirn, que nous avons citée dans l'épigraphe de cet ouvrage : « Que se passe-t-il dans la » masse que nous soulevons lentement à une certaine hau» teur en dépensant du travail mécanique ? » En soulevant la masse, nous introduisons en elle, sous forme de movités, tout le travail mécanique que nous dépensons : ces movités sont constamment neutralisées par l'action de la gravita-

tion ; et la masse, parvenue à la hauteur à laquelle nous l'avons élevée, est dans le même état physique que précédemment ; mais cette masse, abandonnée à elle-même, récupère, dans sa descente, une quantité de movités égale à celle que nous avons introduite en elle, si elle tombe librement ; et, au moment où elle passe au point qu'elle occupait primitivement, elle possède, sous forme d'électricités qui lui donnent de la vitesse, toute l'énergie que nous avons dépensée à la soulever.

Si la masse n'est pas libre, et produit du travail en descendant, ses électricités sont neutralisées au fur et à mesure qu'elles se développent sous l'action de la pesanteur, et la masse rend une quantité d'énergie égale à celle que nous avons introduite en elle quand nous l'avons élevée.

47. — Nous trouvons également une application de nos théories dans l'explication des mouvements des solides de révolution autour de leurs axes.

Supposons que toute la matière d'un corps, qui tourne autour d'un axe *A B*, soit concentrée dans un tore (fig. 22). Le centre de gravité de ce corps, est au centre de figure du tore en *G*. Nous supposons que le tore *m t' n t* tourne dans le sens qu'indiquent les flèches, et qu'il est suspendu par un point *A* de l'axe, plus élevé que le centre de gravité. Le tore est soumis à l'action de la pesanteur : la résultante de toutes les forces agissant sur chacun des atomes peut être représentée par une force *G P* qui est verticale si le tore ne tourne pas. En effet, à tout instant, sous l'influence

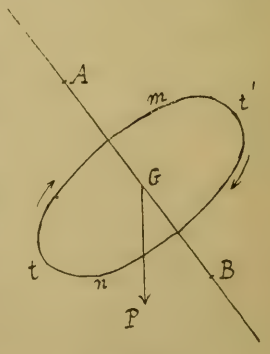


Fig. 22.

de la gravitation, il se forme sur chaque atome des couches de movités qui tendent à produire le mouvement et nous donnent l'impression de la pesanteur du corps. Si le tore ne tourne pas, il se met à osciller autour de *A* dans un plan vertical ; mais lorsqu'il est animé d'un mouvement de rotation, la direction *GP*, qui est donnée par la manière dont les couches de movités sont disposées sur les atomes, a cessé d'être verticale au moment où une oscillation commence à se produire. L'impulsion a lieu dans une direction oblique. La première couche de movités disparaît. Il s'en forme une nouvelle agissant verticalement en *G*, mais le tore tourne, et sa direction n'est plus verticale au moment où elle disparaît en provoquant un nouveau déplacement élémentaire de *G*. Il en résulte que le tore oscille comme s'il était soumis à l'action d'une force oblique décrivant un cône, et faisant un angle constant avec la verticale et avec l'axe *A B* du tore. *A B* décrit donc un cône. On appelle ce mouvement *mouvement de précession*.

Nous voyons que le sens du mouvement de précession dépend du sens du mouvement de rotation. Si le tore est suspendu en *B*, le centre de gravité se trouve au-dessus du point de suspension ; le phénomème est semblable, mais le mouvement de précession est inverse du précédent pour le même sens de rotation du tore.

Quand le tore est suspendu par son centre de gravité, l'axe ne change pas de direction.

CHAPITRE II.

LA CHALEUR.

48. Phénomènes de chaleur. — 49. Électricités et cohésivités. — 50. Mouvements oscillatoires des atomes. — 51. Chaleur rayonnante. — 52. Conductibilité.

48. — La chaleur n'est pas une force; la chaleur est le résultat d'un phénomène. Un atome isolé ne peut pas être chaud; mais, dans un groupement d'atomes, il contribue à produire les phénomènes qui nous donnent l'impression de la chaleur.

Dans la plupart des corps, sinon dans tous, les atomes ne se trouvent pas au contact les uns des autres; une couche d'éther les sépare, et ils sont maintenus par les cohésivités dans les positions relatives qu'ils occupent les uns par rapport aux autres. Dans ces conditions, sous l'influence de causes multiples, les atomes peuvent se trouver dérangés de leur position d'équilibre. Ils y sont alors ramenés par les actions des cohésivités; mais la vitesse avec laquelle ils reviennent à leur position moyenne la leur fait dépasser, et il en résulte des oscillations continuelles des atomes.

Ce sont ces oscillations qui forment ce que l'on appelle la chaleur d'un corps; le nombre et la grandeur des oscillations des atomes, ainsi que leurs vitesses, déterminent la température du corps.

Un atome ne se meut que lorsqu'il possède de l'électricité négative et de l'électricité positive occupant deux côtés opposés. L'électricité joue donc un rôle dans les mouvements oscillatoires des atomes. Par ailleurs, nous savons que la chaleur modifie les états physiques des corps, et

que ces états physiques sont dus (23) à l'action des cohésivités. Or, dans les changements d'états physiques, il y a absorption ou dégagement de chaleur, c'est-à-dire disparition apparente d'électricité, ou manifestation de mouvements oscillatoires.

L'étude de la chaleur est donc l'étude des phénomènes dus au jeu des électricités et des cohésivités, lorsque les molécules reçoivent ou perdent de l'énergie.

49. — Les électricités déterminent le mouvement des atomes, et nous avons vu au chapitre précédent quels sont les phénomènes qui produisent les changements de vitesse des corps. Pendant les mouvements oscillatoires des atomes, le jeu des électricités diffère légèrement de celui que nous avons décrit. L'électricité et la cohésivité peuvent se mélanger, produisant ainsi un état de la matière qui n'est pas identique à l'électricité et à la cohésivité proprement dite. Ne lui donnons pas un nom nouveau : ce sera pour nous de l'*électricité renfermant de la cohésivité.*

Nous avons demandé à l'esprit du lecteur de concevoir les modifications de l'état de la matière que nous avons appelées *électricités* et *cohésivités*. Pour l'étude des phénomènes de chaleur, il faut que l'esprit conçoive en outre les différentes actions que l'électricité et la cohésivité peuvent exercer l'une sur l'autre. Nous savons la différence qui existe entre la matière électrisée et la matière non électrisée ; nous devons concevoir également une matière renfermant des cohésivités et des électricités mélangées ; autrement dit, il nous faut comprendre qu'un atome possédant les deux électricités séparées, et étant en conséquence un atome en mouvement, puisse ne pas se comporter exactement comme nous l'avons dit précédemment lorsque les électricités renferment des cohésivités. En ce cas, les cohési-

vités n'ont plus d'action sensible pour provoquer l'attraction ou la répulsion des atomes et pour déterminer leur forme polyédrique ; elles se trouvent pour ainsi dire à l'état latent dans les atomes, mais toute dépense d'énergie qui amène une perte d'électricités laisse reparaître dans les atomes les cohésivités que les électricités avaient absorbées. Quant aux électricités, les propriétés nouvelles qu'elles acquièrent en absorbant les cohésivités se manifestent dans les mouvements oscillatoires des atomes et différencient les électricités produisant ces mouvements de celles qui entraînent le corps en entier.

50. — Un corps se compose de molécules ou d'atomes, polyèdres plus ou moins réguliers, dans lesquels les cohésivités positives occupent les sommets, et les cohésivités négatives le centre des faces.

Les cohésivités sont des dérivées de la gravitation (22), et leur mélange ne laisserait dans les atomes d'un corps que l'attraction newtonienne. Suivant la position qu'elles occupent sur la surface de chaque atome, l'action de l'une des cohésivités se trouve prépondérante, et à une certaine distance, les actions des cohésivités de noms contraires se font équilibre. Quand les atomes se rapprochent, la cohésivité négative devient prépondérante et les atomes se repoussent. S'ils s'écartent au contraire, la cohésivité positive, devenant plus puissante que la cohésivité négative, les atomes s'attirent; mais l'attraction et la répulsion ne permettent pas aux molécules de s'éloiger beaucoup de la zone d'égalité d'action des cohésivités. Les mouvements oscillatoires des atomes se produisent ainsi de part et d'autre d'une position moyenne.

Les mouvements oscillatoires des atomes dans les corps se font avec des vitesses très grandes; aussi les atomes

dépassent-ils leur position moyenne avec une différence de potentiel que les movités ne peuvent annuler avant que les atomes soient venus très près les uns des autres, peut-être même au contact dans certains cas. Or, les cohésivités de noms contraires occupant des positions différentes sur la surface de l'atome, chacun des points où se trouvent les cohésivités fait sentir son action d'une façon prépondérante, au moins sur certaines parties d'un atome situé très près. Dans ces conditions, il ne se forme pas d'ondes capables d'envelopper chaque atome de movités; les actions des cohésivités de l'un des atomes n'agissent que sur une petite partie de la surface de l'autre atome, et les électricités qui ont amené les atomes très près l'un de l'autre ne sont pas neutralisées. Cependant l'action des cohésivités négatives, ou bien le contact de l'autre atome, empêche chacun d'eux de continuer son mouvement, et l'interversion des électricités se produit.

Si les électricités ont absorbé déjà des cohésivités, leur interversion s'opère sous l'influence des cohésivités de l'atome voisin, dès que l'un des atomes pénètre en dedans de la zone où peuvent se former les movités. Si les électricités n'ont pas encore subi d'interversion, elles absorbent une certaine quantité de cohésivités au premier rebondissement de l'atome.

Les électricités qui produisent les mouvements oscillatoires diffèrent donc de celles qui déterminent les mouvements ordinaires des corps en ce que les premières renferment des cohésivités que n'ont pas les dernières. Le mélange des cohésivités et des électricités donne à celles-ci la propriété de s'inverser, de se déplacer facilement dans un atome, et de ne pas se mélanger avec les électricités formées par les movités dues aux influences extérieures. Les accélérations et vitesses que prend un corps sous l'influence

des forces qui agissent sur lui ne sont en conséquence pas modifiées par les mouvements oscillatoires des atomes.

Les électricités mélangées aux cohésivités ne peuvent pas être neutralisées par de nouvelles électricités introduites dans des positions inverses dans l'atome. Toute nouvelle quantité d'énergie donnée à un atome oscillant augmente ses oscillations, et les électricités qui pénètrent dans l'atome s'ajoutent à celles que l'atome possède déjà.

Nous pouvons nous faire une idée de la grandeur des mouvements oscillatoires dans les corps.

L'équivalent mécanique de la chaleur est égal à 425, c'est-à-dire que pour élever de 0° à 1° la température d'un kilogramme d'eau, il faut, soit une calorie, soit un travail de 425 kilogrammètres. Or ce travail est celui que l'on doit effectuer pour élever un poids de 1 kilogramme de 425 mètres, et ce travail est égal à l'énergie que possède un poids de 1 kilogramme tombant d'une hauteur de 425 mètres. En conséquence, si nous supposons qu'un kilogramme d'eau tombe de 425 mètres, et soit arrêté sans qu'on lui fasse produire du travail, toute l'énergie qu'il possédait reste enfermée dans ce kilogramme d'eau sous forme de chaleur. Cette énergie vaut une calorie, et la température du kilogramme d'eau s'élève de 1°. Mais l'énergie du corps réside dans la vitesse acquise par chacun des atomes, et l'arrêt du corps ne neutralise pas leurs électricités ; aussi, ces électricités, ne pouvant entraîner le corps entier, conduisent-elles les atomes dans les diverses directions que ceux-ci peuvent prendre. L'arrêt du corps produit une augmentation des vitesses oscillatoires des atomes égale à la vitesse que le kilogramme possédait au moment où son mouvement a cessé.

La vitesse d'un corps tombant d'une hauteur de 425 mètres est de $91^{m}30$ à la seconde au moment où il

touche le sol. La température de l'eau s'élève donc de 1° quand la vitesse des molécules augmente de 91m 30 à la seconde dans les mouvements oscillatoires.

Nous ne donnons ce chiffre qu'à titre d'indication, car la transformation de la vitesse en mouvements oscillatoires ne s'opère qu'avec absorption de cohésivités, ce qui peut modifier la valeur de la vitesse de chaque atome.

51. — Les mouvements oscillatoires dans les corps forment ce que nous appelons la chaleur.

Si nous plaçons la main sur un corps chaud, nous éprouvons une sensation qui est due au rapprochement (nommé vulgairement contact) des molécules de notre épiderme avec celles de la surface du corps. Il n'est cependant pas nécessaire de toucher un corps pour sentir qu'il est chaud. Placés à plusieurs mètres d'un foyer ardent, ou bien exposés aux rayons du soleil, nous éprouvons une impression de chaleur qui est due à la *chaleur rayonnante.*

La chaleur rayonnante qui s'échappe d'un corps se propage dans l'éther comme la lumière, et échauffe les objets qu'elle rencontre. Le corps qui rayonne se refroidit. Or la chaleur est le produit d'un travail et représente de l'énergie. Nous avons en conséquence à étudier sous quelle forme cette énergie quitte le corps chaud, et comment elle se déplace dans l'espace.

Le mouvement des corps est produit par le simple jeu des électricités et des movités, comme nous l'avons développé en traitant de la mécanique ; mais les mouvements oscillatoires des atomes ne peuvent s'expliquer de la même manière. Il nous a fallu concevoir un mélange des électricités et des cohésivités donnant aux électricités la propriété de s'inverser sous d'autres influences que les movités de signes contraires, car celles-ci devraient d'abord neutra-

liser les électricités, pour rétablir ensuite la différence de potentiel inverse de celle qui existait précédemment. Nous avons dit que cette influence qui amène le rebondissement des atomes est due aux cohésivités négatives : elles empêchent d'une part les atomes de se rapprocher jusqu'à venir au contact les uns des autres, sans toutefois former des ondes de movités enveloppant ces atomes ; et d'autre part elles agissent sur les électricités mélangées de cohésivités pour produire leur interversion.

Puisque les électricités qui entraînent les atomes dans leurs mouvements oscillatoires renferment des cohésivités, on doit admettre que les movités qu'elles forment possèdent également quelque chose de ces cohésivités. Ces movités acquièrent ainsi la propriété de se détacher des atomes lorsque ceux-ci cessent de se mouvoir avec la vitesse correspondant à la puissance des movités. Aussi, quand un atome arrive près de l'extrémité de sa course, lorsque les cohésivités négatives l'arrêtent, et au moment où ses électricités s'inversent, les movités que l'atome vient de former ne peuvent-elles pas disparaître en provoquant le déplacement de l'atome : elles se détachent de lui et se meuvent dans l'éther.

Pour comprendre ce phénomène, il faut admettre que toutes les actions de la matière sur l'éther, et de l'éther sur la matière, formation des movités, déplacements des atomes sous l'influence des movités, etc., ne sont pas instantanées, mais seulement très rapides. Une différence dans la rapidité de ces divers phénomènes, jointe à l'action spéciale des cohésivités, produit la mise en liberté des movités. Il faut un certain temps à l'électricité pour produire les movités ; il faut un nouvel intervalle de temps aux movités pour rentrer dans l'atome en provoquant un déplacement élémentaire ; aussi, lorsque les cohésivités né-

gatives amènent l'interversion des électricités plus rapidement que les movités ne provoquent le déplacement de l'atome, celles-ci l'abandonnent-elles. Il suffit d'ailleurs que le potentiel des électricités de l'atome ne soit plus égal à celui qui a produit les movités pour que disparaisse l'espèce d'affinité qui existe entre les électricités et les movités quand elles produisent le mouvement d'un corps.

Ainsi donc, pendant les mouvements oscillatoires des atomes, les movités qui se forment dans l'éther sous l'influence des électricités ne disparaissent, en pénétrant dans l'atome, que vers le milieu de sa course. Aux extrémités de la trajectoire, la variation du potentiel des électricités ne permet pas aux movités qui se forment de rentrer dans l'atome ; aussi s'en détache-t-il une onde de movités dont la puissance varie de zéro à un maximum pour redescendre à zéro. L'oscillation complète de l'atome lance dans deux directions opposées deux ondes qui, produites alternativement par la movité positive et par la movité négative, possèdent un maximum positif et un maximum négatif.

Un atome oscillant ne produit pas une onde proprement dite, mais un élément d'onde. Les éléments d'onde lancés par des atomes voisins et cheminant ensemble forment ce que nous appelons une *onde de chaleur rayonnante.*

Nous représentons sur nos figures les ondes de chaleur rayonnante par du pointillé et du haché, le pointillé figurant la movité négative, et le haché la movité positive. Dans la figure 23, A est l'atome qui oscille entre les points B et C ; P, N, P', N' sont les zones de maximum de movité positive et de movité négative formées par les oscillations de l'atome A et de ses voisins. Ces movités suivent dans l'éther la direction $X\,Y$. Un volume infinitésimal d'éther qui se trouve sur la route d'une des ondes de chaleur rayonnante passe en conséquence alternativement par un

maximum de movité négative et par un maximum de mo-

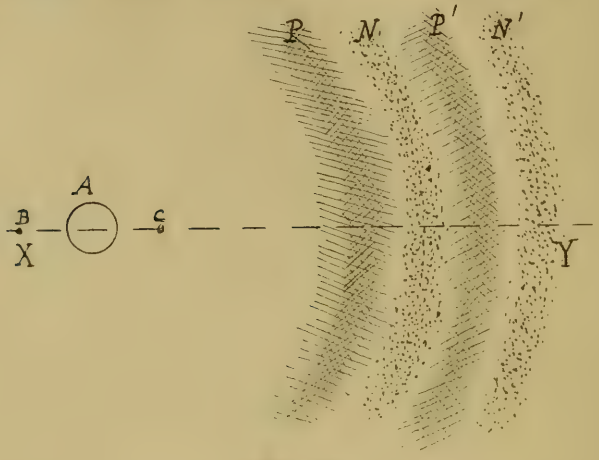


Fig. 23.

vité positive, en revenant à l'état normal de l'éther entre les passages de chaque couche de movités.

Si l'on assimile chacune des zones parallèles P, N, P', N' à la surface de l'onde, on peut dire qu'une onde de chaleur rayonnante se propage normalement à sa surface.

Un atome ne fournit qu'un élément d'onde, mais tous les éléments formés simultanément par des atomes voisins se soudent les uns aux autres quand ils font des routes parallèles. Si les directions qu'ils suivent divergent très légèrement, les éléments se soudent néanmoins, mais l'onde formée prend une certaine courbure en se propageant dans l'espace ; la surface de chaque zone de movités s'étend, et l'énergie que l'onde renferme se distribue dans un espace plus grand. La puissance de l'onde varie en conséquence comme l'inverse de la surface, c'est-à-dire comme l'inverse du carré de son rayon de courbure.

L'atome oscillant qui laisse échapper à chaque extrémité de sa course une couche de movité positive et une couche

de movité négative perd une partie de son énergie, le potentiel de ses électricités s'abaisse, et ses mouvements se ralentissent. Le corps chaud qui rayonne se refroidit.

L'onde de chaleur rayonnante qui rencontre un atome sur sa route peut lui communiquer l'énergie renfermée dans l'élément d'onde que l'atome traverse, si les mouvements oscillatoires de cet atome sont analogues, sinon identiques, à ceux des atomes du corps qui a produit l'onde de chaleur. En ce cas, l'atome et ses voisins, c'est-à-dire tous ceux qui font partie du corps rencontré par l'onde, absorbent chacun une partie de l'énergie de cette onde ; les movités pénètrent dans les atomes en leur donnant des électricités qui augmentent les mouvements oscillatoires, et l'onde disparaît avec les movités qui la composent. On dit en ce cas que le corps absorbe l'onde de chaleur : l'énergie est alors transportée d'un corps dans un autre sous forme de chaleur rayonnante.

L'échange d'énergie par l'intermédiaire des ondes de chaleur rayonnante s'opère de la même manière entre les atomes d'un même corps : chaque atome absorbe en général l'énergie des éléments d'ondes formés par ses voisins quand il se trouve sur leur trajectoire ; il se fait ainsi entre les molécules un échange perpétuel d'énergie qui empêche le refroidissement brusque. Les atomes rapprochés de la surface sont les seuls à émettre des ondes perdues pour les corps ; aussi la température diminue-t-elle dans les zones voisines de la surface avant de s'abaisser à l'intérieur.

Quand une onde de chaleur rayonnante se meut dans l'espace, elle peut se trouver absorbée par les molécules qu'elle rencontre ; mais il existe des corps dont les atomes laissent passer l'onde sans en retenir les movités ; on dit qu'ils sont transparents pour la chaleur rayonnante ; elle les traverse sans les échauffer.

Les différentes ondes de chaleur rayonnante qui se meuvent dans l'éther possèdent chacune de l'énergie, et cette énergie ne peut disparaître sans produire un travail ; aussi, les ondes de movités positives et négatives qui se propagent momentanément ensemble ne se neutralisent-elles pas. Les différentes ondes produites en divers points de l'espace se meuvent, se croisent, se traversent, sans que chacune d'elles perde son individualité.

Nous pouvons donc concevoir quelle doit être la diversité des ondes de movités alternativement positives et négatives qui sillonnent l'espace dans tous les sens. La longueur de l'onde mesurée de movité positive à movité positive, la puissance des movités, la quantité plus ou moins grande de cohésivités renfermées dans les électricités qui ont formé les ondes, sont autant de facteurs dont les variations produisent des résultats très différents.

Les ondes très longues n'affectent ni nos sens, ni nos instruments. A mesure que les ondes se raccourcissent, elles deviennent perceptibles pour nous, et nous les appelons *ondes de chaleur*. Quand la longueur de ces ondes diminue encore, elles agissent sur notre sens de la vue et nous donnent l'impression des différentes couleurs suivant leur longueur. Nous les nommons alors *ondes de lumière*. Quand elles se raccourcissent encore, elles ne nous sont plus dévoilées que par les modifications qu'elles apportent dans l'équilibre moléculaire de certains corps, et nous leur donnons le nom de *lumière actinique* ou *rayons chimiques*. Enfin il existe des rayons chimiques qui acquièrent des propriétés spéciales, soit de leur longueur d'onde, soit des cohésivités que possèdent les électricités qui les forment, et que nous appelons *rayons X*. Les physiciens n'ont pas encore mesuré la longueur d'onde des rayons X.

Les phénomènes de propagation de la lumière et de la

chaleur rayonnante sont semblables. La chaleur rayonnante est réfractée, refléchie, absorbée comme la lumière. Les expériences de Tyndall sur la chaleur rayonnante sont assez célèbres pour que nous n'ayons pas besoin de les rappeler ici.

52. — L'énergie d'un atome se transmet à ses voisins par l'intermédiaire des ondes de chaleur rayonnante que forme cet atome et que les voisins absorbent. La propagation de la chaleur se fait alors lentement.

L'énergie peut se partager entre les molécules d'une autre façon. Pendant ses oscillations, un atome change de route à bout de course par suite de l'interversion des électricités sous l'influence des cohésivités négatives, mais il traverse la zone d'égalité d'action des cohésivités en un point dans le voisinage duquel les cohésivités sont capables de former des ondes de movités enveloppant les atomes. Au passage dans cette zone, l'atome détermine la formation de movités qui abaissent légèrement son potentiel en élevant celui de l'atome voisin dont les cohésivités agissent sur lui. Une partie de la quantité de mouvement de chaque molécule passe en conséquence dans les molécules voisines pendant les mouvements oscillatoires, par le mécanisme qui opère l'entraînement d'un corps au repos par un corps en mouvement (43).

Suivant la façon dont les cohésivités sont distribuées dans les atomes, on doit prévoir que ce phénomène peut acquérir plus ou moins d'importance dans les différents corps, et que la rapidité de la transmission de la chaleur en dépend.

Nous devons enfin concevoir que la prédominence de la cohésivité positive dans certains atomes permet à ceux-ci de se toucher pendant leurs mouvements oscillatoires. Or

deux atomes qui se touchent sont momentanément dans la même situation que s'ils ne formaient qu'un seul atome; l'énergie se partage entre eux, et les deux atomes se séparent après avoir égalisé les potentiels de leurs électricités. On dit alors que la chaleur se propage par *conductibilité*. Ce phénomène est celui qui produit le plus rapidement la propagation de la chaleur.

Tous les corps ne laissent pas la chaleur se propager avec la même rapidité au milieu de leurs molécules, aussi les distinguons-nous en les appelant *bons* ou *mauvais conducteurs* de la chaleur. Quand la distribution des cohésivités dans les atomes, et la façon dont ils oscillent ne permettent à la chaleur de se propager que par rayonnement, le corps est très mauvais conducteur de la chaleur. Lorsque les atomes s'entraînent mutuellement dans leurs mouvements oscillatoires, le corps devient meilleur conducteur. Enfin, quand les atomes peuvent se toucher pour partager l'énergie qu'ils possèdent, le corps est très bon conducteur de la chaleur.

CHAPITRE III.

ACTION DE LA CHALEUR SUR LES CORPS.

53. États physiques des corps. — 54. Action de la chaleur sur les corps. — 55. Température; zéro de température. — 56. Quantité de chaleur d'un corps. — 57. Chaleur latente. — 58. Calorimétrie. — 59. Chaleur spécifique. — 60. Compressions et dilatations des gaz. — 61. Vapeurs.

53. — Les corps nous apparaissent sous trois états principaux que l'on nomme états physiques des corps. Ce sont: l'état solide, l'état liquide et l'état gazeux.

Les corps solides ne sont pas déformables sous des actions telles que celle de la pesanteur ; leurs molécules conservent constamment les mêmes positions relatives les unes par rapport aux autres. Les corps liquides, au contraire, ont des molécules qui roulent facilement les unes sur les autres sous l'influence de la pesanteur; ils prennent la forme des vases dans lesquels ils sont renfermés, et se répandent si les vases s'ouvrent, prenant toujours le chemin et la forme qui rapprochent leur centre de gravité du centre d'attraction le plus énergique, du centre de la terre par conséquent à la surface de notre planète. Les corps gazeux, tout en étant soumis à l'action de la pesanteur, ont des molécules qui se repoussent les unes les autres, et qui semblent s'appuyer sur le sol pour chercher à s'éloigner du centre de gravité de la terre.

Les corps qui ont des propriétés tellement différentes paraissent au premier abord ne pas être de la même espèce ; cependant, on voit les mêmes corps prendre successivement les trois états. Certains d'entre eux passent d'un état à un autre par des transitions brusques, et d'autres par des transitions plus lentes. On ne pourrait même pas assigner de limites bien fixes aux changements d'états.

Nous avons déjà dit (23) que l'état physique des corps dépend de la distribution des cohésivités dans les molécules. Nous le répétons ici : les cohésivités peuvent se trouver réparties en un plus ou moins grand nombre de points dans les molécules, et déterminent l'état physique du corps. Les cohésivités séparées transforment les molécules en polyèdres, font cristalliser les corps et produisent l'état solide. A mesure que diminue le nombre des points différents qu'occupent les cohésivités, les atomes se déplacent plus facilement les uns par rapport aux autres, et passent à l'état liquide, puis à l'état gazeux.

Les cohésivités ne se mélangent pas et ne se séparent pas d'une façon quelconque ; l'équilibre ne peut s'établir que dans certaines conditions qui déterminent le passage brusque d'un état physique à un autre.

Les corps gazeux se composent de molécules qui se repoussent lorsqu'elles ne sont pas séparées par des distances très grandes relativement à leurs dimensions ; elles possèdent un excès de cohésivité négative sur les parties extérieures. Or les molécules des corps gazeux sont composées de deux atomes au minimum ; elles ont donc la cohésivité positive à l'intérieur ; aussi peut-on supposer que les atomes laissent la cohésivité négative agir à l'extérieur, et forment une molécule gazeuse, lorsqu'ils se réunissent en présentant leurs cohésivités positives les uns aux autres. Les atomes ont en ce cas la cohésivité positive sur une de leurs faces, et la cohésivité négative sur l'autre.

Les atomes ou molécules qui ont deux points de maximum de cohésivité positive aux extrémités d'un même diamètre s'attirent par ces points, et se repoussent par les autres parties où se trouve de la cohésivité négative ; les molécules se réunissent alors en chapelets. Les corps ainsi formés par des cordons de molécules pouvant s'entremêler de toutes manières sont des corps liquides. Si les cohésivités sont réparties sur un plus grand nombre de points, les atomes deviennent des polyèdres ; les points où se trouve la cohésivité positive forment les sommets, la cohésivité négative occupe les centres des faces. Les sommets s'attirent, les faces se repoussent ; aussi les polyèdres prennent-ils une position d'équilibre de laquelle ils s'écartent très peu : un corps solide s'est formé.

Nous connaissons la tendance apparente des électricités de noms contraires à se mélanger, à se neutraliser. Ces propriétés de l'électricité l'avaient fait autrefois considérer

comme un fluide toujours prêt à s'écouler à la terre pour y disparaître en retrouvant le fluide de nom contraire.

Les cohésivités, au contraire, paraissent tendre constamment à se séparer, et ne restent mélangées que sous une influence qu'elles sont obligées de subir, mais étant toujours prêtes à se séparer si cette influence cesse d'agir.

L'équilibre d'un atome au repos comporte donc l'absence d'électricités, tandis que des cohésités occupent dans cet atome le plus grand nombre possible de positions qui puissent leur permettre de s'équilibrer en formant un polyèdre.

Un corps dont les molécules n'auraient aucun mouvement d'oscillation serait un corps solide très froid. Lorsque les mouvements oscillatoires prennent naissance d'abord, puis s'amplifient dans un corps solide, les électricités qui déterminent ces mouvements absorbent une partie des cohésivités et se mélangent avec elles. Les cohésivités qui restent séparées dans la molécule se trouvent alors obligées de prendre un autre équilibre, changent la forme du polyèdre moléculaire, et font passer le corps de l'état solide à l'état liquide, puis à l'état gazeux, si les mouvements oscillatoires continuent à s'amplifier.

Les différents états physiques d'un corps sont donc caractérisés par la distribution des cohésivités dans les molécules de ce corps, ou par la grandeur des mouvements oscillatoires des molécules, ces deux valeurs ne pouvant jamais varier indépendamment l'une de l'autre.

54. — La manière dont les cohésivités sont réparties dans les atomes donne à chaque corps les propriétés qui caractérisent son état physique, et celui-ci peut changer sous l'action d'une influence extérieure agissant sur les cohésivités. Pour la plupart des corps, le moyen le plus simple que nous connaissions pour en modifier l'état physique est de leur donner ou de leur enlever de la chaleur.

L'action de la chaleur amène le passage d'un corps de l'état solide à l'état liquide, puis à l'état gazeux : un phénomène de chaleur, ou une dépense d'énergie, accompagne le changement d'état physique s'il est produit par un autre moyen.

Dans tout corps, les atomes possèdent une certaine quantité de cohésivités qui déterminent son état physique et une certaine quantité d'électricités qui produisent les mouvements oscillatoires. Quand l'équilibre est établi, toute nouvelle quantité d'énergie donnée aux atomes augmente leurs oscillations. Les électricités absorbent alors une certaine quantité de cohésivités. Lorsque la puissance des cohésivités a diminué, elles tendent à prendre dans l'atome une nouvelle distribution qui leur fasse occuper un plus petit nombre de points ; le corps change de système de cristallisation. Il passe à l'état liquide lorsque les cohésivités positives n'occupent que deux positions opposées dans chaque molécule ; il devient gazeux quand la cohésivité positive se porte sur la partie des atomes qui fait face à l'intérieur de chaque molécule, la cohésivité négative se présentant à l'extérieur.

Inversement, toute perte d'énergie produite, soit par le rayonnement d'un corps chaud, soit par une autre cause, amène une perte d'électricités, et laisse passer à l'état sensible une certaine quantité de cohésivités, qui va déterminer un nouvel équilibre dans la distribution des cohésivités de chaque molécule.

Pendant leurs mouvements oscillatoires, les cohésivités arrêtent les atomes sans neutraliser leurs électricités ; mais dans ces mouvements, chacun des points d'un atome peut subir tantôt l'action des cohésivités positives d'un atome voisin, tantôt celle des cohésivités négatives. L'équilibre des cohésivités dans les atomes s'en trouve ébranlé, et

peut se rompre; les cohésivités se distribuent différemment, et le corps change d'état physique.

Les premières molécules dans lesquelles s'opère la rupture de l'équilibre des cohésivités déterminent la transformation de leurs voisines. Toutes les molécules d'un corps homogène ont les cohésivités distribuées de la même manière, et nous devons supposer que si l'une d'elles changeait momentanément d'état physique sans que la quantité de cohésivités qu'elle possède ait été modifiée, son équilibre de cohésivités se rétablirait rapidement sous l'influence des molécules voisines, de même que la distribution des électricités dans un corps conducteur dépend de l'électrisation des corps voisins.

On peut supposer que le mouvement des molécules s'arrêterait complètement après un mélange parfait ou disparition des électricités. Le corps serait alors aussi froid que possible, et ne posséderait plus du tout de chaleur, aussi les cohésivités maintiendraient-elles les molécules dans des positions invariables. Ce phénomène n'a jamais été produit; tous les corps possèdent toujours une certaine quantité de chaleur, et les molécules ont au moins de petits mouvements.

55. — Le mot *température* évoque l'idée de comparaison: deux corps ont la même température ou des températures différentes. Nous n'avons pas à décrire ici les thermomètres et la manière dont ils sont gradués; rappelons seulement que l'on a pris pour origine ou zéro de température celle d'un corps qui renferme une certaine quantité de chaleur. Le zéro absolu, qui correspondrait à la température d'un corps dont toutes les molécules seraient immobiles, est impossible à déterminer; aussi l'origine des températures, et le degré qui nous sert d'unité de mesure, ont-ils été choisis arbitrairement.

Quand deux corps sont en présence, l'un d'eux cède de la chaleur à l'autre lorsque les ondes de movités émises par l'un ont une énergie plus grande que celles qui sont émises par l'autre ; le degré de température mesure donc, pour ainsi dire, la puissance des ondes de movités qui se meuvent dans les corps.

56. — Par une expérience célèbre, Rumford a montré que la quantité de chaleur que peut dégager un corps est énorme, mais si Rumford retirait d'une masse métallique une quantité indéfinie de chaleur, il en faisait rentrer à mesure autant qu'il en sortait : nous parlons de l'expérience du forage des canons.

Pour forer un canon, il faut que l'outil déplace des molécules soumises aux actions des cohésivités ; il faut donc qu'il leur donne une séparation d'électricités avec une différence de potentiel capable de les mettre en mouvement malgré la résistance des cohésivités, et cette énergie acquise est conservée par les molécules que détache l'outil ; aussi, les rognures de métal et le canon acquièrent-ils une haute température.

Comme cela a lieu dans l'entraînement d'un corps par un autre, la quantité d'électricités séparées ou la quantité de mouvement reste constante, mais se partage entre le corps qui entraîne et le corps entraîné. La quantité de mouvement de l'outil se partage entre l'outil lui-même et les molécules qu'il met en mouvement ; aussi, l'outil cessant d'être poussé s'arrêterait-il rapidement. Il ne s'arrête pas parce qu'il est entraîné par la machine ; il perd donc à tout instant une certaine quantité de mouvement que lui fournit le moteur. Toutes les pièces de la machine qui poussent l'outil agissent de proche en proche pour rendre à ses premières molécules l'énergie qu'elles perdent constamment, et cette

énergie vient du piston qui l'emprunte à la vapeur. Pendant que l'outil travaille, une quantité considérable de chaleur passe donc de la vapeur du cylindre au canon qui est foré par l'intermédiaire de la machine et de l'outil.

57. — La glace fond quand elle est soumise à l'action d'une source de chaleur, ou quand elle baigne dans un volume d'eau que l'on chauffe; mais la température de l'eau qui l'enveloppe ne s'élève pas avant que la glace ne soit complètement fondue; toute la chaleur est employée à transformer la glace en eau sans que la température varie. La glace absorbe donc de la chaleur en fondant: on donne à cette chaleur le nom de *chaleur latente* de liquéfaction.

Dans ses mouvements d'oscillation, une molécule abandonne à chacune des extrémités de sa course des ondes de movités ou de chaleur. La quantité de chaleur qu'elle émet dépend du nombre d'ondes produites à la seconde, ainsi que de la valeur de ces ondes. Si les molécules parcourent des espaces plus grands avec la même vitesse, elles émettent moins d'ondes. Or la vitesse dépend du potentiel auquel sont élevées les électricités des molécules; la valeur des ondes dépend du potentiel des électricités qui les forment; aussi, quand l'amplitude des mouvements oscillatoires augmente, les molécules doivent-elles acquérir un accroissement d'énergie leur donnant des vitesses plus grandes, en leur faisant émettre des ondes plus puissantes, pour que le corps conserve la même température.

Les mouvements des atomes amènent en outre une réaction des électricités sur les cohésivités au moment où s'opère le changement de direction produit par l'interversion des électricités.

Nous avons vu (49) que les électricités font disparaître,

en les neutralisant, une certaine quantité de cohésivités positives et négatives au moment où ces électricités cessent de produire le mouvement de tout le corps pour déterminer les mouvements oscillatoires. Nous devons admettre que cette neutralisation des cohésivités ne se fait pas sans produire également la neutralisation d'une certaine quantité d'électricités, ce qui abaisse le potentiel des atomes. Disons que ces électricités et ces cohésivités, qui se neutralisent en même temps, et doivent reparaître simultanément, sont à l'*état latent*.

Pendant le passage d'un corps de l'état gazeux à l'état liquide, ou de l'état liquide à l'état solide, les cohésivités changent leur mode de distribution dans les molécules et se répartissent en un plus grand nombre de points ; or ce phénomène ne se produit qu'en amenant la séparation des électricités qui s'étaient neutralisées au moment où ces cohésivités avaient disparu dans certaines parties des molécules. Les électricités revenant à l'état sensible augmentent la vitesse des mouvements oscillatoires ; la température du corps s'élève.

Inversement, lorsqu'un corps passe de l'état solide à l'état liquide, ou de l'état liquide à l'état gazeux, la nouvelle distribution des cohésivités correspond à la neutralisation d'une certaine quantité d'électricités ; les mouvements oscillatoires des atomes s'en trouvent amoindris, et la température baisse. Aussi, pour maintenir constante la température d'un corps qui cristallise, qui se liquéfie ou se vaporise, faut-il lui enlever ou lui donner de la chaleur.

On appelle *chaleur latente de cristallisation, de liquéfaction* ou *de vaporisation* la quantité de chaleur que dégage ou qu'absorbe un corps qui change d'état physique.

Ce phénomène ne se passe pas seulement dans les corps qui changent d'état physique ; il se produit également

dans ceux dont la disposition moléculaire peut éprouver des modifications. Quand un corps liquide se solidifie et cristallise, une certaine quantité de chaleur est mise en liberté; mais certains corps, le soufre et le phosphore notamment, peuvent cristalliser dans deux systèmes différents. Dans chacun de ces systèmes, les cohésivités ont des répartitions spéciales ; la manière dont les cohésivités sont réparties, et la disposition des molécules, leur permettent d'avoir des mouvements plus ou moins grands ; aussi l'état cristallin pris dans un des systèmes correspond-il à une plus ou moins grande quantité de chaleur dégagée. Il peut donc arriver que le corps, après avoir cristallisé, ait dégagé moins de chaleur qu'il ne l'aurait fait en cristallisant dans un autre système.

Dès lors, aussitôt qu'une influence quelconque amène dans une molécule les cohésivités à prendre la disposition qu'elles auraient dans l'autre système, les autres molécules, sous l'influence de celle-là, prennent successivement la même disposition de cohésivités, et passent peu à peu de l'un des systèmes cristallins à l'autre. Elles dégagent alors une quantité de chaleur égale à la différence entre celle qui a déjà été dégagée, et celle qui l'eût été dans ce nouveau système.

D'une façon générale, toute modification apportée à la disposition des molécules d'un corps, dilatation, compression, changement d'état physique, ne se produit qu'avec absorption ou dégagement de chaleur si l'on maintient la température constante. Cette chaleur provient de la neutralisation ou de la séparation d'une certaine quantité d'électricités et de cohésivités.

La température d'un corps s'élève quand la puissance des ondes de movités s'élève.

Lorsque les intervalles qui séparent les molécules aug-

mentent par suite de la dilatation du corps, celles-ci parcourent un espace plus considérable, et si leurs vitesses ne sont pas augmentées, elles arrivent à bout de course moins souvent, et produisent moins de chaleur rayonnante : la température du corps diminue. Que l'on donne alors de la chaleur à ce corps, les molécules acquièrent des vitesses plus considérables, et la température reprend sa valeur primitive. Toute quantité de chaleur venant ensuite s'ajouter sans produire de dilatation, élève la température. On pourrait donc, par la pensée, séparer dans la quantité de chaleur qui élève la température d'un corps, la chaleur latente de dilatation, et la chaleur qui élève la température sans produire de dilatation. Le fait est bien mis en évidence par les gaz qui exigent des quantités de chaleur différentes pour une même élévation de température, suivant qu'on les laisse se dilater en conservant la pression constante ou qu'on maintient leur volume constant.

58. — Il faut une certaine quantité de chaleur pour faire passer un corps d'un état physique à un autre ; il faut une certaine quantité de chaleur pour élever la température d'un corps qui ne change pas d'état physique. Ces quantités de chaleur ont été mesurées, ou plutôt comparées entre elles, et c'est l'une d'elles que l'on a prise comme unité de mesure.

La quantité de chaleur nécessaire pour faire passer de 0° à 1° centigrade la température d'un gramme d'eau distillée, a été adoptée comme unité. Elle a reçu le nom de *calorie-gramme* : on la désigne par *c*. Mille calories-grammes forment une *calorie-kilogramme* ou *C*, qui s'emploie pour la mesure des grosses quantités de chaleur.

59. — On appelle *chaleur spécifique* d'un corps le nombre de calories nécessaires pour élever de 1° la température d'un gramme de ce corps. Le nombre des molécules entre lesquelles se distribuent les calories dans un gramme de matière dépend des poids atomiques des atomes qui composent ces molécules.

Les corps dont la chaleur spécifique est le plus élevée sont ceux dont les molécules renferment, sous forme d'électricités séparées, la quantité de mouvement la plus grande pour une même température.

60. — Nous ne connaissons pas d'une façon certaine la composition des molécules de tous les gaz, mais nous avons de fortes présomptions pour croire que beaucoup de gaz ont leurs molécules formées de deux atomes. Quoi qu'il en soit, dans toute molécule gazeuse, les atomes présentent leur cohésivité négative à l'extérieur, ce qui donne aux molécules une tendance à se repousser, lorsqu'elles sont à petite distance les unes des autres. La pression des gaz est due à cette force répulsive des molécules gazeuses les unes pour les autres, et sa valeur dépend des distances auxquelles les molécules se trouvent; or celles-ci ne sont jamais dans un repos absolu, aussi exercent-elles sur leurs voisines des répulsions variant constamment pendant leurs mouvements. La moyenne des valeurs de ces répulsions détermine le chiffre de la pression du gaz.

Les mouvements des molécules, et les actions des cohésivités étant variables avec les différences de température, la pression d'un gaz change en même temps. La loi de Mariotte nous apprend que dans les limites des pressions et températures que nous pouvons produire d'une façon courante, la pression varie comme l'inverse du volume, quand on comprime un volume de gaz en maintenant constante la température de ce gaz.

Dans le cylindre *C* contenant un gaz (fig. 24), nous faisons descendre le piston de *P* en *P'*, de manière à ce que le volume du gaz soit le huitième de ce qu'il était auparavant ; la pression exercée sur le piston devient huit fois plus grande. Or, si nous diminuons de moitié les intervalles qui existent entre les molécules d'un gaz, le volume se trouve réduit au huitième de sa valeur primitive. Dans le cylindre *C*, les molécules se sont donc rapprochées de la moitié de la distance qui les séparait ; aussi se trouve-t-il sur la surface du piston un nombre quatre fois plus grand de molécules qui exercent une pression huit fois plus grande. Chaque molécule repousse donc les corps environnants et les molécules voisines avec une force double de celle qu'elle possédait avant la compression. Nous en concluons que, dans les gaz, aux pressions ordinaires que nous pouvons produire, la force répulsive qui existe entre les molécules varie comme l'inverse de la distance de ces molécules.

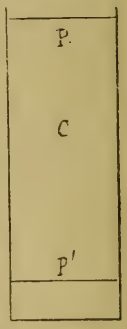


Fig. 24.

Si deux molécules se trouvaient seules en présence, elles s'attireraient sous l'influence de la gravitation et de la cohésivité positive ; elles se repousseraient sous l'influence de la cohésivité négative, et la différence serait une force attractive ou répulsive variant, dans de faibles limites, comme l'inverse du carré de la distance des deux molécules. Dans les gaz, cette différence forme généralement une action répulsive, et comme les molécules sont en nombre considérable, chacune d'elles subit la répulsion de plusieurs autres, aussi la répulsion varie-t-elle moins vite que l'inverse du carré de la distance lorsque l'on comprime le gaz ou qu'on le laisse se détendre. La loi de Mariotte nous apprend qu'elle varie comme l'inverse de la distance.

Dans tous les corps, les molécules ont des mouvements oscillatoires ; or, pour qu'une molécule se meuve, il faut que, sur ses deux côtés, il y ait des électricités différentes. Quand cette molécule arrive assez près d'une autre pour que cette autre lui fasse rebrousser chemin, les électricités s'inversent ; mais, à ce moment-là, la molécule émet une onde de chaleur. Les ondes se succèdent donc à intervalles variant avec le temps que met la molécule à parcourir sa trajectoire ; aussi, lorsque l'on diminue subitement les trajectoires des molécules d'un gaz en le comprimant, le nombre des ondes de chaleur émises pendant le même intervalle de temps augmente-t-il, amenant une élévation de la température du gaz. Quand on le laisse au contraire se détendre, les trajectoires augmentent, les ondes sont émises moins souvent, et le gaz semble s'être refroidi.

Sans modifier le volume, si l'on élève le potentiel des électricités des molécules d'un gaz, celles-ci parcourent leur trajectoire avec une vitesse plus grande, et émettent une plus grande quantité d'ondes de chaleur ; la température du gaz s'élève. Les molécules arrivent à l'extrémité de leur trajectoire avec plus d'énergie ; la poussée qu'elles exercent sur les molécules voisines est plus grande ; aussi la pression du gaz s'élève-t-elle avec la température.

La température d'un gaz ne peut pas baisser indéfiniment ; car, avec son abaissement, le mouvement des molécules diminue, et avant que le repos absolu ne se produise le gaz devient d'abord liquide, puis solide, et ce n'est plus un gaz.

61. — Quelques gaz n'ont été liquéfiés qu'à des pressions énormes et des températures très basses ; d'autres au contraire se liquéfient facilement aux températures et pressions ordinaires ; ces derniers sont connus sous le nom de *vapeurs*.

Exposé à l'air libre, un liquide s'évapore et disparaît. Quand il ne remplit pas complètement un vase fermé qui le contient, une certaine quantité de vapeur se forme dans la partie vide du vase, et lorsque la vapeur atteint une certaine pression correspondante à la température du liquide, celui-ci cesse de s'évaporer. Dès lors, tout changement de température détermine soit une nouvelle vaporisation avec augmentation de pression si la température s'élève, soit la liquéfaction d'une partie de la vapeur avec diminution de pression si la température s'abaisse. On dit en ce cas que la vapeur est *saturée*. Suivant la nature du liquide, la vaporisation est plus ou moins rapide, et l'accroissement de pression plus ou moins grande pour chaque degré d'augmentation de température.

Quand une vapeur est saturée, la grandeur de la séparation de ses cohésivités et de ses électricités, qui correspond aux mouvements de ses molécules, a une valeur minimum. Si l'on vient à réduire le volume, on produit une augmentation de pression en diminuant le chemin que chaque molécule peut parcourir ; ses changements de direction deviennent plus fréquents ; elle émet des ondes plus courtes et de même puissance : la température s'élève.

Cette élévation de température devrait transformer en vapeur une partie du liquide ; mais les molécules de vapeur se trouvant plus près les unes des autres agissent par leurs cohésivités, et une rupture d'équilibre a lieu au moment où les molécules se trouvent assez voisines les unes des autres; les cohésivités sont obligées de prendre un équilibre nouveau en se disposant sur un plus grand nombre de points : la molécule se liquéfie.

Les cohésivités qui se séparent dans chaque molécule mettent en liberté des électricités ; celles-ci augmentent la vitesse des mouvements oscillatoires, et la température

s'élève. La diminution du volume produit donc la liquéfaction d'une partie de la vapeur, ainsi que l'élévation de la température et de la pression de la vapeur restante.

Les molécules de vapeur saturée parcourent le chemin minimum avec le maximum d'électricités séparées pouvant exister dans une molécule en même temps que la disposition des cohésivités qui donne l'état gazeux. De telles molécules peuvent s'éloigner les unes des autres sans que l'équilibre de leurs cohésivités se modifie. En ce cas, elles continuent à se repousser ; mais aussi la température et la pression de la vapeur diminuent : on dit que la vapeur *se détend*.

Quand on chauffe un liquide, il s'en vaporise une partie jusqu'à ce que la pression de la vapeur soit devenue celle de la vapeur saturée. En effet, sous l'influence de la chaleur, les atomes du liquide ont pris certains mouvements ; leurs électricités et leurs cohésivités sont en partie séparées et en partie mélangées; mais à la surface du liquide les molécules ne sentent, dans leurs mouvements oscillatoires, de réaction de molécules semblables que dans un direction, celle du liquide ; aussi l'équilibre des cohésivités se modifie-t-il dans un certain nombre d'entre elles : le liquide se vaporise. La distribution nouvelle des cohésivités neutralise une partie des électricités et la molécule vaporisée se meut en émettant moins de chaleur rayonnante qu'auparavant. Elle absorbe donc, sans les rendre, les quantités d'énergie qu'elle trouve sous forme de movités dans les premières ondes de chaleur rayonnante venant la frapper : l'eau s'est vaporisée avec absorption de chaleur.

Peu à peu, la pression augmente si l'eau continue à se vaporiser sous l'action de la chaleur ; et au moment où les molécules de vapeur sont assez nombreuses pour que leurs cohésivités empêchent la rupture d'équilibre des cohésivi-

tés des molécules de la surface du liquide, la vaporisation cesse.

Quand un gaz ou une vapeur travaille dans le cylindre d'une machine, le gaz ou la vapeur presse sur le piston ; et si la poussée est supérieure à la résistance apportée au mouvement, le piston se déplace. Il se produit dans le cylindre une augmentation de volume.

Lorsque le piston n'a pas à vaincre de résistance, la température et la pression de la vapeur baissent, mais elles reprendraient leurs valeurs primitives par un retour du piston à sa position première. Quand, au contraire, la vapeur oblige le piston à vaincre une résistance pour se déplacer, une certaine quantité de chaleur disparaît, et la température de la vapeur ne reprendrait plus son ancienne valeur, même si le piston était ramené à sa position primitive.

Soit A un atome ou molécule (fig. 25) qui se meut dans le gaz ou la vapeur de A en B. Il parcourt la trajectoire AB avec une certaine vitesse, et les actions des cohésivités en B amènent son rebondissement. Si nous le laissons aller jusqu'en B' sans le faire travailler en augmentant le volume du gaz ou de la vapeur, il parcourt la distance AB' dans les mêmes conditions que le chemin AB; mais il émet des ondes de chaleur à chaque changement de route moins souvent qu'auparavant ; il détermine donc dans le gaz une température plus faible avec la même quantité d'énergie.

Fig. 25.

Au contraire, lorsque l'atome déplace une résistance de B en B', il y dépense une certaine partie de sa quantité de mouvement ; son électrisation s'est affaiblie quand il est arrivé en B'; sa vitesse s'est amoindrie ; il reçoit moins vivement les réactions des cohésivités, et revient de B' en

A avec une vitesse plus faible. Le gaz a perdu une partie de sa chaleur. Cette énergie représentée par la quantité de mouvement dépensée par l'atome *A* s'est introduite dans les atomes du piston, puis a passé dans les tiges, les bielles, et se retrouve dans le travail produit.

CHAPITRE IV.

CRISTALLISATION.

62. Dissolution. — 63. Cristallisation. — 64. Clivage.

62. — Toutes les molécules des corps inorganiques cristallisent en se solidifiant. Quand les cristaux formés par un groupement de molécules sont assez petits pour que l'œil ne les distingue pas les uns des autres, et lorsqu'ils s'enchevêtrent de façons quelconques, le corps est dit amorphe ; au contraire, si les petits cristaux se disposent suivant des axes de symétrie pour former de gros cristaux, on dit que le corps cristallise.

Les petits cristaux peuvent se réunir pour former des cristaux plus gros d'un autre système ; les cristaux peuvent s'enchevêtrer de façons diverses ; enfin les combinaisons que l'on peut faire sont trop nombreuses pour que nous cherchions à les décrire. Nous ne nous occupons donc ici que de la formation de gros cristaux dans un liquide contenant un corps en dissolution, lorsque ce liquide se vaporise lentement. Quand les corps se solidifient et cristallisent en passant par l'état que l'on appelle pâteux, les cristaux qui se forment sont généralement petits et enchevêtrés de façons très différentes, car les molécules n'ont pas les facilités de se mouvoir qu'elles possèdent dans un liquide où le corps est dissous.

Plongé dans l'eau, un cristal soluble disparaît peu à peu. Si l'on regarde alors attentivement autour de lui, on voit s'en détacher des filaments d'un liquide plus dense et plus visqueux. Il semble donc que les molécules qui se détachent du cristal changent d'état physique et forment un liquide spécial que l'on pourrait séparer par la pensée de l'eau dans laquelle le cristal se dissout. En se dissolvant, le cristal absorbe de la chaleur, ce qui nous indique qu'il s'est produit un changement dans la distribution de ses cohésivités.

Dans la plupart des cas de changement d'état physique des corps, la disposition des cohésivités qui s'établit dans les molécules est déterminée par celle qui existe dans les molécules voisines. Quand une molécule se trouve à côté d'une autre molécule, leurs cohésivités tendent à prendre les mêmes axes de symétrie ou la même distribution, si aucune action ne les en empêche, et l'on peut supposer que telle est la cause de la dissolution des cristaux dans les liquides. Les molécules d'eau ont les cohésivités disposées de telle sorte qu'elles se placent en files ; elles ont deux points de cohésivité positive aux extrémités d'un diamètre avec la cohésivité négative sur le périmètre du plan médian normal à ce diamètre. Les molécules d'eau agissent par les cohésivités sur les molécules superficielles du cristal ; celles-ci tendent, sous cette influence, à disposer leurs cohésivités de la même manière ; l'ancien équilibre des cohésivités se rompt ; le nouveau se forme, et quelques molécules à l'état liquide se répandent dans l'eau, laissant celle-ci attaquer leurs voisines. Les cohésivités qui se neutralisent font passer à l'état latent une certaine quantité d'électricités, aussi les molécules paraissent-elles avoir absorbé de la chaleur.

63. — Si l'on vient maintenant enlever l'eau peu à peu

par évaporation, les filaments formés par les molécules du cristal se trouvent séparés par des filaments de molécules d'eau de moins en moins nombreux; les molécules du cristal se rapprochent. Lorsque plusieurs d'entre elles se trouvent assez rapprochées pour ne plus être influencées autant qu'elles l'étaient auparavant par les molécules d'eau, leurs cohésivités agissent les unes sur les autres, reprennent la disposition qu'elles ont abandonnée au moment de la dissolution, et un petit cristal se forme. Sous l'influence de ce petit cristal, toutes les molécules voisines se groupent autour de lui, disposent leurs cohésivités comme lui, et le cristal grossit. Les filaments d'eau enchevêtrés dans les filaments de molécules du cristal se trouvent alors libérés, et cette eau vient concourir à empêcher le cristal de rassembler immédiatement toutes les autres molécules en dissolution. Mais, si l'évaporation agit constamment pour enlever à mesure l'eau en excès, la cristallisation se continue jusqu'à ce que tout le corps soit repassé à l'état solide, ce qui a lieu lorsque toute l'eau a disparu. En passant de l'état liquide à l'état solide, les molécules du cristal prennent une nouvelle disposition des cohésivités; aussi abandonnent-elles la quantité de chaleur qu'elles avaient absorbée en se dissolvant.

Avant le commencement de la cristallisation, et au moment où la dissolution est assez concentrée pour que la cristallisation soit possible, les molécules peuvent rester en présence pendant un certain temps sans que se produise la rupture d'équilibre des cohésivités nécessaire à la formation des cristaux. A ce moment-là, si l'on introduit dans le liquide un petit morceau de cristal, soit du même corps, soit d'un autre corps cristallisant dans le même système, ce corps amène immédiatement par l'influence de ses cohésivités la cristallisation du corps en dissolution.

D'après la nature des corps que l'on dissout et leur distribution de cohésivités, la dissolution peut être facilitée ou non par la chaleur du liquide dissolvant : c'est ainsi que pour certains sels, la température de l'eau fait varier la quantité de sel qu'il est possible de dissoudre dans un volume d'eau déterminé ; tandis que pour d'autres, la température a peu d'influence.

Les dissolutions sont en général facilitées par une similitude de propriétés chimiques entre le dissolvant et le corps à dissoudre. Les carbures d'hydrogène sont plus solubles dans l'alcool que dans l'eau ; les sels en général sont au contraires plus solubles dans l'eau que dans l'alcool. Ceci nous indique bien le rôle que jouent les cohésivités dans ces phénomènes. Pour faire une dissolution, il faut un dissolvant dont les molécules puissent rompre l'équilibre des cohésivités dans les molécules du corps à dissoudre.

64. — Les gros cristaux sont formés par de petits cristaux qui se disposent les uns à côté des autres en conservant les mêmes axes de symétrie ; les sommets s'attirent car ils ont les cohésivités positives ; les faces se repoussent. Dans une telle disposition, toutes les faces homologues d'un grand nombre de cristaux sont dans le même plan, et les cohésivités négatives rendent l'adhérence entre les cristaux moins grande dans ce plan que dans d'autres. On appelle plans de clivage les plans parallèles aux faces des cristaux, et suivant lesquels chaque cristal se sépare facilement en deux morceaux.

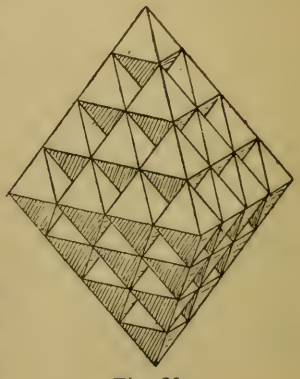


Fig. 26.

Les faces d'un gros cristal sont formées par un nombre considérable de faces de cristaux élémentaires placés aux distances que les molécules ont entre elles. Si nous faisons cristalliser des octaèdres réguliers par exemple, le cristal a l'aspect de la figure 26 ; toutefois les molécules ne se touchent pas, mais occupent les centres des octaèdres que nous avons représentés.

La disposition des cristaux cubiques telle qu'elle a été quelquefois décrite (fig. 27) pour former un octaèdre ne donnerait pas une surface brillante. En attaquant le plan suivant lequel les sommets se tiennent les uns aux autres, on ne pourrait produire le clivage.

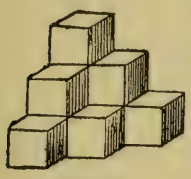


Fig. 27.

Quelques cristaux nous indiquent qu'une face d'un gros cristal ne se compose pas toujours de faces de cristaux élémentaires se trouvant mathématiquement dans le prolongement les unes des autres : certains cristaux sont faciles à rayer dans un sens, et difficiles à rayer en sens inverse ; les faces des cristaux élémentaires ne sont donc pas dans le prolongement les unes des autres, mais légèrement inclinées sur le plan de clivage, et disposées en escalier d'une façon régulière ; les cristaux élémentaires ont cependant une position peu différente de celle que nous avons indiquée, et ne présentent point de sommets s'élevant sur les faces des gros cristaux. Quand un outil passe comme s'il descendait l'escalier, il glisse sur les différentes faces des cristaux élémentaires et ne raye pas. Si l'outil est poussé en sens inverse, il bute sur les arêtes des cristaux élémentaires, et déplace un certain nombre de molécules ; le cristal est rayé.

Les cohésivités produisent donc des forces différentes dans les diverses directions pour résister à la séparation des cristaux ou au clivage ; elles produisent également sur

l'éther des influences qui modifient de façons irrégulières l'état de l'éther ; aussi la propagation de la lumière dans les cristaux donne-t-elle lieu à des phénomènes spéciaux que nous étudierons plus loin.

CHAPITRE V.

L'ÉLECTRICITÉ.

65. Électricité statique. — 66. Électricité dynamique. — 67. Le potentiel. — 68. Capacité d'un corps. — 69. Électrisation par frottement. — 70. Attractions et répulsions électriques. — 71. Électrisation par influence. — 72. Distribution de l'électricité sur les corps.

65. — Nous avons dit (13) que les états spéciaux que prend la matière lorsqu'elle se déplace dans l'éther ne sont autre chose que les électricités de signes contraires. Les électricités amènent dans l'éther la formation des movités qui disparaissent lorsque l'atome se déplace : aucune influence ne se propage alors au loin, et nous ne trouvons pas là un phénomène électrique proprement dit. Les électricités ne peuvent se neutraliser que si l'atome dépense du travail, et les électricités d'un corps en mouvement ne produisent sur nos instruments aucun effet qui manifeste leur présence.

Par la pensée, divisons un atome en mouvement en deux parties, en éloignant la partie qui possède l'électricité positive de celle qui renferme l'électricité négative. Chacune des deux parties ne forme plus un atome de volume moitié moindre en mouvement, mais l'une et l'autre se trouvent électrisées de signes contraires. Ces deux masses une fois

séparées agissent sur l'éther, produisent des ondes, et donnent naissance aux phénomènes que nous appelons *phénomènes électriques*.

Un corps électrisé est un corps dont tous les atomes sont dans le même état que cette moitié d'atome possédant soit de l'électricité positive, soit de l'électricité négative.

Lorsqu'un certain volume de matière est électrisé, et quand on amène un autre volume de matière non électrisée au contact du premier, l'état de l'ensemble des deux volumes s'uniformise ; la modification, que nous appelons *électrisation,* et qui n'agissait que sur un volume, agit sur les deux. La grandeur de la modification diminue dans le premier volume, et l'on dit qu'une partie de l'électricité de premier volume a passé dans le second. Pour employer le langage courant, nous dirons souvent qu'un corps possède de l'électricité, ou que l'électricité positive passe d'un corps sur un autre ; mais il ne faut point oublier que l'électricité n'est ni un fluide ni une vibration. Elle ne peut être comparée à rien de concret ; c'est la dénomination d'un état spécial de la matière, abstrait pour notre imagination ; aussi, les mouvements d'électricité doivent-ils toujours correspondre, dans notre esprit, à des transformations du milieu matière sous l'influence des forces auxquelles on attribue ces mouvements d'électricité.

Les masses électrisées de signes contraires ou bien électrisées à des degrés différents peuvent rester en présence sans que leur électrisation varie, pourvu toutefois qu'elles ne soient pas au contact les unes des autres. Au moyen de machines, on peut électriser des corps autres que des atomes, et ces corps restent chargés d'électricité aussi longtemps qu'on les tient séparés des autres corps par des isolants ; aussi dit-on qu'ils possèdent de *l'électricité statique*.

66. — Réunissons au contraire par un fil conducteur, deux corps qui renferment des quantités égales d'électricités statiques de signes contraires. Il se passe dans le fil un phénomène que l'on appelle courant électrique ; et au bout d'un intervalle de temps très court, toute électrisation semble avoir disparu dans les corps mis ainsi en communication. On admet, soit que l'électricité positive passe par le fil pour aller neutraliser l'électricité négative, soit au contraire que l'électricité négative va neutraliser l'électricité positive. Sans préciser les détails du phénomène, on dit qu'il circule dans le fil un courant électrique. Si nous maintenons au moyen d'une pile ou d'une machine quelconque, une différence dans les électrisations des deux masses réunies par le fil, le courant continue à se produire, et amène des effets que nous n'obtiendrions autrement qu'en dépensant du travail ; aussi a-t-on coutume de dire qu'il passe de *l'électricité dynamique* dans le fil où circule le courant. En réalité, c'est le travail dépensé par la machine, ou la pile, qui se transforme pour produire les effets obtenus, et l'électricité ne prend pas des états différents.

67. — Deux masses électrisées s'attirent ou se repoussent plus ou moins énergiquement suivant la manière dont elles ont été électrisées ; de même, les effets produits par les courants électriques varient suivant le degré d'électrisation des masses électrisées qui alimentent les courants ; aussi faut-il admettre que l'électrisation d'un corps est susceptible d'être mesurée.

L'électrisation d'un corps se mesure par son *potentiel* et l'unité de potentiel adoptée a été nommée le *volt*. Le zéro de potentiel doit évidemment correspondre à l'état des corps non électrisés, mais nous ne connaissons d'une façon absolue le degré d'électrisation d'aucun d'eux : nous constatons

que les différents corps ont tous entre eux des différences d'électrisation, aussi a-t-on pris comme zéro, ou origine de l'échelle des potentiels, une valeur de convention qui est le potentiel de la terre.

Les corps électrisés s'attirent, se repoussent, peuvent produire du travail, et cela d'autant plus que leurs potentiels sont plus élevés. On a donc pu appliquer au potentiel, dans les phénomènes électriques, les formules que l'on emploie en mécanique et dans lesquelles la notion du potentiel s'applique à une force quelconque.

Lorque deux masses s'attirent proportionnellement à la valeur de ces masses, et inversement proportionnellement au carré de la distance qui les sépare, tout déplacement infinitésimal correspond à un travail élémentaire. Soient m et m' les masses, et r la distance qui les sépare : le travail élémentaire produit par leur rapprochement est $\frac{m\,m'}{r^2}\,dr$. Admettons que m' soit la masse unité et occupe une position par rapport à laquelle nous comparons les positions de l'autre masse : le travail élémentaire nous est donné par la formule $\frac{m}{r^2}\,dr$. La somme des travaux élémentaires pour un déplacement r est

$$\int_0^r \frac{m\,dr}{r^2} = -\frac{m}{r}.$$

Cette valeur représente le travail que peut effectuer une masse m attirée par une masse unité à la distance r.

$-\frac{m}{r}$ s'appelle le potentiel de la masse m.

Les mathématiques ne traitent que des valeurs abstraites ; aussi les formules de mécanique peuvent-elles être appliquées à des forces de toutes espèces pourvu qu'elles soient régies par les mêmes lois. Les attractions et répulsions électriques étant soumises aux mêmes lois que les attractions dues à la gravitation, la définition mécanique du

potentiel est applicable à l'électricité ; mais dans la pratique, cette notion du potentiel ne facilite pas l'explication physique des phénomènes électriques ; aussi préférons-nous définir le potentiel autrement.

Le potentiel est le degré d'électrisation d'un corps : le potentiel des deux parties d'un atome en mouvement en détermine la vitesse. Le potentiel représente la grandeur de la modification à laquelle est soumise la matière électrisée.

Quand on parle du potentiel d'un corps, on entend par cette expression la différence entre le potentiel de ce corps et celui de la terre : on ne mesure en physique que des différences de potentiel.

Le potentiel mesure le degré d'électrisation d'un corps, mais il n'indique pas la quantité d'électricité que pourrait fournir ce corps, de même que la température ne fait pas connaître le nombre de calories que peut dégager un corps se refroidissant jusqu'à zéro degré centigrade.

68. — Lorsqu'un atome est soumis à l'action constante des movités produites par les ondes d'une force attractive ou répulsive, ses deux moitiés prennent une différence de potentiel, et cette différence de potentiel mesure la vitesse de l'atome ; mais suivant la valeur de la masse de l'atome, la vitesse augmente plus ou moins rapidement ; c'est-à-dire que la même quantité d'électricité introduite dans l'atome par la force qui le met en mouvement y produit une différence de potentiel qui s'élève d'autant moins que la masse de l'atome est plus grande : les différents corps possèdent des capacités différentes.

On appelle *capacité électrique* d'un corps la quantité d'électricité que peut contenir ce corps au potentiel d'un volt. La quantité d'électricité que l'on a prise arbitrairement

comme unité a reçu le nom de *coulomb,* et on appelle *farad* l'unité de capacité, c'est-à-dire la capacité d'un corps qui renferme 1 coulomb au potentiel de 1 volt.

Nous entendons en conséquence par potentiel d'un corps, potentiel d'un atome, le degré d'électrisation, la tension électrique, la densité électrique d'un corps, d'un atome, ou d'une partie d'un atome ; mais il ne faut point oublier que les potentiels doivent toujours être considérés comme des différences de potentiel, le potentiel de la terre étant pris comme terme de comparaison.

69. — Pour représenter un petit volume de matière électrisée, nous avons, par la pensée, divisé en deux parties un atome en mouvement. Nous aurions pu composer une molécule avec 2 atomes au contact, la mettre en mouvement, puis séparer les 2 atomes : ceux-ci se trouveraient électrisés, mais la molécule cesserait de se mouvoir. Le travail dépensé à mettre la molécule en mouvement paraîtrait avoir disparu ; de plus, il nous aurait fallu produire du travail pour écarter l'un de l'autre les deux atomes électrisés de signes contraires qui se seraient attirés. Il faut donc dépenser de l'énergie pour produire les électricités ainsi que pour les recueillir ensuite séparément.

Le frottement est le premier procédé que l'on ait connu pour obtenir de l'électricité. Le frottement engendre généralement de la chaleur, mais cette chaleur est une forme de l'énergie dépensée ; l'électrisation en est une autre.

Tous les corps simples sont électro-positifs ou électro-négatifs les uns par rapport aux autres. Ils forment des corps composés qui ont ces mêmes propriétés ; aussi tous les corps en présence ou au contact les uns des autres sont-ils susceptibles d'acquérir une différence de potentiel ; mais cette différence de potentiel est généralement très faible,

et ne suffirait pas à produire l'électrisation des corps par frottement.

Il nous faut admettre qu'il se passe un phénomène spécial entre les molécules du corps frotté et celle du corps frotteur. Le frottement exige qu'il y ait déformation, usure de l'un des corps ; sans cela, il y aurait glissement sans frottement : il y a donc déplacement d'un certain nombre de molécules. Or celles-ci sont entraînées par le bras ou par l'outil qui poussent le corps frottant ; elles reçoivent l'impulsion de molécules en mouvement, c'est-à-dire de molécules dont les électricités sont séparées. Suivant la nature des corps en présence et la façon dont s'opère le frottement, les électricités séparées restent dans les molécules pour augmenter les mouvements oscillatoires, et produire de la chaleur, ou bien se répartissent entre les molécules du corps frotteur et du corps frotté en les électrisant de signes contraires.

Quand on laisse les deux corps au contact l'un de l'autre, les électricités se partagent également entre toutes les molécules sans se neutraliser, mais en augmentant les mouvements oscillatoires : le frottement a produit de la chaleur. Si l'on sépare brusquement les deux corps après les avoir frottés l'un contre l'autre, ils restent électrisés.

Au moyen de dispositions réalisées dans les machines électriques, on peut décharger les corps frottants et frottés à mesure qu'ils se chargent, et on recueille à part les électricités qui peuvent ainsi acquérir un potentiel élevé.

Malgré l'élévation du potentiel, la quantité d'électricité fournie par une machine à frottement est très faible. D'autres appareils au contraire peuvent fournir de très grandes quantités d'électricité, mais à un potentiel peu élevé, ces appareils cessant automatiquement de fonctionner si l'électricité qu'ils produisent ne peut s'écouler. La pile est le

type de ces appareils : la théorie de la pile est du domaine de la chimie.

70. — Quand un atome est en mouvement, ses deux parties possèdent des électricités de signes contraires qui déterminent dans l'éther la formation des movités : à l'électricité positive correspond la movité positive, et à l'électricité négative, la movité négative; mais pour que l'atome se déplace, la formation simultanée des deux movités est nécessaire comme celle des deux électricités.

En étudiant les forces et le mouvement (5 à 15), nous avons vu comment nous devons envisager l'état de l'éther lorsque celui-ci se déplace autour d'un atome : nous avons donné le nom de movité à cet état spécial, quasi filamenteux (25).

Lorsqu'au contraire, les électricités de signes inverses se trouvent, non sur le même atome, mais sur des atomes différents, l'action produite sur l'éther est de même nature que celle dont nous avons parlé (7 et 8). L'atome électrisé produit des ondes concentriques attribuées à l'électricité statique, aussi n'employons-nous pas l'expression de movité, mais celle d'*influence électrique* pour désigner l'action produite sur l'éther par un corps chargé d'électricité statique.

Manifestant sa présence dans un corps par une action de la matière sur l'éther, l'électricité agit comme si le siège de l'action électrique était à la surface des molécules. L'influence produite sur l'éther est un état que l'on peut comparer à celui qui détermine la gravitation ; il se propage de la même manière, et la puissance de l'influence varie comme l'inverse du carré de la distance. Les actions des ondes électriques les unes sur les autres déterminent des phénomènes semblables à ceux que produisent les ondes

de gravitation ; mais tandis que celles-ci facilitent la propagation d'ondes semblables, les ondes électriques retardent la propagation des ondes de même nom, et facilitent celle des ondes de nom contraire au leur.

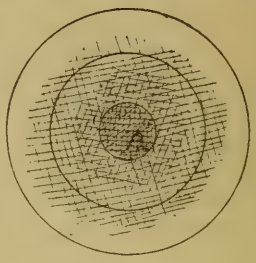


Fig. 28.

Soit A une molécule électrisée positivement qui émet des ondes d'influence électrique (fig. 28). Lorsqu'aucun corps électrisé ne se trouve dans le voisinage, les ondes sont concentriques à l'atome ; mais si nous plaçons en B (fig. 29) un atome électrisé positivement, les ondes résistent à la propagation les unes des

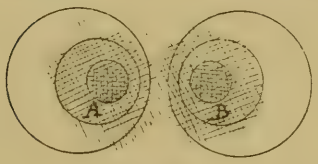


Fig. 29.

Fig. 30.

autres ; elles deviennent excentriques, et les atomes se repoussent.

Quand au contraire nous plaçons en B (fig. 30) un atome électrisé négativement, les ondes de A et de B deviennent excentriques en sens inverses, et les atomes s'attirent. Les attractions et répulsions sont proportionnelles à la valeur des ondes dans la partie intermédiaire aux molécules. Soit e le potentiel de l'un des atomes, e' celui de l'autre atome : la force attractive ou répulsive f est mesurée au contact de l'un des atomes par la valeur de l'onde qu'il émet c'est-à-dire e, multipliée par la valeur de l'onde (au contact du même atome) émise par l'autre atome, ou $\frac{e'}{d^2}$.

$$f = \frac{e\,e'}{d^2}.$$

71. — La matière agit sur l'éther, et inversement l'éther réagit sur la matière, parce que les états de ces deux milieux ont la même origine et sont d'essences analogues ; mais les actions produites par la matière sur l'éther ne sont pas identiques à celles de l'éther sur la matière. Celle-ci détermine dans l'éther un état de même nom que le sien, c'est-à-dire auquel nous avons donné le même nom. Si cet état de l'éther vient inversement à réagir sur la matière, celle-ci subit l'effet inverse, et tend à prendre l'état de nom contraire, comme si la matière devait neutraliser l'influence qu'a subie l'éther, ou ramener l'éther à ce qu'il était auparavant. Ce phénomène est la cause de l'électrisation par *influence*.

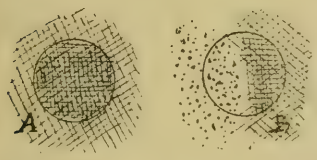


Fig. 31.

Un atome A (fig. 31) est électrisé positivement: il agit sur l'éther et produit une influence que nous représentons en haché, et dont la valeur varie comme l'inverse du carré de la distance à l'atome. Une molécule en B subit cette influence positive, et comme elle se trouve sur une pente d'influence, ses deux faces ne subissent pas la même action. Il s'opère alors en elle une séparation des électricités ; son électricité négative se porte du côté de l'atome A, et son électricité positive du côté opposé ; c'est-à-dire l'électricité négative du côté du maximum de l'influence positive dans l'éther, et l'électricité positive du côté du minimum. La partie négative tend à ramener à zéro le potentiel de l'éther, et la partie positive à prolonger l'influence de A.

La puissance de l'influence de A variant comme l'inverse du carré de la distance, la séparation des électricités dans B se fait à un potentiel dépendant de la distance qui sépare B de A.

Lorsque plusieurs molécules *C, D, E,* se trouvent placées à la suite les unes des autres dans le voisinage de *B,* (fig. 32), chacune d'elles subit l'influence transmise par sa voisine. L'action produite sur l'éther par l'électricité positive de chaque molécule est alors la même que celle qui serait produite par *A* si les autres molécules n'existaient pas.

Fig. 32.

Quand un corps non électrisé est soumis à l'influence d'un corps électrisé, il s'opère donc dans toutes ses molécules une séparation des électricités, ne formant pas dans les molécules l'énergie de mouvement, car elle provient d'une influence, et non de movités produites par la rencontre de deux ondes.

L'énergie de mouvement apparaît avec le premier déplacement élémentaire des atomes. Au contraire, dans le cas qui nous occupe, les atomes se trouvent tout à coup plongés dans un éther qui n'est pas celui dans lequel ils étaient en équilibre ; ils réagissent, et cette réaction amène en eux une séparation des électricités ; mais les atomes n'ont point absorbé d'énergie de mouvement, et si l'influence vient à disparaître, les électricités de noms contraires se neutralisent dans chaque atome.

Lorsque les électricités sont ainsi séparées, leurs ondes agissent les unes sur les autres, et les molécules s'attirent, parce qu'elles se présentent les parties électrisées de signes contraires : ou bien les cohésivités maintiennent les molécules à leur place, ou bien les molécules peuvent venir au contact les unes des autres. Si les molécules ne peuvent bouger, l'influence se transmet de molécule à molécule, et aucun mouvement électrique ne se produit : on dit que le corps est *isolant* ou *mauvais conducteur* de l'électricité.

Quand les molécules peuvent se déplacer facilement, B vient au contact de C, B prend l'électricité négative de C, et C l'électricité positive de B (fig. 33) ; C attire D qui a pris l'électricité négative de E ; il s'opère un partage d'électricités, et dans le corps M contenant les molécules B, C, D, E, toutes les molécules s'électrisent négativement dans la moitié qui se trouve du côté de A, et positivement dans l'autre moitié. Le corps est dit alors *bon conducteur* ou simplement *conducteur* de l'électricité. Dans ce cas, la partie $O\,Y$ (fig. 34) contient une quantité d'électricité positive égale à la quantité d'électricité négative de $O\,X$, et le potentiel positif en Y est égal au potentiel négatif en X, c'est-à-dire au potentiel correspondant à la valeur qu'aurait l'influence de A en X, si le corps $X\,O\,Y$ n'existait pas.

Fig. 33.

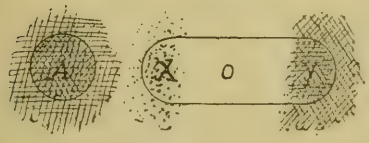


Fig. 34.

La séparation des électricités dans un corps conducteur s'opère, quelle que soit la grandeur du conducteur. Si l'on relie donc à la terre la partie Y du corps $X\,O\,Y$, l'électricité positive s'éloigne du corps A, et $X\,O\,Y$ se trouve complètement électrisé négativement. Quand la communication avec la terre est rompue, $X\,O\,Y$ reste électrisé négativement, même lorsque cesse l'électrisation de A.

Les électricités séparées par influence disparaissent en produisant un mouvement moléculaire qui engendre la chaleur. Cette chaleur représente le résultat de la transformation de l'énergie que l'on dépense pour écarter A et $X\,O\,Y$ l'un de l'autre : en effet, quand les électricités sont

séparées dans XOY, le corps A se trouve attiré plus énergiquement qu'il ne le serait si les électricités étaient restées en quantités égales dans chaque atome, et le travail qui est effectué correspond au travail absorbé par les actions des ondes électriques les unes sur les autres, actions qui se produisent quand on éloigne le corps A du corps XOY.

Dans les corps conducteurs, les mouvements de molécules qui déterminent une séparation des électricités ne commencent qu'après la propagation de l'influence ; mais les mouvements moléculaires qui se produisent retardent cette propagation de l'influence électrique en neutralisant son effet pour le faire reparaître aussitôt après ; aussi l'influence électrique semble-t-elle arrêtée par un corps conducteur quand elle est de faible durée, tandis qu'elle est transmise par un corps isolant.

La propriété de transmettre l'influence électrique avec une vitesse plus ou moins grande a été appelée *capacité inductive spécifique*.

72. — Les traités de physique nous apprennent que toute la charge d'un corps conducteur électrisé se trouve à la surface, et qu'il n'y a pas de trace d'électricité à l'intérieur. On le démontre en touchant alternativement à l'intérieur et à l'extérieur, avec un plan d'épreuve, une sphère creuse percée d'un trou. Une autre expérience consiste à retourner un cône de gaze électrisée. Le phénomène ainsi présenté conduit à une notion fausse de la distribution de l'électricité dans les corps.

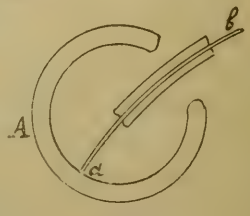


Fig. 35.

Soit A une sphère métallique creuse (fig. 35). Tous les corps chargés d'électricité devraient se décharger en touchant la surface

intérieure, et l'électricité se transporterait sur la surface extérieure, si la surface intérieure était toujours au potentiel zéro, quel que soit le potentiel de la surface extérieure. Un fil conducteur *a b*, isolé entre *a* et *b* de manière à ne pas pouvoir toucher la surface de la sphère à son passage par le trou, serait donc maintenu au potentiel zéro à l'extrémité *a*; et lorsque nous réunirions *b* à l'un des pôles d'une pile, en mettant l'autre pôle à la terre, nous devrions voir l'électricité de la pile se déverser dans la sphère, et la charge de la surface extérieure augmenter indéfiniment. Nous faisons l'expérience et nous constatons que cela n'a pas lieu. Pour faire l'expérience inverse, nous électrisons la surface extérieure de la sphère après avoir mis le bout *b* du fil à la terre; l'électricité s'écoule par le fil. Il existe donc une charge de la surface intérieure.

Fig. 36.

Nous plaçons une sphère *A* (fig. 36) électrisée positivement au centre d'une autre sphère creuse *B*. L'influence de *A* détermine une séparation des électricités dans *B*; l'électricité négative se porte à l'intérieur en *b'*, l'électricité positive à l'extérieur en *b*. *B* se trouve dans une troisième sphère *C*, celle-ci étant dans une autre *D*: l'électricité négative se porte à l'intérieur, et l'électricité positive à l'extérieur de chacune d'elles. Or les électricités ne se séparent qu'en raison de l'influence de la sphère intérieure : les surfaces grandissant, le potentiel de l'électricité en *b'*, correspondant à la puissance de l'influence qui s'est propagée de *A* en *b'*, est plus faible qu'en *A*; la quantité d'électricité qui se trouve en *b*, égale à celle qui est en *b'*, se répartit sur une plus

grande surface ; de proche en proche, le potentiel de l'influence diminue comme si toutes les sphères intermédiaires n'existaient pas. Nous voyons donc qu'en joignant par un fil imaginaire A, b, c, d, nous réunissons des corps qui ne sont pas au même potentiel ; A abandonne une partie de son électricité qui passe dans b, c, d. De même dans b', c', d', l'électricité négative prend une nouvelle distribution quand on les met en communication.

Supposons maintenant que les sphères A, B, C, D, aient été électrisées au même potentiel avant d'être mises en présence. La sphère A produit sur l'éther environnant un effet d'influence qui amène dans B une concentration d'électricité négative sur la surface intérieure. La charge de la surface extérieure de B est alors la somme de la charge propre de la sphère B et de celle qui est produite par la séparation des électricités sous l'influence de A ; elle agit donc sur C avec une puissance plus grande que précédemment. Cette augmentation du potentiel des charges, due aux influences des sphères intérieures, se continue de proche en proche jusqu'à la surface extérieure de D qui réunit les actions de toutes les charges des différentes sphères.

Sans changer la grandeur de la sphère D, nous augmentons indéfiniment par la pensée le nombre des sphères creuses que nous plaçons à l'intérieur, en diminuant à mesure leur épaisseur, ainsi que la sphère A, jusqu'à la réduire à un atome. Nous constatons alors, en allant de l'extérieur à l'intérieur, la diminution de la puissance de l'influence électrique dans toutes les parties telles que d, c, b, des sphères creuses. Les sphères telles que b' c' d' prennent des électrisations égales à celles des sphères en présence desquelles elles se trouvent : les influences des électricités se neutralisent donc dans l'intérieur de la sphère, et il ne reste d'apparent que l'influence de la charge de la surface

extérieure ; car, n'étant pas comprise entre deux lames d'électricité négative, elle n'est pas neutralisée, et possède la somme des influences de tous les atomes de la sphère.

Dans une sphère creuse, la distribution des électricités s'opère comme si elle avait eu lieu sous l'influence d'ondes émises par le centre de la sphère, et qui produiraient à la surface l'électrisation qui s'y manifeste réellement. Dans l'intérieur de la sphère, toutes les molécules semblent déchargées d'électricité.

Le plus souvent, quand on fait des expériences avec une sphère de métal électrisée positivement, par exemple, celle-ci se trouve dans le voisinage et à des distances plus ou moins grandes de corps qui subissent son influence, et dans lesquels se fait une séparation d'électricités. Ces corps réagissent sur la sphère électrisée, et tendent à condenser davantage son électricité sur la surface. Il s'opère alors une séparation d'électricités par influence telle que l'électricité négative, qui tend à paraître dans l'intérieur de la sphère, neutralise l'action de l'onde virtuelle positive du centre ; aussi ne reste-t-il d'apparent que l'électricité de la surface de la sphère.

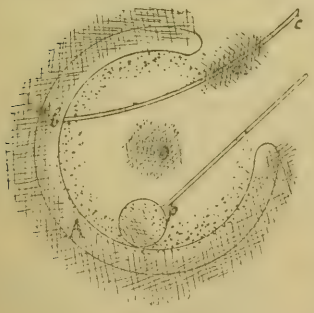


Fig. 37.

Prenons donc une sphère creuse *A* (fig. 37). Nous venons présenter devant l'ouverture un plan d'épreuve électrisé *p*, et nous le faisons pénétrer dans l'intérieur : il se forme dans ce plan d'épreuve une distribution nouvelle des électricités ; l'électricité positive se porte à l'extérieur, et si le plan touche la surface intérieure, il se décharge pour ne conserver que des quantités égales des électricités des deux signes.

Mettons maintenant un fil conducteur *b a c* en contact

avec la surface intérieure de la sphère : toutes ses molécules sont dans le même état que si elles faisaient partie de la sphère, et si la sphère était pleine. La section *a* possède donc les propriétés de la surface de la sphère, et l'électricité y acquiert le même potentiel. L'extrémité *a c* du conducteur *b a c* se trouve dans le même état et donne lieu aux mêmes phénomènes que s'il était fixé directement sur la surface extérieure de la sphère. Elle se décharge en conséquence par le fil *b a c* quand on met celui-ci en communication avec la terre.

Les différents degrés d'électrisation que l'on relève sur les diverses parties des corps électrisés ont reçu le nom de *densités électriques :* celles-ci sont mesurées par les quantités d'électricité que prend le plan d'épreuve, ou par les actions produites sur des balles suspendues. Ces phénomènes sont des phénomènes d'influence, et nous venons de voir que les influences peuvent être propagées et amplifiées par les corps conducteurs. Dans ceux-ci, toutes les molécules reçoivent d'abord une même charge électrique, mais les molécules agissent les unes sur les autres de proche en proche ; les influences s'ajoutent, et l'effet est maximum dans la direction de la plus grande longueur. La densité électrique n'est donc pas uniforme sur la surface d'un corps conducteur, et la forme du conducteur influe sur la distribution apparente de l'électricité.

CHAPITRE VI.

COURANTS ÉLECTRIQUES. MAGNÉTISME.

73. Courant électrique. — 74. Intensité du courant. — 75. Effets calorifiques. — 76. Effets magnétiques. — 77. Courants induits. — 78. Transformation de l'énergie dans les machines. — 79. Solénoïdes. — 80. Les aimants. — 81. Les propriétés magnétiques du fer.

73. — Quand un corps isolant A (fig. 38) se trouve placé entre deux autres corps, l'un B électrisé positivement, et l'autre C électrisé négativement, tout l'éther situé entre C et B subit leur action, et réagit sur les molécules a, b, c, d, du corps A. Celui-ci n'étant pas conducteur, les molécules sont maintenues par leurs cohésivités dans les positions relatives qu'elles occupent les unes par rapport aux autres, et chacune d'elles reste électrisée positivement du côté de C et négativement du côté de B.

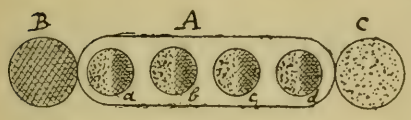


Fig. 38.

Quand au contraire A est un corps conducteur, les molécules se rapprochent les unes des autres, et opèrent un échange d'électricités. Aussitôt que les corps B et C ont produit leur influence, a vient au contact de B (fig. 39), d au contact de C, et b au contact de c. a se charge d'électricité positive, d d'électricité négative, et dans l'ensemble des deux molécules b et c, sous l'influence de B et de C, b prend de l'électricité négative, et c de

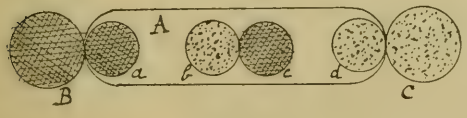


Fig. 39.

l'électricité positive. Les différentes molécules quittent aussitôt cette position (fig. 40), *a* vient au contact de *b*, et *c* au contact de *d*. Dans ces deux nouveaux groupes de molécules, il s'opère encore un partage d'électricités, *a* et *c* étant électrisés négativement par rapport à *b* et *d* qui le sont positivement. Chacune des molécules est donc électrisée positivement par rapport à ses deux voisines quand elle se meut dans la direction *B C*, et négativement quand elle se meut dans la direction *C B* : ce phénomène a reçu le nom de *courant électrique*.

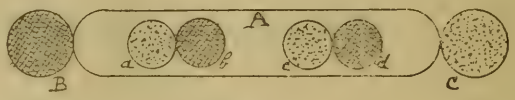


Fig. 40.

74. — On mesure l'*intensité* d'un courant par la quantité d'électricité qui passe en une seconde. Lorsqu'un courant fait passer 1 coulomb à la seconde, on dit que son intensité est de 1 *ampère*, l'ampère étant choisi comme unité de mesure des intensités.

L'intensité d'un courant peut se mesurer dans une quelconque des sections du conducteur *A* : c'est la quantité d'électricité transportée par toutes les molécules telles que *b* (fig. 41).

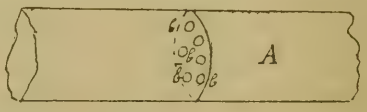


Fig. 41.

Cette intensité est donc proportionnelle au nombre des molécules qui se trouvent dans une tranche d'épaisseur très petite, ou à la section *s* du conducteur.

La quantité d'électricité qu'une molécule telle que *b* (fig. 42) transporte de *a* en *c* est proportionnelle à la diffé-

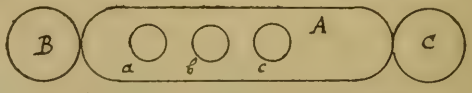


Fig. 42.

rence de potentiel existant entre a et c : or cette valeur est elle-même proportionnelle à la différence de potentiel E existant entre B et C, et inversement proportionnelle à la distance BC, c'est-à-dire à la longueur l du conducteur. L'intensité du courant a donc pour facteur $\frac{E}{l}$.

Dans la plupart des corps, les cohésivités négatives sont assez puissantes pour modérer la vitesse avec laquelle les molécules pourraient venir au contact les unes des autres : la quantité d'électricité transportée par chacune des molécules dans le même espace de temps varie donc suivant la nature du corps. On appelle *conductibilité* la propriété que possède chaque corps de laisser passer plus ou moins vite l'électricité. L'intensité du courant est donc proportionnelle à la conductibilité c du corps.

Ces différents facteurs donnent un produit qui mesure l'intensité I d'un courant : $I = \frac{E.c.s}{l}$.

Pour la commodité des calculs, on ne se sert généralement pas de cette formule telle qu'elle est ainsi présentée. L'inverse du facteur $\frac{c.s}{l}$, c'est-à-dire $\frac{l}{c.s}$, est appelée la *résistance* du conducteur. La résistance se représente par R.

$$I = \frac{E}{R}$$

I étant l'intensité du courant mesurée en ampères, E la différence de potentiel aux extrémités du conducteur mesurée en volts, et R la résistance mesurée en ohms, dépendant de la conductibilité, de la section, et de la longueur du conducteur.

75. — Lorsqu'un courant électrique circule dans le corps A (fig. 42) on dit généralement que l'électricité positive passe de B en C, ou que l'électricité négative passe de C en B, ou que les deux électricités se neutralisent dans le

corps *A*. Ces différentes expressions sont impropres. Il a fallu dépenser de l'énergie pour séparer les électricités et les recueillir en *B* et en *C* : lorsque le corps conducteur *A* est interposé entre *B* et *C*, l'énergie dépensée se transforme ; les électricités séparées en *B* et en *C* ne se neutralisent pas, mais elles se distribuent uniformément entre toutes les molécules. Dans chacune d'elles, l'électricité positive et l'électricité négative restent séparées, et augmentent les mouvements oscillatoires. Le corps *A* s'est échauffé.

La quantité de calories qui s'accumule dans les molécules d'un conducteur est donc proportionnelle à la quantité d'électricité qui disparaît dans ce conducteur, c'est-à-dire à l'intensité *I* du courant ; mais elle est également proportionnelle à l'élévation du potentiel des deux électricités qui se réunissent dans les molécules, c'est-à-dire à *E* pour l'ensemble du conducteur. Le nombre de calories qui se développe à la seconde dans un conducteur traversé par un courant d'intensité *I* se mesure par le produit *E I*, dont les unités ont reçu le nom de *watts*.

76. — Le nombre de watts que développe un courant ne se manifeste pas uniquement sous forme de chaleur. Le mouvement des électricités produit un autre phénomène, l'*action magnétique* du courant.

Soit *A* un conducteur dans lequel circule un courant (fig. 43), et dont les extrémités *B* et *C* sont électrisées positivement et négativement. Au moment où les molécules *a* et *b* sont au contact l'une de l'autre, *c* et *d* le sont également, et la distribu-

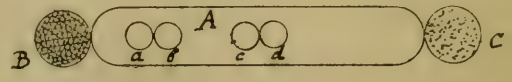


Fig. 43.

tion des électricités qui s'opère en elles se fait sous l'influence de *B* et de *C*. Les molécules n'agissent point alors les unes sur les autres pour s'attirer et se repousser par le fait de leur électrisation, mais elles sont écartées les unes des autres par leurs cohésivités ; *b* s'éloigne de *a*, *c* s'écarte de *d*. Peu après, lorsque les molécules *b* et *c* se sont rapprochées, leurs charges électriques ne correspondent plus à l'action produite sur l'éther par *B* et *C*, et l'attraction entre *b* et *c* se manifeste. Ces deux molécules viennent au contact l'une de l'autre malgré l'action des cohésivités négatives, si cette action n'est pas trop puissante, c'est-à-dire si le corps *A* est conducteur.

Lorsque *b* et *c* ont échangé leurs électricités pour prendre leur équilibre dans l'éther soumis à l'influence de *B* et de *C*, ces molécules s'écartent l'une de l'autre sous l'action de leurs cohésivités négatives, *b* se trouve attiré vers *a*, et *c* vers *d*.

Ainsi donc, quand un courant électrique circule dans un fil conducteur *B C* (fig. 44), chacune des molé-

Fig. 44.

cules agit sur sa voisine, et l'attire ; étant électrisée positivement quand elle se meut dans la direction *BC*, et au contraire électrisée négativement quand elle se meut dans la direction *CB* ; or deux corps qui s'attirent produisent dans l'éther des ondes excentriques donnant naissance aux movités. Il nous est difficile de représenter exactement ce que forment dans l'éther les ondes attractives des molécules du fil *BC*, mais nous pouvons admettre que l'état spécial que prend l'éther sous l'influence du courant circulant dans *B C* est d'une nature analogue aux movités, c'est-à-dire

que, produit par des ondes attractives, il est comparable à l'état que nous appelons *filamenteux* (25), et qui caractérise la présence de l'énergie dans l'éther. Le courant électrique détermine sa formation en dépensant un peu d'énergie, mais cette énergie rentre dans les molécules quand le courant cesse, et prolonge son action.

Pour représenter cet état abstrait sur les figures explicatives dont nous avons besoin, nous considérons que l'influence électrique positive se fait sentir autour de chaque molécule avec une puissance allant en croissant pendant que la molécule se meut dans la direction *BC* (fig. 44), cesse brusquement quand elle arrive au contact de sa voisine, et que l'influence négative agit de la même manière pendant que la molécule suit la direction *CB*.

Nous représentons donc, par convention, l'action d'un courant sur l'éther par un dessin dans lequel les hachés caractérisant l'influence positive, et les pointillés représentant l'influence négative, sont enchevêtrés comme l'indique la figure 45,

Fig. 45.

et plus simplement par le dessin de la figure 46.

Cet état que nous appelons *action magnétique* d'un courant, ou *champ magnétique*, se propage autour du conducteur dans lequel passe le courant. Il ne représente ni une action de l'électricité statique, ni des movités comme la lumière : s'il était possible de voir l'état intime de l'éther,

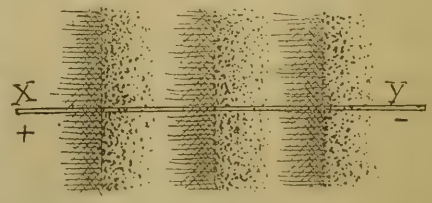


Fig. 46.

on n'apercevrait pas de tranches telles que celles que nous figurons ; mais nous constaterions, si nos sens nous le permettaient, qu'en nous mouvant successivement dans deux directions inverses, parallèles au circuit, nous éprouverions des sensations analogues mais inverses. Le dessin de la figure 46 n'indique pas autre chose.

Le champ magnétique créé dans l'éther ne se propage pas instantanément ; l'éther agit donc comme s'il résistait à cette propagation ; aussi un éther déjà modifié peut-il rendre cette propagation plus ou moins difficile. L'expérience nous apprend que l'éther subissant déjà une influence semblable permet une propagation plus rapide, car cet état rend attractifs l'un pour l'autre deux circuits produisant la même action, c'est-à-dire deux circuits parallèles dans lesquels passent deux courants de même sens. Au contraire, deux courants de sens inverses se repoussent, nous indiquant ainsi que l'éther modifié par un des courants résiste à la propagation du champ magnétique inverse produit par l'autre courant.

77. — L'état spécial qui se forme dans l'éther sous l'action d'un courant électrique, c'est-à-dire son champ magnétique, donne naissance à des phénomènes connus sous le nom de *courants induits* ou *phénomènes d'induction*. Voici comment s'explique la formation des courants induits.

Soit MN (fig. 47) un circuit dont on met les extrémités en communication avec deux corps électrisés de signes contraires. A chacune des extrémités du conducteur MN, les molécules se chargent d'électricité, et communiquent une partie de leur charge à leurs

Fig. 47.

voisines ; l'électricité positive arrive progressivement en N, l'électricité négative en M ; l'intensité du courant s'accroît dans chacune des parties du circuit $M\,N$, et ce n'est qu'au bout d'un intervalle de temps, très court il est vrai, mais non infiniment petit, que l'intensité du courant devient constante. Pendant cette période, l'action magnétique est produite dans l'éther par les molécules qui sont chargées d'électricité positive quand elles se meuvent vers N (fig. 48), et d'électricité négative lorsqu'elles se dirigent vers M. Ce nouvel état de l'éther réagit sur la matière pour retarder le mouvement des molécules dans le circuit $M\,N$, et produit un mouvement moléculaire dans le circuit $P\,Q$ qui se trouve auprès de lui. Le résultat de cette action sur $M\,N$ est un contre-courant qui ne devient pas sensible et ne peut que retarder l'établissement du courant principal. Le contre-courant devient au contraire sensible dans $P\,Q$.

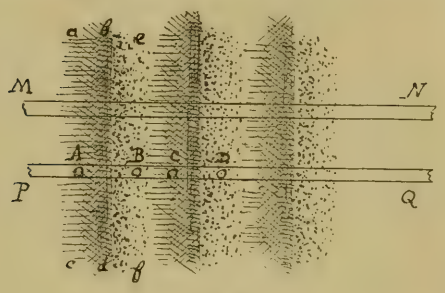


Fig. 48.

Il nous est aussi difficile de préciser comment l'action magnétique de $M\,N$ agit sur les molécules de $P\,Q$ qu'il nous l'a été de définir la nature exacte de cet état de l'éther. Ce que nous représentons dans le rectangle $a\,b\,c\,d$ (fig. 48) est dû à l'action des molécules se mouvant vers la droite avec une charge d'électricité positive ; cet état de l'éther doit amener un mouvement inverse dans le circuit $P\,Q$, les molécules A, C, doivent chercher à s'électriser négativement, comme pour combattre l'action de $a\,b\,c\,d$; elles se déplacent vers la gauche. Il s'opère en elles un partage

des électricités ; elles échangent les électricités avec leurs voisines de gauche, prenant de l'électricité négative, donnant de l'électricité positive, puis reviennent vers la droite apporter à leurs voisines de l'électricité négative. Ce phénomène n'est autre qu'un courant électrique inverse de celui qui circule dans *M N*.

Ce courant est de faible durée ; mais il produit une nouvelle distribution des électricités dans les molécules du circuit *P Q*. Dès que l'intensité du courant *M N* cesse de croître, le mouvement moléculaire s'arrête dans *P Q*. Les molécules y sont néanmoins électrisées dans des positions différentes de celles qu'elles occuperaient s'il ne passait pas de courant dans *M N;* aussi, lorsque le courant cesse dans *M N,* les molécules de *P Q* reprennent-elles leur équilibre en transportant vers la droite l'électricité positive qu'elles avaient portée vers la gauche : un courant électrique de même sens que celui de *M N* prend naissance.

Le courant induit est produit par le champ magnétique du courant inducteur quand l'intensité de ce champ varie ; or cette variation peut être déterminée, soit par les modifications du courant inducteur, soit par le rapprochement ou l'éloignement du circuit. Les courants de même sens s'attirent, les courants de sens contraire se repoussent : le courant inducteur qui se forme, ou qui s'approche, donne naissance à un courant induit qui le repousse ; le courant inducteur qui cesse, ou qui s'éloigne, fait naître un courant induit qui l'attire. Le déplacement d'un circuit dans le voisinage d'un courant ne peut en conséquence se produire que si l'on dépense le travail nécessaire à vaincre les actions attractives et répulsives des deux courants.

78. — Cette propriété des courants induits est utilisée pour la construction des machines électriques. Lorsqu'une

machine à vapeur travaille à déplacer des circuits dans un champ magnétique, on peut recueillir, sous forme de courant électrique, pour l'employer ailleurs, l'énergie que la machine a dépensée pour faire mouvoir les circuits : il s'est opéré, a-t-on coutume de dire, une transformation d'énergie. Inversement, quand nous laissons un circuit se déplacer dans un champ magnétique sous l'influence du courant qui circule en lui, il peut entraîner une résistance ; et lorsqu'il l'a déplacée, l'électricité mise en jeu pour produire le courant a disparu sans échauffer le fil conducteur. L'énergie électrique est de nouveau transformée en travail.

Soit A (fig. 49) la section d'un fil dans lequel passe un courant électrique, B celle d'un autre fil entraîné par une machine à vapeur dans une direction xy : B se rapproche de A, et traverse son champ magnétique.

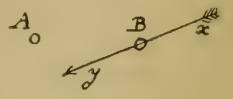


Fig. 49.

L'énergie qui se dépense dans la combustion du charbon passe, après plusieurs transformations, sous forme de movités et d'électricités dans les tiges du piston, les bielles, etc., jusqu'à l'objet entraîné. Le circuit B possède donc une quantité d'énergie venant de la chaudière, et qui, sous forme de quantité de mouvement ou d'électricités séparées dans chaque atome, lui donne sa vitesse dans le champ magnétique. Ce déplacement détermine dans B un mouvement électrique.

Lorsque le circuit B est un circuit ouvert, l'action cesse aussitôt que le nouvel équilibre moléculaire est établi ; les quantités de mouvement des atomes de B lui conservent sa vitesse ; l'énergie sous cette forme ne se dépense pas ; aussi, une machine électrique, dont le circuit est ouvert, tourne-t-elle sans demander à la machine à vapeur de dépense d'énergie autre que celle qui est nécessaire à vaincre les frottements.

Quand le circuit *B* est fermé, le mouvement moléculaire et la distribution des électricités qui se produisent en lui donnent naissance à un courant qui circule dans *B*, quelle que soit la longueur de la partie du circuit se trouvant en dehors de la machine électrique, courant qui échauffe le fil, et peut produire en tout point du circuit un travail quelconque. Mais ce courant électrique circulant dans *B* crée dans l'éther un champ magnétique inverse de celui qui est produit par *A*. Les deux courants forment des ondes répulsives qui déterminent la formation des movités, et tendent à donner aux atomes des deux circuits les quantités de mouvement qui les feraient mouvoir dans deux directions inverses. Le circuit *A* est fixe : quant au circuit *B*, il renferme une quantité de mouvement qui l'entraîne vers le circuit *A*, aussi l'accélération que lui donne l'influence de *A* va-t-elle détruire la vitesse qu'il possède. Le circuit *B* s'arrêterait donc très rapidement si la machine à vapeur ne dépensait pas d'énergie pour lui rendre la quantité de mouvement que l'influence de *A* lui fait perdre. L'énergie qui apparaît sous la forme d'un courant électrique dans *B* ne se produit donc que sous l'action de l'énergie que la machine à vapeur dépense pour entretenir la vitesse de *B*. Nous appelons ce phénomène une *transformation d'énergie*.

De même, lorsque deux courants de même sens passent dans des circuits voisins, ceux-ci s'attirent, et si l'un d'eux peut se mouvoir, il se déplace en produisant un travail correspondant à l'énergie qui se dépense à entretenir le courant électrique. Les courants électriques produisent en effet des ondes attractives qui déterminent la formation des movités, et peuvent donner aux atomes des circuits une certaine quantité de mouvement. Si l'un d'eux cède à cette action, il acquiert une vitesse qu'il communique aux pièces

de la machine auxquelles il est relié ; mais les movités qui ont été formées par le champ magnétique en ont absorbé l'énergie, et le courant, ou plutôt la source d'électricité, doit dépenser un nouveau travail pour reformer le champ magnétique dans l'éther. Ainsi, par l'intermédiaire du champ magnétique et des movités qu'il produit, l'énergie du courant, sous forme de quantité de mouvement, passe dans le circuit entraîné, et de là dans les pièces du moteur électrique qui travaille. Si ce moteur n'a pas de résistance à vaincre, la vitesse du circuit B ne fait que s'accroître, et la machine peut tourner très rapidement sous l'action d'un faible courant.

79. — Un fil conducteur, enroulé en spirale autour d'un cylindre, forme ce que l'on appelle un solénoïde. Les différentes spires d'un solénoïde sont parallèles et presque normales aux génératrices du cylindre, et lorsqu'un courant circule dans le fil, chaque spire ajoute son action à celle de sa voisine pour envelopper le solénoïde d'un champ magnétique plus intense.

Deux solénoïdes libres de leurs mouvements, et dans chacun desquels circule un courant, s'orientent de manière à ce que leurs courants soient parallèles dans les parties les plus voisines des spires que les solénoïdes présentent l'un à l'autre.

Soient $A\,B$ et $A'\,B'$ (fig. 50) deux solénoïdes dont les extrémités A et A' sont en communication avec un corps électrisé positivement tandis que les extrémités B et B' communiquent avec une source d'électricité négative. Lorsque

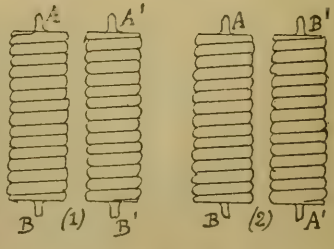


Fig. 50.

les solénoïdes sont dans la position *(1)*, des courants de sens contraires circulent dans les parties des spires qui sont les plus rapprochées ; $A'B'$ tourne et prend la position *(2)*.

Suspendons le solénoïde AB par son centre de gravité, et venons lui présenter alternativement les extrémités A' et B' du solénoïde $A'B'$: lorsque A est en présence de A', les courants sont de sens inverses, et les extrémités de ces solénoïdes se repoussent ; si A' est approché de B, les courants sont de même sens et s'attirent. A' attire B et repousse A.

Les extrémités des solénoïdes exercent donc les unes sur les autres des actions d'attraction et de répulsion. On leur a donné le nom de *pôles : pôle austral* et *pôle boréal* pour les distinguer l'un de l'autre. Les pôles de même nom se repoussent ; les pôles de noms contraires s'attirent.

Quand on emploie un solénoïde, dans lequel circule un courant, pour faire naître des courants induits dans les spires d'autres solénoïdes non reliés à une source d'électricité, des pôles induits se forment dans ces solénoïdes. Un pôle qui se rapproche de l'extrémité d'un solénoïde produit un pôle de même nom et le repousse ; un pôle qui s'éloigne détermine la formation d'un pôle de nom contraire et l'attire.

80. — Les propriétés magnétiques des solénoïdes traversés par des courants électriques se retrouvent dans un minerai de fer, la *pierre d'aimant*. En taillant ce minerai suivant certaines règles, on peut former des barreaux dont les extrémités possèdent les mêmes propriétés que les pôles d'un solénoïde, et produisent un champ magnétique : ce sont les *pôles des aimants*.

Pour expliquer la formation des champs magnétiques

sous l'action des aimants, on a supposé qu'il se forme en eux un nombre considérable de petits courants électriques circulaires dont le plan est normal à la ligne des pôles (fig. 51). La résultante de tous ces petits courants produit sur l'éther environnant le même effet que si le barreau était entouré de spires dans lesquelles passeraient des courants électriques.

Fig. 51.

Il ne faut pas voir dans ces spires élémentaires des courants électriques semblables à ceux qui sont produits dans un fil par une différence de potentiel entre ses extrémités. Dans un circuit traversé par un courant, les molécules transportent l'électricité qui a pris naissance sous l'effet d'une dépense de travail, et le circuit engendre de la chaleur. Dans l'aimant, il n'y a pas de travail dépensé, aussi ne s'échauffe-t-il pas.

Pendant les mouvements oscillatoires moléculaires dans les différents corps, les électricités s'inversent lorsque les molécules doivent rebrousser chemin, et aucun échange d'électricités ne se fait entre elles. Nous devons supposer que la symétrie n'existe pas dans les molécules des aimants, tant au point de vue des cohésivités qu'à celui des électricités, et nous représentons (fig. 52) un groupe de six molécules dans lesquelles l'électricité positive et l'électricité négative restent séparées, et indépendantes de celles qui produisent les mouvements oscillatoires. Les molécules *a* et *b* viennent au contact l'une de l'autre pendant leurs oscillations, et un échange d'électricités s'opère, *a* cédant de l'électricité positive à *b* qui lui donne en échange de l'électricité négative. Le même phénomène se reproduit entre *b* et *c*, *c* et *d*, etc., chaque

Fig. 52.

molécule reprenant aussitôt après sa dissymétrie électrique ; aussi un champ magnétique se forme-t-il comme s'il existait un courant électrique circulant dans les six molécules *a b c d e f*.

Le champ magnétique produit par un aimant étant semblable à celui que fait naître un courant électrique circulant dans un solénoïde, les aimants déterminent les mêmes phénomènes d'induction que les solénoïdes.

81. — Certains corps jouissent de la propriété de devenir eux-mêmes des aimants lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique : le fer est celui dans lequel cette propriété est le plus développée. Il est probable qu'une dissymétrie des molécules de fer au point de vue électrique comme au point de vue des cohésivités est la cause de ce phénomène. Dans un champ magnétique, les molécules de fer s'orientent et forment des agglomérations : la figure 52 nous en représente une. Lorsque l'action du champ magnétique cesse de se faire sentir, les molécules de fer se rassemblent et se présentent les parties qui possèdent les cohésivités positives ; la symétrie électrique se produit (fig. 53), et le champ magnétique disparaît aussitôt.

Fig. 53.

Au contraire, lorsque le fer est combiné avec l'oxygène comme dans la pierre d'aimant, ou avec le carbone comme dans l'acier, les molécules conservent leur équilibre dans les positions de la figure 52, et le barreau d'acier qui a été soumis à l'action d'un champ magnétique reste aimanté. Un champ magnétique différent amène un mouvement moléculaire, fait prendre un nouvel équilibre aux molécules d'acier, et aimante d'une autre manière le barreau d'acier déjà aimanté.

La propriété du fer pur de s'aimanter et de se désai-

manter a été utilisée pour la construction des électro-aimants. On enferme un cylindre de fer dans un solénoïde : le fer devient un aimant quand le courant électrique passe, et perd cette propriété quand le courant cesse. Mais le champ magnétique déterminé par cet électro-aimant est beaucoup plus puissant que celui qu'un solénoïde ou qu'un aimant de la même grandeur produiraient. Les variations de l'intensité du courant permettent d'en régler la puissance.

CHAPITRE VII.

L'ÉTINCELLE ÉLECTRIQUE.

82. L'étincelle dans les gaz. L'arc électrique. — 83. Influence de la diminution de la pression sur l'étincelle dans les gaz. — 84. Décharge dans les tubes à vide. — 85. Décharge unipolaire. — 86. Rayons X.

82. — Quand on maintient constante une différence de potentiel entre deux points d'un corps, les molécules qui sont entre ces deux points ont leurs électricités séparées par influence ; elles se mettent en marche les unes vers les autres, partagent leurs électricités, et l'électricité passe en déterminant les mouvements de va-et-vient des molécules. Ces mouvements ne peuvent s'effectuer que si les cohésivités n'empêchent pas le contact des molécules de se produire, lorsqu'il n'existe entre elles qu'une faible différence de potentiel ; sinon, les molécules restent éloignées les unes des autres après avoir séparé leurs électricités, et le courant ne passe pas. Si la différence de potentiel augmente, les électricités arrivent à vaincre les actions des cohésivités ; les molécules se mettent en mouvement, et le courant passe.

Lorsque le phénomène se produit dans un gaz, la rupture de l'équilibre et le passage de l'électricité sont accompagnés d'un phénomène lumineux que l'on nomme *étincelle électrique*. Comme la chute de potentiel est très rapide, le phénomène cesse aussitôt que le courant s'est produit. L'étincelle ne dure que pendant un intervalle de temps très court, aussi dit-on que l'étincelle est instantanée. Si la différence de potentiel se rétablit, une nouvelle étincelle se produit, et les étincelles se succèdent d'autant plus rapidement que la différence de potentiel se rétablit plus vite.

La lumière de l'étincelle est due aux ondes de movités mélangées de cohésivités que les molécules gazeuses émettent. Ces ondes sont de même nature que les ondes de chaleur rayonnante et se produisent sous l'influence des mêmes causes (51). Lorsque l'équilibre intérieur des électricités des molécules se modifie déterminant le changement de direction et de vitesse, sans qu'aucune action extérieure ait agi sur les movités produites par les molécules, ces movités se détachent et se répandent dans l'espace. Quand l'électricité est transportée par des molécules gazeuses, les cohésivités négatives, plus grandes dans les gaz que dans les autres corps, obligent les molécules à se charger à un potentiel plus élevé pour vaincre les actions des cohésivités, et venir au contact les unes des autres. Au moment où l'échange des électricités a lieu, l'équilibre intérieur des molécules se modifie brusquement, et les ondes de movités qui entraînaient les molécules les unes vers les autres sont abandonnées, et se répandent dans l'espace. La succession rapide des ondes lancées par les différentes molécules nous donne l'impression d'une vive lumière de faible durée.

La puissance et la couleur de la lumière dépendent du potentiel auxquelles les molécules échangent leurs électricités, des cohésivités que vainquent les électricités, et de la

nature des molécules. Dans les divers gaz, l'étincelle prend en conséquence des caractères particuliers, et la lumière de l'étincelle donne le spectre caractéristique du gaz.

Les cohésivités des molécules agissent également sur la distance des électrodes à laquelle se forme l'étincelle pour une différence de potentiel constante; on appelle *viscosité électrique* les propriétés spéciales que possèdent chacun des gaz, et qui les distinguent au point de vue de leur résistance au passage de l'étincelle.

L'aspect de l'étincelle dépend en outre de la manière dont l'influence statique est distribuée dans le gaz au moment de la rupture de l'équilibre; or cette distribution de l'influence statique provient de la forme des électrodes; celle-ci influe donc sur l'aspect que prend l'étincelle. Chacune des molécules vient au contact de la molécule voisine dans la direction où les cohésivités résistent le moins au rapprochement; l'électricité suit le chemin de moindre résistance, qui peut se trouver sinueux.

Lorsque l'étincelle se produit entre deux charbons, ce qui est le cas de l'arc voltaïque, les charbons rougissent, et un certain nombre de molécules de carbone se détachent des électrodes pour prendre part au transport de l'électricité. Il se produit alors un phénomène qui n'est pas sensible quand l'étincelle éclate entre des électrodes plus solides. Les molécules de carbone qui reçoivent de l'électricité positive et de l'électricité négative sont soumises à l'influence des électrodes au moment où elles échangent les électricités; aussi leur reste-t-il une petite charge d'électricité négative dans la partie qu'elles présentent à l'électrode positive, et une petite charge d'électricité positive du côté opposé, quand les cohésivités négatives les séparent. Ces électricités donnent à la molécule une vitesse dans la direction de l'électrode positive. Chaque molécule conserve

cette vitesse jusqu'à ce qu'une autre molécule contrarie son mouvement, mais elle lui communique une partie de sa quantité de mouvement ; aussi en résulte-t-il, en dehors des autres phénomènes qui se produisent, un transport continu de carbone de l'électrode négative à l'électrode positive. L'électrode négative se creuse, tandis que l'électrode positive prend la forme d'un cône. La première s'use plus rapidement que la seconde.

83. — Le potentiel auquel doivent être élevées les électrodes pour produire l'étincelle varie avec la distance qui sépare ces électrodes, et avec la pression du gaz. Plus celle-ci est forte, plus il se trouve de molécules pour transporter la même quantité d'électricité, mais en même temps, plus il y a de centres d'action des cohésivités. Les molécules qui se trouvent entre les électrodes transmettent l'influence électro-statique en séparant leurs électricités ; et, au moment où se rompt l'équilibre des cohésivités, où deux molécules se rejoignent, toutes les autres sont déjà préparées à venir au contact les unes des autres sous la moindre influence, aussi la différence de potentiel nécessaire pour produire l'étincelle dans un gaz sous pression constante, croît-elle moins vite que la distance des électrodes.

Au lieu d'augmenter la distance des électrodes en interposant de nouvelles couches de gaz, si nous éloignons les électrodes l'une de l'autre en conservant la même quantité de gaz, c'est-à-dire en diminuant la pression, les molécules se trouvent à des distances plus grandes les unes des autres, s'influencent moins fortement, et il faut une plus grande différence de potentiel pour produire l'étincelle ; aussi dit-on que les pressions faibles sont proportionnellement plus résistantes.

Si l'on veut faire passer l'électricité par un nombre dé-

terminé de molécules gazeuses avec une différence de potentiel minimum, il est préférable de rapprocher les électrodes en augmentant la pression du gaz ; mais pour produire l'étincelle entre les électrodes à distance fixe, une pression plus faible que la pression atmosphérique est avantageuse si l'on ne dépasse pas toutefois certaines limites. Un vide parfait formerait un isolant parfait car il n'y aurait plus de molécules gazeuses pour transporter l'électricité d'une électrode à l'autre.

84 [1]. — Dans un tube fermé, quand la pression du gaz est faible, il n'est point nécessaire que la différence de potentiel soit grande pour que l'étincelle se produise, et si la source d'électricité est suffisante, les étincelles se succèdent donnant à l'œil l'impression d'une lumière continue dont le tube paraît illuminé.

Lorsque les étincelles se succèdent dans un tube large, tout le tube s'illumine ; les molécules se choquent échangeant leurs électricités en des points quelconques. Mais si le phénomène se manifeste dans un tube à parties étroites, le mouvement des molécules gazeuses ne se produit plus d'une façon quelconque, et ce mouvement se cadence. Les molécules échangent leurs électricités dans certaines tranches du tube, se portent vers une tranche voisine sans modifier leur électrisation, pour y échanger de nouveau leurs électricités avec les molécules venues d'une autre partie du tube. Les parties du tube dans lesquelles se produit un échange d'électricités s'illuminent ; celles où les molécules se meuvent pour transporter l'électricité restent obscures : les stries apparaissent.

Les *stratifications* ou *stries* qui ont été vues d'abord

[1] Voir le traité expérimental d'électricité et de magnétisme de Gordon sur la décharge dans les tubes à vide.

dans les parties étroites des tubes à vide peuvent se produire dans les parties larges, et dans tous les tubes, si l'on interrompt le circuit extérieur de manière à lui faire produire une série d'étincelles. Quand les molécules échangent leurs électricités toujours à la même place, les stries sont immobiles dans le tube ; mais il peut arriver que les molécules qui transportent l'électricité entre deux stries allongent ou raccourcissent leurs parcours : la strie augmente de largeur d'un côté, diminue de l'autre, et produit l'illusion du déplacement de la strie. On donne à ce mouvement apparent le nom de *flux*. Le flux est direct ou rétrograde suivant que les stries se meuvent de l'électrode positive à l'électrode négative ou inversement.

Un degré de raréfaction assez accentué est nécessaire pour que les stries se produisent dans les tubes ; et le phénomène se manifeste avec des particularités de plus en plus marquées à mesure que l'on pousse la raréfaction plus loin.

Dans le voisinage de l'électrode positive, et lorsque le gaz est très raréfié, les molécules ont leurs électricités séparées par l'influence de l'électrode, et la partie de chaque molécule qui fait face à cette électrode est électrisée négativement. Le mouvement que les molécules acquièrent les porte donc dans la direction de l'électrode positive : dans le voisinage de cette électrode, les molécules se pressent, se choquent, émettent des ondes de lumière, et forment ce que l'on nomme la *luminosité positive*.

Dans le voisinage de l'électrode négative, les molécules au contraire s'éloignent de l'électrode, et l'*espace obscur* se produit.

85. — A un degré de raréfaction plus grand, chacun des caractères particuliers des phénomènes s'accentue. Ceux-ci peuvent même se manifester à une seule électrode

mise en communication avec la source d'électricité ; et l'on voit alors se produire la *décharge unipolaire*. Celle du pôle positif donne naissance à un cône lumineux qui semble formé par des molécules lumineuses s'éloignant de l'électrode, et rentrant dans le cône par la pointe : les molécules gazeuses, qui s'éloignent de l'électrode sous l'influence de l'électricité statique, tendent à y revenir sous l'action de leur quantité de mouvement, car elles ont des électricités séparées, avec de l'électricité négative du côté de l'électrode. C'est le phénomène de la luminosité positive qui s'est accentué avec la raréfaction du gaz.

La décharge unipolaire de l'électrode négative consiste dans l'éloignement rapide des molécules normalement à la surface de cette électrode. Dans le cas où l'on pousse le vide très loin, cette décharge devient la seule qui soit apparente, même quand les deux électrodes sont en communication avec les deux pôles de la source d'électricité. Les phénomènes prennent alors les caractères qui avaient fait donner par Crookes le nom de *matière radiante* aux molécules gazeuses restant dans les tubes.

86. — Aux pressions ordinaires, les molécules d'un gaz se repoussent mutuellement sous l'action des cohésivités négatives, en formant ce que l'on nomme la *pression du gaz*. Quand les molécules s'écartent les unes des autres, il arrive un moment où l'action des cohésivités négatives est compensée par l'action de la gravitation et des cohésivités positives, et où les molécules ne se repoussent plus. Lorsque la raréfaction du gaz atteint ce degré dans les tubes auxquels aboutissent les électrodes reliées à une source électrique puissante, la décharge unipolaire de l'électrode négative se manifeste seule : les molécules gazeuses qui ont touché l'électrode négative s'en éloignent en suivant

une direction rectiligne normale à la surface de l'électrode. Ces molécules viennent choquer la paroi du tube qui fait face à l'électrode, et les chocs répétés des molécules gazeuses rendent brillante la partie du tube qui subit ce bombardement moléculaire.

La lumière ainsi produite est due au choc des molécules gazeuses animées d'une grande vitesse, et chargées d'électricité négative, contre une paroi de verre, c'est-à-dire contre un corps mauvais conducteur de la chaleur et de l'électricité. Les quantités de mouvement communiquées par les molécules gazeuses aux molécules de verre donnent à celles-ci des mouvements oscillatoires rapides avec une charge d'électricité négative. Ces mouvements oscillatoires produisent des ondes de lumière, mais cette lumière renferme des ondes très courtes qui ne sont pas perceptibles à nos yeux : pour les distinguer des ondes formant les rayons de lumière, on les nomme *rayons X*. Il paraît probable que l'électricité négative des molécules gazeuses, et les cohésivités mises en jeu par le bombardement moléculaire donnent aux rayons X les propriétés spéciales qui les distinguent des rayons de lumière. Les rayons X traversent certains corps qui éteignent les ondes lumineuses affectant nos sens : d'autres corps, les métaux en particulier, les arrêtent. Le verre d'urane les transforme et les allonge, de sorte que ces ondes arrivant sur le verre d'urane avec une longueur qui nous les rend invisibles, en sortent capables d'affecter notre rétine. Un verre d'urane nous donne donc l'image des parties opaques et des parties transparentes aux rayons X, lorsqu'un objet est interposé entre le verre d'urane et un écran de carton, celui-ci éteignant tous les rayons de lumière, et laissant passer les rayons X.

CHAPITRE VIII.

LA LUMIÈRE.

87. Généralités sur la lumière. — 88. Propagation de la lumière. — 89. Réfraction. — 90. Réflexion.

87. — La lumière et la chaleur rayonnante se forment de la même manière ; la longueur des ondes seule les différencie. Nous avons expliqué (51) le mécanisme du phénomène de leur formation ; nous devons étudier ici la façon dont les ondes lumineuses se propagent dans les différents milieux ; mais il est utile de définir auparavant toutes les propriétés que peut avoir une onde lumineuse.

Les ondes lumineuses se composent de movités disposées en couches parallèles et se propageant normalement à leur plan. Pour représenter (fig. 54) une coupe dans une série d'ondes lumineuses qui se meuvent dans une direction AB, nous figurons en haché la movité positive, et en pointillé la movité négative. En suivant la direction AB après avoir, par la pensée, immobilisé les ondes, nous trouvons successivement des points où l'éther est à l'état ordinaire, et des points où la movité possède un potentiel plus ou moins élevé. Le potentiel des movités est maximum au centre, et l'éther se trouve dans son état normal entre chacune des tranches de movités.

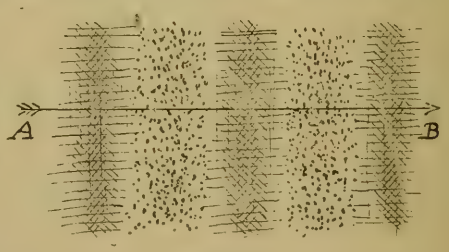


Fig. 54.

La propagation ne se produit pas par un déplacement de quelque chose de matériel ; c'est une série de transfor-

mations successives de l'état de l'éther qui le fait passer par les différents états de movités que comporte une onde de lumière. La somme des épaisseurs de deux couches successives, l'une de movité positive, et l'autre de movité négative, forme la longueur d'onde, longueur qui détermine la couleur de la lumière.

La lumière blanche n'est pas caractérisée par une onde de longueur spéciale. L'impression de lumière blanche nous est donnée par l'ensemble d'un minimum de deux lumières de couleurs différentes : celles qui, associées deux à deux, nous donnent cette impression sont dites couleurs complémentaires. Plusieurs couleurs convenablement choisies ainsi que l'ensemble de toutes les couleurs nous donnent la même impression.

Les ondes de lumière sont formées par les movités ; elles représentent de l'énergie, et ne disparaissent qu'en produisant du travail. La lumière peut déterminer des mouvements de molécules qui rendent généralement sous forme de chaleur rayonnante (c'est-à-dire après avoir allongé la longueur des ondes) l'énergie qu'elles ont absorbée au passage des ondes de lumière. Dans d'autres corps au contraire, les ondes passent sans être modifiées : on dit que ces corps sont *transparents*.

Les ondes de lumière enveloppent momentanément les molécules des corps qu'elles traversent : les movités qui caractérisent cet état spécial de l'éther peuvent se déplacer pour contourner les volumes occupés par les atomes. Les movités ne sont pas matérielles, mais le jeu des movités nous fait voir la cohésion qui existe entre les différentes parties d'une onde. Celle-ci se comporte comme un tout formé d'un grand nombre de parties qui ne peuvent se séparer ni se mouvoir indépendamment les unes des autres ; il existe quelque chose comme des filaments (25) qui réu-

nissent les différentes parties d'une onde, et obligent celle-ci à se propager dans une direction normale à son plan : ce sont ces espèces de liens qui donnent aux ondes la propriété de déterminer sur les molécules qu'elles englobent les phénomènes qu'elles produisent. Nous verrons, en étudiant la lumière polarisée, que la lumière s'éteint lorsque ces liens ou filaments sont brisés.

Les diverses ondes de lumière doivent toutes posséder la même vitesse de propagation dans l'éther pur; mais dans les corps transparents comme l'air, l'eau, le verre, les ondes de longueurs différentes n'ont pas les mêmes vitesses de propagation, et nous en étudierons les conséquences.

Il ne semble pas y avoir de limites maximum et minimum à la longueur des ondes analogues aux ondes de lumière pouvant se former dans l'univers, mais notre œil ne perçoit comme lumineuses que celles dont la longueur est comprise entre certaines limites ; des ondes plus longues sont des ondes de chaleur ; des ondes plus courtes, rayons actiniques, peuvent produire des décompositions chimiques, ou s'allongent en traversant un verre d'urane, rayons X, et deviennent alors lumineuses. Nous ne savons s'il existe des ondes encore plus longues ou plus courtes, car nos instruments ne nous en révèlent pas l'existence.

La lumière blanche se compose d'ondes de longueurs différentes : ces ondes se propagent ensemble, et sont pour ainsi dire mélangées. Le résultat de ce mélange est de produire sur nos yeux l'impression de la lumière blanche ; mais les ondes différentes restent parfaitement distinctes, et reprennent chacune leur individualité, lorsqu'une cause quelconque vient à les séparer. Les movités positives des unes se propagent mélangées aux movités négatives des autres, mais sans se neutraliser, car les ondes de lumière représentent de l'énergie ; aussi ne peuvent-elles disparaître qu'en produisant du travail.

Dans l'étude des phénomènes lumineux, quand nous parlerons d'un rayon de lumière et de sa longueur d'onde, nous supposerons que ce rayon est d'une seule couleur et se trouve séparé de tous les rayons avec lesquels il se propage généralement.

88. — Les ondes de lumière qui émanent d'un groupe d'atomes forment des sphères concentriques autour de lui, et ces ondes se propagent sans varier de longueur. Une onde émise par un groupe de molécules A (fig. 55) se trouve à un moment donné à une distance r de la molécule, et possède une longueur égale à $a\,b$. Quand elle est à la distance r', sa longueur $a'\,b'$ égale $a\,b$. L'épaisseur des movités ne variant pas, leur volume est proportionnel aux surfaces, c'est-à-dire au carré du rayon; la puissance des movités varie donc comme l'inverse du carré du rayon. Découpons dans ces ondes un cylindre $A\,B$ de section constante; la puissance de l'énergie varie dans ce cylindre comme l'inverse du carré de la distance au centre du groupe A des molécules.

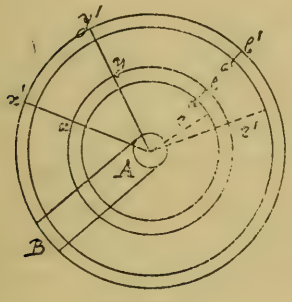


Fig. 55.

Pendant la propagation de la lumière, l'éther prend successivement les états de movité positive et de movité négative au passage de chaque onde, mais cet éther ne bouge pas; il n'y a donc rien pouvant être comparé à quelque chose de matériel se déplaçant dans le phénomène de la propagation de la lumière. Mais sans admettre le mouvement de quelque chose de matériel, si nous suivons par la pensée un point de l'onde correspondant à une certaine valeur de movités, nous voyons qu'il se meut suivant

un rayon de la sphère. Au lieu de considérer un point, envisageons une section xy; le point x se déplace suivant $A\,xx'$, le point y suivant $A\,yy'$, et la surface xy devient $x'y'$. Le volume engendré par une partie de l'onde pendant sa propagation est donc un cône.

Chacune des parties de l'onde se meut comme si elle se propageait indépendamment de ses voisines suivant le rayon sur lequel elle se trouve ; or ce rayon est normal à la surface de l'onde. Au lieu de considérer le rayon joignant l'onde à son point d'origine comme direction de la propagation, nous pouvons prendre, pour indiquer cette direction, la normale à un élément. Quand la surface de l'onde est sphérique, elle grandit, et, à égalité de surface, la puissance lumineuse diminue. Quand l'onde est plane, elle se propage sans variation de force, et lorsqu'elle est concave, elle se concentre et augmente d'intensité. Les ondes sont généralement convexes à l'état naturel, et on ne les rend planes ou concaves qu'avec des lentilles ou des miroirs courbes.

Un rayon lumineux serait à proprement parler une ligne telle que $A\,xx'$ suivant laquelle se propagent des ondes lumineuses ; mais une ligne n'a pas de section, elle ne peut renfermer un volume de movités, elle ne produirait pas de lumière, aussi entend-on par rayon lumineux un cylindre tel que AB dont l'axe est un rayon ; et, quand on prend ce cylindre, non pas près de la source de lumière, mais à grande distance, les sections que découpent ce cylindre dans les ondes peuvent, sans erreur sensible, être considérées comme planes ; elles se propagent donc dans le sens des génératrices du cylindre.

Les différents corps sur lesquels tombent des rayons lumineux se comportent de diverses manières à leur égard. Les uns absorbent toute l'énergie des rayons lumineux,

celle-ci fait naître alors des phénomènes chimiques et calorifiques, et l'on dit que le corps est opaque. D'autres absorbent seulement une partie de l'énergie lumineuse, et sont dits translucides. Les autres sont appelés transparents quand la disposition de leurs atomes est telle qu'ils n'absorbent pas d'énergie lumineuse. Dans la nature, aucun corps n'est complètement transparent; une certaine quantité de lumière disparaît toujours en traversant un corps, mais elle est quelquefois excessivement faible.

Les atomes reçoivent les impulsions des movités, en absorbent l'énergie, la gardent ou la rendent, mais en même temps, ils agissent sur l'éther par les cohésivités qui modifient l'état de l'éther et lui font transmettre les movités avec des vitesses différentes.

Quand un rayon de lumière se propage dans un milieu transparent, les parties de l'onde, qui sont en contact avec les génératrices du cylindre formant rayon, sont reliées au reste de l'onde par les espèces de liens qui caractérisent l'état filamenteux des movités. Il n'est pas possible d'admettre que des éléments d'ondes, des morceaux de movités (si nous pouvons nous exprimer ainsi), se détachent des ondes ; ces movités ne se trouveraient plus reliées aux éléments voisins, ne produiraient pas de lumière, et le rayon seul resterait lumineux. Que le rayon lumineux perde ou ne perde pas accidentellement une partie de son énergie, il conserve sa forme; aussi les objets interceptant une partie des rayons d'un faisceau lumineux forment-ils des ombres nettes.

89. — Une onde de lumière se propage normalement à son plan ; aussi, quand une cause vient modifier la direction du plan des ondes, le rayon de lumière doit-il changer de route.

Soit $A\,B$ (fig 56) un rayon de lumière de longueur d'onde égale à $a\,c$ qui passe du milieu M dans le milieu N, $x\,y$ étant la surface qui sépare ces deux corps. Soit v la vitesse de propagation dans le milieu M, et v' la vitesse dans le milieu N. $v > v'$. Pendant qu'un point b dans le milieu M parcourt le chemin $b\,e$ égal à une longueur d'onde, le point a vient en un point f tel que $\frac{b\,e}{a\,f} = \frac{v}{v'}$ $a\,f < b\,e$. f vient en g pendant que e vient en h. $e\,h = f\,g = a\,f$.

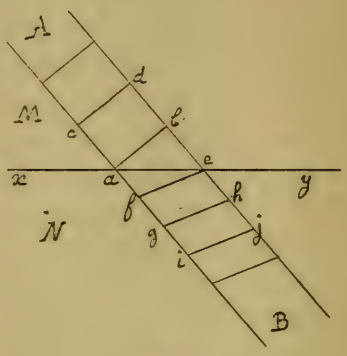


Fig. 56.

Si le rayon $A\,B$ continuait à se propager ainsi, il se déplacerait avec des ondes dont le plan serait oblique sur la direction de la trajectoire, aussi change-t-il de direction en pénétrant dans le milieu N. Ce phénomène a reçu le nom de *réfraction*.

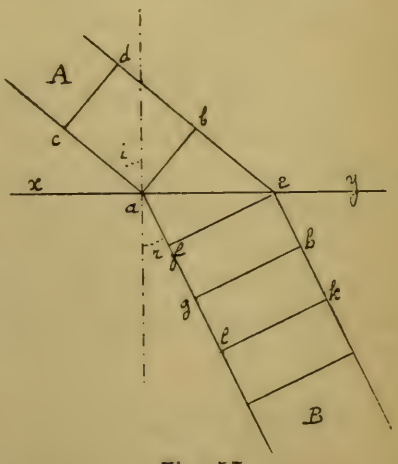


Fig. 57.

Pendant que l'onde $a\,b$ passe du milieu M dans le milieu N (fig. 57), les divers éléments de $a\,b$ sont arrivés successivement sur $x\,y$ et sont passés dans le milieu N. Quand b arrive en e, a est en f, et l'onde $a\,b$ s'est reconstituée suivant $f\,e$; mais

au fur et à mesure que chaque élément de l'onde arrive sur xy, il prend une direction normale à son plan, et quand l'onde fe est complètement formée, f se trouve sur une perpendiculaire menée de a au plan de l'onde fe. fe continue à se mouvoir normalement à son plan avec la vitesse v', et le rayon est réfracté. $\frac{be}{af} = \frac{v}{v'}$.

Dans les deux triangles rectangles, abe, afe, nous avons : $be = ae \sin bae$, $af = ae \sin aef$.

Au lieu de ces angles, prenons leurs égaux oac, $o'af$, que le rayon lumineux AB fait avec la normale oo' au plan de séparation des deux milieux ; appelons i le premier ou angle d'incidence, et r le second ou angle de réfraction; nous avons $\frac{v}{v'} = \frac{be}{af} = \frac{ae \sin bae}{ae \sin aef} = \frac{\sin i}{\sin r}$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v'} = \text{constante.}$$

La propriété des ondes de se mouvoir normalement à leur plan fait dévier les rayons de lumière qui coupent obliquement la surface de séparation de deux milieux transparents, de telle sorte que le rapport des sinus des angles faits avec la normale à la surface de séparation soit égal au rapport des vitesses de la lumière dans les deux milieux.

Le rayon réfracté reste dans le plan déterminé par le rayon incident et la normale à la surface.

En changeant de longueur d'onde, le rayon lumineux change de couleur quand il passe d'un milieu dans un autre ; mais il reprend sa couleur primitive avec sa longueur d'onde en repassant dans le premier milieu. Lorsque nous percevons les rayons de lumière, leur longueur d'onde a pu changer plusieurs fois quand ils ont traversé les différents milieux interposés entre notre œil et le point lumineux, mais ces rayons reprennent dans notre œil une longueur d'onde constamment en rapport avec celle qu'ils possédaient en quittant le corps éclairant.

Les plaques photographiques sont plus sensibles aux rayons à ondes courtes qu'aux rayons à ondes longues ; aussi, en enfermant les sels d'argent à décomposer dans de la gélatine ayant un grand pouvoir réfringent, fait-on arriver sur eux des ondes qui sont toutes plus courtes que celles émises par l'objet que l'on photographie : on rend ces plaques plus sensibles.

Revenons au phénomène de la réfraction.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v'}, \quad \sin r = \frac{v' \sin i}{v}.$$

Lorsque $v > v'$, r a une valeur réelle et inférieure à celle de i ; le rayon réfracté est toujours transmis, et se rapproche de la normale à la surface de séparation des milieux.

Quand $v = v'$, $\sin r = \sin i$, le rayon n'est pas dévié.

Lorsque $v < v'$, $\sin r > \sin i$, le rayon réfracté s'écarte de la normale. Encore faut-il que $v' \sin i$ soit plus petit que v.

Quand $v' \sin i = v$, $\sin r = 1 : r = 90°$; le rayon réfracté serait tangent à la surface de séparation.

Lorsque $v' \sin i > v$, la valeur de r est imaginaire.

Un phénomène physique spécial correspond à chacun deces résultats mathématiques.

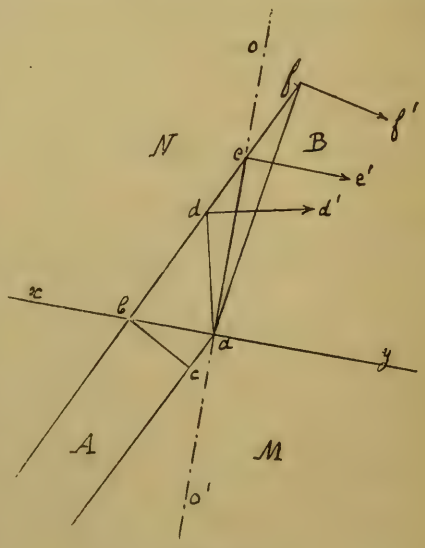


Fig. 58.

Pendant que l'élément d'onde se trouvant en c va de c en a dans le milieu M (fig. 58), l'élément en b parcourt une dis-

tance plus grande $b\,d$ par exemple : $\frac{b\,d}{a\,c} = \frac{v'}{v} = \frac{\sin r}{\sin i}$; le rayon est réfracté.

Quand la vitesse v' est telle que b va de b en e pendant que c va de c en a, $r = 90°$. Sur notre dessin, $e\,a$ représente l'onde formée ; mais si nous figurons les positions des divers éléments de cette onde au fur et à mesure que les différents points de $b\,c$ arrivent sur $x\,y$, nous voyons que chacun des éléments $b\,\beta$, $\beta\,\beta'$, $\beta'\,\beta''$ (fig. 59) produit des éléments d'ondes $\alpha, \alpha', \alpha''$, qui tous se propagent suivant $x\,y$, aussi ne se forme-t-il pas d'onde proprement dite ; il n'y a pas de rayon réfracté ; le rayon ne passe pas dans le milieu N.

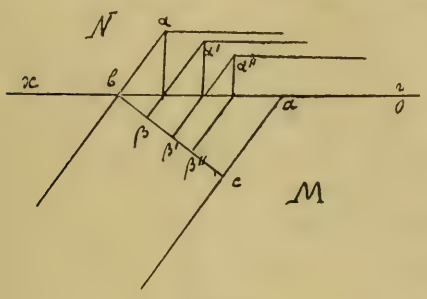


Fig. 59.

Lorsque la vitesse v' de la lumière dans le milieu N est encore plus grande, le point b va en f (fig. 58), par exemple, pendant que c va en a.

La direction $f\,f'$ indique que l'onde au lieu de continuer à se propager dans le milieu N va rentrer dans le milieu M. Les différentes parties de l'onde $b\,c$ n'attendent pas d'avoir formé $a\,f$ pour pénétrer de nouveau dans le milieu M, et chaque élément d'onde, prenant à sa sortie de M une direction oblique sur $x\,y$, rentre aussitôt.

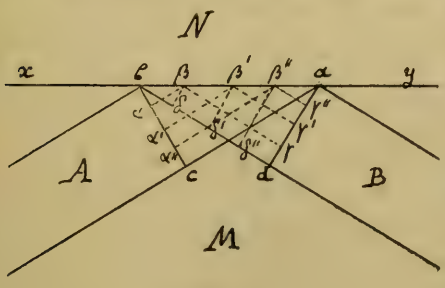


Fig. 60.

Chacun des éléments de $b\,c$ (fig. 60) prend donc une direction nouvelle

dans le milieu M; or l'onde s'y propage avec la même vitesse v que précédemment; aussi pendant que α vient sur xy, b est venu en un point δ tel que $b\delta = \alpha\beta$. De même, quand α', α'' sont arrivés sur xy, l'onde a pris les positions $\beta'\delta'$, $\beta''\delta''$. Après avoir changé de route, l'onde bc est venue occuper la position ad. Or les triangles abc, abd sont rectangles, ont l'hypothénuse commune, et $ac = bd$; ils sont égaux, ont des angles égaux; aussi l'angle de réflexion du rayon AB sur xy est-il égal à l'angle d'incidence. Le phénomène de la réflexion totale est donc dû à ce que les ondes ne peuvent se propager qu'en rentrant dans le premier milieu; l'égalité des angles d'incidence et de réflexion a pour cause la constance de la vitesse de la lumière continuant à se propager dans le même milieu.

90. — Le rayon lumineux n'est pas réfracté, mais est réfléchi quand il devrait être transmis dans une direction parallèle à xy (fig. 59); car les movités qui forment les ondes de lumière ne peuvent pas subir toutes espèces de déformations. Un phénomène analogue produit la réflexion de la lumière dans les conditions ordinaires, quand elle vient frapper un corps à surface polie : la vitesse de propagation reste constante, aussi l'angle de réflexion est-il égal à l'angle d'incidence.

Pendant leur propagation, les movités trouvent des résistances variables suivant la manière dont l'éther est influencé par les atomes. Les molécules d'un corps peuvent être des polyèdres beaucoup plus résistants à la propagation des movités que l'éther environnant, et s'ils présentent leurs faces homologues sur un même plan, ils forment une couche que les movités traversent difficilement. Dans ce cas, la matière qui reçoit l'énergie des movités la rend immédiatement, et chaque molécule produit un élément

d'onde semblable à celui qu'elle vient de recevoir. A mesure que chacun des points de ac (fig. 61) arrive sur xy, il concourt à former une onde analogue à ac, et quand c arrive en b, la movité partie de a est quelque part en d, à une distance de a, $ad = bc$. ac est venu en db et la lumière est réfléchie. Le phénomène de la réflexion a pour cause la nature de la surface, et non la composition du milieu qui se trouve derrière cette surface.

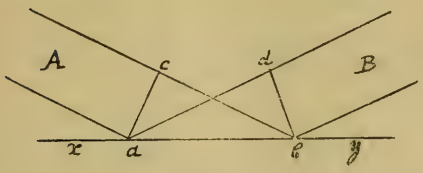


Fig. 61.

Lorsqu'un rayon de lumière traverse une lame d'un corps transparent, les surfaces réfléchissent toujours quelques ondes. Quand un rayon de lumière tombe, non point sur une surface plane, mais sur un ensemble de nombreuses petites surfaces ne se trouvant pas dans le même plan, comme la surface d'un corps ordinaire, une partie de la lumière peut disparaître à l'intérieur du corps, et le reste est réfléchi dans toutes les directions ; le rayon incident est alors pour ainsi dire morcelé, et forme ce que l'on nomme de la lumière diffuse.

Les surfaces réfléchissantes agissent sur les ondes de chaleur rayonnante comme sur celles de lumière : les vases en métal à surfaces polies laissent aussi difficilement sortir la chaleur qu'ils la laissent pénétrer.

CHAPITRE IX.

LUMIÈRE POLARISÉE.

91. Lumière polarisée. — 92. Phénomènes d'interférence. — 93. Double réfraction. — 94. Polarisation par réflexion. — 95. Extinction d'un rayon polarisé. — 96. Polarisation rotatoire. — 97. Rotation magnétique de la lumière.

91. — Lorsqu'un rayon de lumière passe au travers d'un grillage composé de barreaux parallèles, ceux-ci forment des ombres sur un écran placé pour recevoir le rayon lumineux ayant traversé le grillage.

Soit $A\,B$ une section dans le grillage (fig. 62), et $P\,Q$ l'écran. Le rayon de lumière prend l'aspect qu'indique la figure. Chacune des tranches $a\,b$, $c\,d$, $e\,f$, du rayon de lumière est séparée de sa voisine par un espace dans lequel il n'y a pas de movités. Elles ont perdu le contact avec leurs voisines, et les éléments des movités de l'une n'agissent plus sur ceux d'une autre par les espèces de pseudo-filaments qui caractérisent les movités. Augmentons par la pensée le nombre des barreaux du grillage $A\,B$ en réduisant leur section : les espaces obscurs et les espaces éclairés diminuent de largeur sur l'écran $P\,Q$, et il arrive un moment où l'œil ne les distingue plus les uns des autres. Le rayon lumineux est cependant composé de tranches plus étroites que précédemment, mais elles sont séparées comme avant par des espaces obscurs, et les barreaux

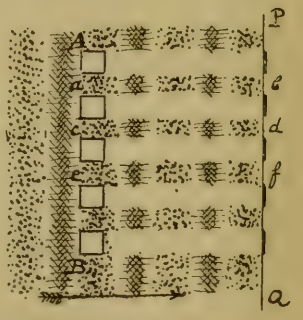



Fig. 62.

du grillage ont rompu les pseudo-filaments des movités suivant des plans parallèles.

Quand la lumière traverse certains corps spéciaux, les cristaux biréfringents par exemple, les pseudo-filaments des movités se trouvent rompus dans des plans parallèles par les molécules du cristal : autrement dit, les movités perdent dans ces plans une partie de leurs propriétés.

On dit alors que la lumière est *polarisée,* et on appelle *plan de polarisation* le plan parallèle à ceux suivant lesquels les pseudo-filaments des movités ont été rompus. Pour expliquer ce phénomène avec la théorie des vibrations, il a fallu dire que *les vibrations transversales de l'éther sont orientées dans des plans parallèles au plan de polarisation,* expression impropre pour rendre compte du phénomène.

Lorsque la lumière est polarisée par un cristal biréfringent, les deux rayons qui sortent du cristal sont polarisés tous les deux, mais leurs plans de polarisation sont perpendiculaires l'un à l'autre. Dans les phénomènes moléculaires qui produisent la polarisation, il n'y a pas, à proprement parler, destruction des pseudo-filaments produite comme elle le serait par un grillage ; mais les movités ne se propagent qu'avec les pseudo-filaments parallèles au plan de polarisation, et chacun des deux rayons renferme la moitié de l'énergie du rayon générateur.

Dans un rayon de lumière polarisée qui se propage dans l'espace, traverse des corps transparents, est réfléchi, réfracté, etc., les divers éléments des ondes séparés les uns des autres au moment où la lumière a été polarisée, reprennent contact comme si les pseudo-filaments se ressoudaient les uns aux autres, et, après avoir cheminé assez longtemps, la lumière cesse d'être polarisée. Pour que ce phénomène ait lieu, il faut que les éléments des movités de même signe se trouvent côte à côte.

92. — Quand, au contraire, on rassemble deux rayons polarisés de manière à ce que l'un d'eux soit en avance sur l'autre d'une demi-longueur d'onde, les movités positives de l'un cheminent avec les movités négatives de l'autre. Les divers éléments des movités tendent à se souder, et, au moment où ces rayons arrivent ensemble sur un écran, les movités négatives et les movités positives se neutralisent mutuellement : la lumière s'éteint. On dit qu'il y a *interférence* des rayons lumineux. Les phénomènes d'interférence ne se produisent qu'avec la lumière polarisée.

93. — Un rayon lumineux qui arrive obliquement sur la surface d'un corps transparent est réfracté lorsque sa vitesse de propagation dans ce nouveau corps est différente de celle qu'il possédait dans le corps qu'il quitte. La variation de la vitesse est due à l'état que donnent à l'éther les actions des cohésivités des molécules. Ces actions varient avec la nature des corps ; aussi, autour d'une molécule, l'état de l'éther diffère-t-il suivant que l'on considère les points d'action de la cohésivité positive ou de la cohésivité négative ; mais si l'on prend l'ensemble des résistances trouvées dans une direction, on voit que, dans les corps amorphes, la vitesse de propagation de la lumière est la même dans toutes les directions.

Dans les corps cristallisés, la manière dont se placent les molécules est due à leurs cohésivités qui sont semblablement, mais non pas uniformément disposées ; et de même qu'il y a dans les cristaux des directions de plus ou moins grande dureté, il s'y trouve des directions dans lesquelles l'éther permet une propagation plus ou moins rapide de la lumière. Or, si l'on prend dans des directions différentes, autour d'un point considéré comme centre d'un cristal, des longueurs proportionnelles au chemin parcouru dans le

même temps par une onde, on peut former, suivant la nature du cristal, soit une sphère, soit un ellipsoïde de révolution, soit un ellipsoïde à trois axes inégaux. On ne forme la sphère que dans les cristaux du système cubique ou les corps amorphes; dans tous les autres cristaux, il n'y a jamais trois directions perpendiculaires deux à deux que l'on puisse considérer comme identiques; la surface d'égale vitesse de propagation est donc un ellipsoïde.

Les movités ou éléments d'une onde ne se dispersent pas en changeant de milieu, parce que chacune des parties des movités n'est pas indépendante de ses voisines; elles se déplacent au contraire parallèlement sous l'action de leurs états spéciaux, leurs pseudo-filaments, qui les maintiennent les unes à côté des autres.

Soit $A\,B$ (fig. 63), un rayon de lumière tombant sur la surface $x\,y$ qui sépare le milieu M du milieu N. Soit $a\,b$ une onde, et $b\,c$ la longueur d'onde. Supposons pour un instant que les différents éléments de l'onde $a\,b$, à mesure qu'ils arrivent sur $a\,c$, produisent eux-mêmes une onde sphérique. Quand b arriverait en c, les divers éléments ayant passé par les points a, α, α', α'', auraient formé des sphères dont les rayons seraient $a\,d$, $\alpha\,\beta$, $\alpha'\,\beta'$, $\alpha''\,\beta''$; or toutes ces sphères ont un plan tangent commun dont la trace est $d\,c$: le plan mené suivant $d\,c$ serait composé d'un nombre considérable d'éléments de movités émis par $a\,c$, et se propageant dans la même direction; mais sur toute autre ligne, nous trouverions des éléments

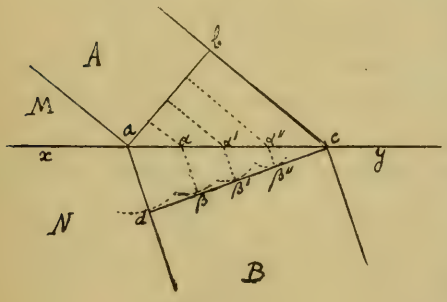


Fig. 63.

d'ondes se propageant dans tous les sens sans aucune liaison entre eux. Il ne s'en propage pas ainsi, et il n'y a onde à proprement parler que suivant dc. L'onde dc commence à se former aussitôt que a pénètre dans le milieu N; l'onde dc grandit au fur et à mesure que les différents éléments de ab arrivent sur xy, mais elle continue son mouvement comme si les parties $\beta\beta'$, $\beta'\beta''$, s'ajoutaient successivement et indépendamment. Dans cette onde, les rayons ad, $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$, qu'ont suivis les différents éléments, sont perpendiculaires à cd. Une onde se meut d'un seul bloc, et normalement à son plan.

Admettons maintenant que dans le milieu N, la surface d'égale vitesse de propagation de la lumière soit celle d'un ellipsoïde de révolution dont le grand axe, normal à la surface xy, est l'axe de révolution (fig. 64). Nous supposons comme précédemment que les différents éléments de ab émettent chacun un ellipsoïde de movités, au fur et à mesure qu'ils arrivent sur ac. Soient $a\alpha$ et $\beta'\beta''$ les grands axes de deux de ces ellipsoïdes. Nous pouvons mener par le point c un plan tangent à tous ces ellipsoïdes, et le plan cd se trouve composé d'éléments semblables de movités pris dans les divers ellipsoïdes.

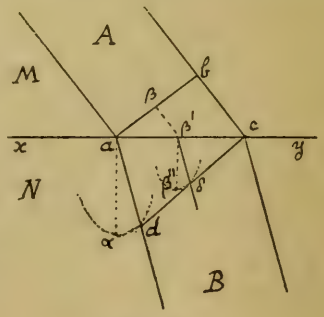


Fig. 64.

Mais ici nous remarquons une anomalie : l'élément du plan cd, qui est en d, est parti du point a; or la direction ad n'est pas normale au plan cd. L'onde cd ne pouvant pas se mouvoir dans une direction autre que celle de sa normale, il doit se produire un phénomène particulier.

Nous avons déjà vu (14), en étudiant l'attraction des corps, qu'il tend à s'opérer dans une onde une espèce de

brisement des movités, lorsque, par suite des actions de l'éther, l'onde est obligée de se propager dans une direction qui n'est pas normale à sa surface. Les éléments de dc tendent de même, en chacun des points de tangence avec un ellipsoïde, à se séparer de leurs voisins pour se placer dans un plan perpendiculaire à la direction ad. L'onde dc se décompose donc, sous l'influence des cohésivités qui déterminent l'état cristallin du corps, en une série de tranches élémentaires α, β, γ, δ, etc. (fig. 65), ayant une grandeur dans la direction normale au plan de la figure, mais n'en ayant pour ainsi dire pas dans la direction dc. Le rayon AB s'est polarisé en pénétrant dans le milieu N.

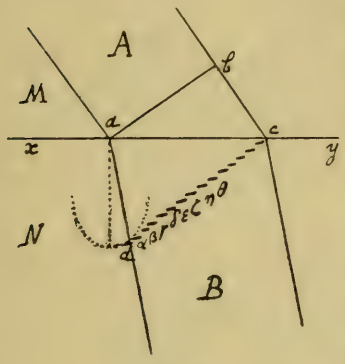


Fig. 65.

Dans l'onde dc, il n'y a peut-être pas rupture matérielle des ondes, mais il n'y a pas transmission de ce qui forme les propriétés de la lumière, des pseudo-filaments se trouvant dans les plans parallèles au plan de la figure ; il n'y a donc en réalité qu'une partie de la lumière dans l'onde dc. Le reste a été transmis dans une autre direction.

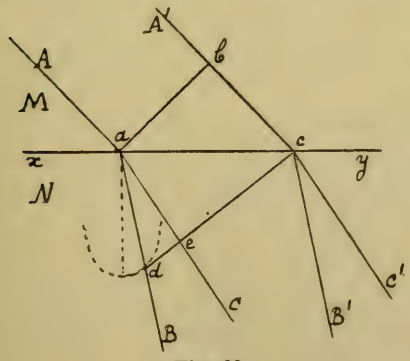


Fig. 66.

La tendance des ondes à se mouvoir normalement à leur surface détermine la polarisation de l'onde (fig. 66) qui se meut sui-

vant $a\,d$. Les pseudo-filaments parallèles au plan de la figure, n'étant pas influencés par la forme des ellipsoïdes, peuvent se mouvoir normalement au plan de l'onde qu'ils forment, c'est-à-dire suivant $a\,e$. Le rayon A se divise donc en deux rayons réfractés, polarisés à angle droit, pour se propager suivant $A\,a\,B$ et $A\,a\,C$, produisant ainsi le phénomène de la double réfraction.

Les deux rayons $A\,B$ et $A\,C$ ainsi formés coupent en $\alpha\,\beta$ et $\gamma\,\delta$ le plan représenté au bas de la figure 67.

$\alpha\,\varepsilon$ et $\gamma\,\delta$ sont les traces des plans de polarisation qui sont perpendiculaires entre eux.

Notre œil ne distingue pas le rayon $A\,B$ du rayon $A\,C$; il constate seulement qu'un rayon de lumière entrant dans certains cristaux s'y dédouble et qu'il en sort deux rayons : les cristaux qui produisent ce phénomène sont appelés *biréfringents*.

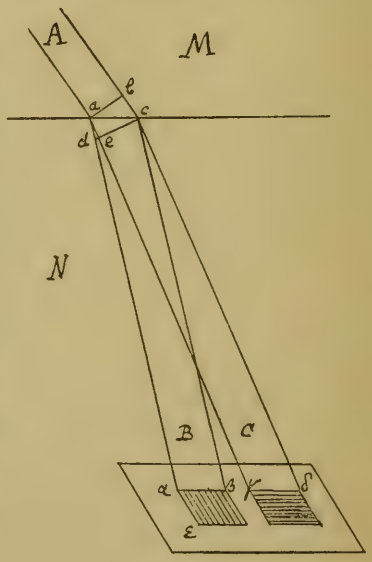


Fig. 67.

Dans les deux rayons, $a\,d$ et $a\,e$ représentent les vitesses de propagation des rayons polarisés dans le milieu N, $ad > ae$. $b\,c$ représente la vitesse de la lumière dans le milieu M.

Or, si v est la vitesse dans M, v' la vitesse de $A\,B$ dans N, v'' la vitesse de $A\,C$ dans N, i, r' r'' les angles des rayons avec la normale à $x\,y$, les deux triangles $a\,b\,c$ et $a\,e\,c$ donnent

$$\frac{\sin i}{\sin r''} = \frac{v}{v''} = \text{constante.}$$ C'est la loi de Descartes.

Le triangle $a\,d\,c$ n'est pas rectangle ; le rayon $A\,B$ ne suit pas la même loi, aussi a-t-on appelé le rayon $A\,C$ *rayon ordinaire,* et le rayon $A\,B$ *rayon extraordinaire.*

Le rayon extraordinaire s'est rapproché de l'axe du cristal ou de la normale à la surface $x\,y$, et il en est toujours plus près que le rayon ordinaire tant que le grand axe de l'ellipsoïde est l'axe de révolution. Mais si celui-ci, $a\,k$, se trouve être le petit axe (fig. 68), la normale $a\,e$ à l'onde est plus rapprochée de $a\,k$ que ne l'est le rayon vecteur $a\,d$. Dans ce cas le rayon $A\,B$ se rapproche moins de la normale que le rayon $A\,C$.

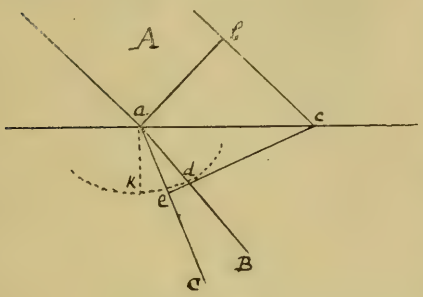


Fig. 68.

Le rayon extraordinaire semble donc soit attiré soit repoussé par la normale à la surface, ou par l'axe du cristal, par rapport au rayon ordinaire ; aussi ces cristaux ont-ils été appelés cristaux attractifs et cristaux répulsifs.

La double réfraction, et, par conséquent, l'attraction et la répulsion du rayon extraordinaire sont produites par l'état de l'éther dans le cristal ; or cet état peut être tel que l'ellipsoïde d'égale vitesse de propagation ne soit pas le même pour les ondes de différentes longueurs ; aussi quelques cristaux sont-ils attractifs pour certains rayons et répulsifs pour d'autres.

Lorsque l'ellipsoïde a trois axes inégaux, les deux rayons sont extraordinaires. Cependant, dans le cas particulier où le rayon incident, la normale à la surface, et un des axes de l'ellipsoïde sont dans le même plan, un des rayons suit la loi de Descartes.

94. — La lumière tombant sur la face polie d'un corps est partiellement ou complètement réfléchie, suivant que le corps est transparent ou ne l'est pas.

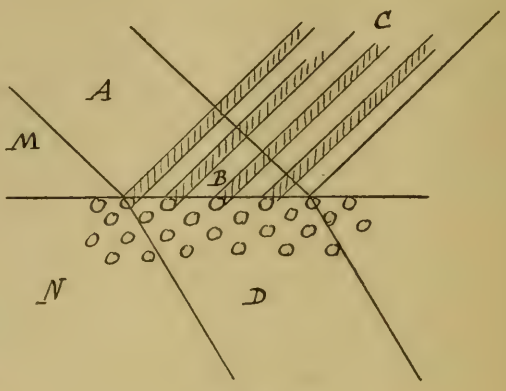


Fig. 69.

Le rayon AB vient tomber sur la surface xy (fig. 69) d'un corps transparent N. La figure représente quelque chose d'analogue à ce que peut être la disposition des molécules dans ce corps. Le corps N étant transparent, le rayon AB devrait être simplement réfracté; mais, sans savoir exactement ce qui se passe sur la surface xy, nous constatons qu'un certain nombre de molécules se trouvent sur le chemin des ondes lumineuses, et que, plus l'inclinaison augmente, plus les molécules de la surface semblent devoir intercepter le rayon et produire la réflexion; il arrive donc qu'un rayon lumineux, frappant la surface d'un corps transparent, est en partie réfracté et en partie réfléchi. Entre les couches de molécules se trouvent des espaces d'éther où les ondes rencontrent une résistance moins grande que celle qui est créée par les molécules. Comme dans les cristaux biréfringents, l'énergie lumineuse se divise en deux parties : les pseudo-filaments des movités de l'onde dans le plan de la figure et dans les plans parallèles passent entre les molécules, et produisent un rayon réfracté. Ceux qui se trouvent dans une direction perpendiculaire à la première forment un rayon réflé-

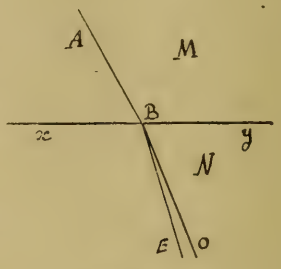
chi ; mais ces deux rayons ne contiennent chacun de pseudo-filaments que dans une direction : ce sont deux rayons polarisés à angle droit. Le rayon réfracté est polarisé dans le plan de la figure, le rayon réfléchi est polarisé dans un plan perpendiculaire.

Le rayon *A B* ne se partage exactement entre deux rayons complètement polarisés que dans certaines conditions (inclinaison et nature du corps), en dehors desquelles l'un des rayons, réfléchi ou réfracté, renferme plus de lumière que l'autre et n'est qu'en partie polarisé. L'autre, plus faible, est complètement polarisé.

Les cristaux ne sont pas les seuls corps qui puissent produire de la lumière polarisée. Si l'on comprime un morceau de verre, on lui donne un axe suivant lequel les réactions des molécules deviennent différentes ; le morceau de verre prend alors les propriétés des cristaux biréfringents et fournit deux rayons de lumière polarisée. En général, les corps amorphes transparents prennent certaines propriétés des cristaux quand on les soumet à des actions mécaniques. Les corps transparents situés entre deux corps conducteurs électrisés de signes différents subissent également des déformations qui leur donnent un axe optique et en font des cristaux biréfringents. L'influence électrique amène une séparation des électricités et une réaction des cohésivités qui produisent un état spécial de l'éther agissant sur la lumière ; le diélectrique agit alors comme un cristal dont l'axe est dirigé suivant la ligne des électrodes. La présence de la matière entre les électrodes est nécessaire pour produire cet effet : si le rayon de lumière traverse un liquide dans lequel circule un courant, ce liquide remplit le rôle de cristal biréfringent ; mais si le rayon de lumière passe dans un tube où le vide est poussé très loin, il n'y a plus d'action produite.

95. — Dans un cristal biréfringent, un rayon de lumière polarisée suit le chemin du rayon ordinaire ou du rayon extraordinaire selon la direction de son plan de polarisation.

Soit *A B* un rayon de lumière qui tombe sur un cristal biréfringent (fig. 70) : *B O* est l'un des rayons réfractés, *B E* est l'autre. Ils sont polarisés tous les deux. Dans le rayon *A B*, les pseudo-filaments des movités sont orientés dans toutes les directions ; au contraire, les rayons *B E* et *B O* ne possèdent plus que les pseudo-filaments parallèles aux plans de polarisation.



Fig, 70.

Nous pouvons concevoir que ces pseudo-filaments perpendiculaires entre eux soient virtuellement séparés dans le rayon *A B :* nous comparons donc le rayon *A B* à l'ensemble des rayons *BO* et *BE* suivant le même chemin *AB*, tout en restant indépendants l'un de l'autre. En *B*, ces deux rayons ne subissent pas de la même manière l'influence du milieu *N*, et l'un d'eux se propage en *B O*, l'autre en *B E*.

Lorsque le rayon *A B* est lui-même polarisé, et quand son plan de polarisation est parallèle à celui de *B O*, le rayon se propage en *B O*, et aucune lumière ne suit le chemin *B E*. Inversement, quand le rayon *A B* est polarisé comme *B E*, il suit le chemin *A B E*, et il ne passe pas de lumière en *B O*. Si l'on dispose en conséquence un cristal biréfringent de manière à ce que l'un des rayons se perde contre les parois noircies de la monture du cristal, et que l'autre seul puisse sortir, ce cristal permet de distinguer un rayon polarisé d'un rayon qui ne l'est pas.

En effet, un rayon de lumière sort toujours du cristal qu'il traverse, même quand on fait tourner celui-ci autour de son axe, si ce rayon de lumière n'est point polarisé avant son entrée dans le cristal. Lorsque le rayon incident est polarisé, il sort sans modification quand le cristal est présenté d'une certaine manière ; mais la lumière s'éteint si ce cristal tourne de 90°, le rayon polarisé étant alors obligé de suivre le trajet du rayon qui se perd contre les faces noircies de la monture.

96. — Un cristal ainsi disposé peut servir à polariser de la lumière ; on lui donne le nom de *polariseur*. Un cristal semblable recevant de la lumière polarisée la transmet ou l'éteint suivant sa position, et permet de reconnaître quand un rayon de lumière est polarisé, et quel est son plan de polarisation ; on le nomme *analyseur*.

Un rayon de lumière traversant un polariseur et un analyseur placés à angle droit disparaît donc ; mais si l'on vient à interposer certaines substances entre ces cristaux, la lumière reparaît à la sortie de l'analyseur, et il faut, pour l'éteindre de nouveau, tourner l'analyseur d'un certain angle. Le plan de polarisation de la lumière, au moment où le rayon entre dans l'analyseur, n'est donc plus le même que le plan de polarisation de la lumière à sa sortie du polariseur ; la substance interposée l'a dévié. On dit que le plan de polarisation a tourné, et l'on appelle ce phénomène *polarisation rotatoire*.

Un certain nombre de corps organiques, et de cristaux à l'état solide, à l'état liquide, ou à l'état de dissolution, ont la propriété de faire tourner le plan de polarisation de la lumière. Quand les corps qui dévient le plan de polarisation de la lumière cristallisent, on reconnaît que les cristaux formés sont hémiédriques. L'hémiédrie des cristaux

est déterminée par la formation de faces non symétriques par rapport aux axes ; or ces faces ne se forment que parce que la disposition des cohésivités les fait former.

Autour d'une molécule cristalline hémiédrique, les réactions de l'éther ne doivent donc pas être semblables en tous les points. Tandis qu'au milieu de molécules cristallines symétriques, l'éther éprouve les mêmes réactions dans des directions parallèles, aussi bien à la partie supérieure qu'à la partie inférieure de chaque molécule, il arrive au contraire qu'au milieu de molécules cristallines hémiédriques un défaut de symétrie se produit dans les actions des cohésivités et les réactions de l'éther. Toutes les faces n'étant pas symétriques par rapport aux axes, la direction dans laquelle les réactions se trouvent être les mêmes peut tourner en hélice autour des molécules.

Quand un corps est en dissolution, les molécules restent formées, les cohésivités n'ont généralement pas la même distribution qu'au moment où le corps est à l'état solide; mais ces cohésivités qui déterminent la forme de l'édifice moléculaire ne sont qu'en partie atteintes, et les réactions des éléments des ondes lumineuses sur les faces peuvent ne pas être sensiblement modifiées.

Pour ce qui est des corps organiques liquides qui nous paraissent homogènes, la chimie nous apprend que leurs molécules sont composées de carbures d'hydrogène, qu'elles sont formées de radicaux divers, et ne sont donc pas composées de plusieurs groupements semblables d'atomes. Ces molécules ne sont pas symétriques, et font tourner le plan de polarisation.

Quand un rayon de lumière est polarisé, les ondes de movités ont leurs pseudo-filaments brisés, et ont perdu toutes leurs propriétés dans une direction ; elles ne les possèdent plus que dans le plan de polarisation.

Soient A et B (fig. 71), deux rayons de lumière polarisés à angle droit : ces deux rayons se propagent dans une direction normale au plan de la figure qui nous représente le plan ou la surface d'une onde.

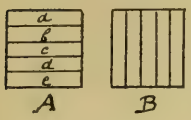


Fig. 71.

Dans le rayon A, les différentes tranches a, b, c, d, e, se meuvent parallèlement, mais n'exercent plus de réaction les unes sur les autres ; dans chacune de ces ondes, l'énergie ne se fait sentir que dans un sens, mais il y a quand même de l'énergie dans l'onde, et les filaments peuvent être changés de direction.

Ce fait est mis en évidence par le passage d'un rayon polarisé au travers d'un cristal biréfringent. Quand son plan de polarisation fait un angle de 45° avec celui d'un rayon réfracté, le rayon se dédouble.

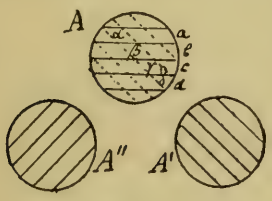


Fig. 72.

Représentons en A (fig. 72) un rayon polarisé qui se dédouble en deux rayons A' A''. Les deux A' et A'' se partagent l'énergie de A, mais nous voyons que l'énergie de A' est prise dans A par des sectionnements faits dans les ondes. Une tranche de A' se compose de l'énergie prise dans les parties a, b, c, d, en α, β, γ, δ ; il faut donc que les réactions moléculaires qui sectionnent de nouveau l'onde A soudent pour ainsi dire les parties α, β, γ, δ, ou plutôt ce qui passe de ces parties dans A'.

Le phénomène a lieu de même pour A'', et les plans de polarisation de A' et A'' sont différents de celui de A. Les couches de movités d'un rayon polarisé sont donc susceptibles elles-mêmes d'être sectionnées et d'avoir leurs éléments soudés à ceux des couches voisines.

Soit A un rayon de lumière polarisée (fig. 73) se propageant normalement au plan de la figure. Dans les tranches de ce rayon, séparons des morceaux α, β, γ, et faisons les tourner autour de leur centre pour les réunir en une seule couche $a\,b$. Si nous faisons subir la même opération à un nombre considérable d'éléments tels que α, β, γ, nous voyons que le rayon A sera encore polarisé, mais son plan de polarisation aura tourné. Il est possible d'admettre que cette opération soit produite par les actions des molécules sur les movités : les éléments tels que α, β, suivent des couches où l'éther se trouve dans le même état, et si ces couches tournent autour d'une molécule, les éléments tels que α, β, pivotent également, peuvent se souder, et le plan de polarisation de la lumière a tourné.

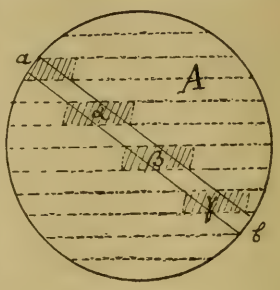


Fig. 73.

Supposons, par exemple, qu'un élément α d'une section d'onde polarisée tombe sur la molécule A (fig. 74), suive la face p et subisse, de la part de l'éther modifié par p, une action différente de celle qu'elle subit de la part de l'éther modifié par les autres faces. Cet élément tend à contourner la molécule pour se trouver dans la même position par rapport à la face p' à la partie inférieure du cristal ; mais l'élément n'est plus alors dans le même plan : il a tourné.

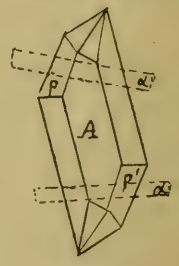


Fig. 74.

Dans un cristal tel que A, les faces semblables font entre elles des angles assez grands. Si le plan de polarisation de la lumière suivait exactement les faces des molécules cristallines, il tournerait de plusieurs fois 360° dans une

lame de faible épaisseur. Cela n'a pas lieu : une molécule ne donne qu'une impulsion élémentaire à chaque onde qui passe, mais cela suffit pour que la rotation du plan soit sensible.

Pour un même corps, l'angle de rotation du plan de polarisation est donc proportionnel au nombre de molécules que le rayon de lumière rencontre, c'est-à-dire à l'épaisseur du corps traversé. Si le rayon passe dans une dissolution, l'angle de rotation varie avec le degré de concentration de la dissolution.

Quand le rayon ainsi dévié est réfléchi et repasse en sens inverse dans le même corps, la déviation a lieu en sens inverse, et le plan de polarisation est ramené à sa position première. Les cristaux qui dévient le plan de polarisation à droite sont appelés *dextrogyres ;* ceux qui le dévient à gauche portent le nom de *lévogyres*.

Les différentes ondes de lumière ne tournent pas toujours toutes du même angle, et quand un rayon de lumière blanche polarisée a traversé certains corps, l'analyseur ne peut plus éteindre toutes les couleurs à la fois. Suivant la position de l'analyseur, certains rayons sont transmis, et le corps semble avoir telle ou telle coloration.

97. — Les corps ordinaires transparents peuvent également faire tourner le plan de polarisation de la lumière quand ils sont soumis à une influence magnétique. Ce phénomène, appelé *rotation magnétique de la lumière,* a été découvert par Faraday.

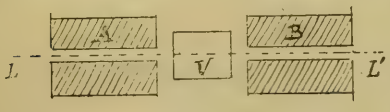


Fig. 75.

On place un morceau de verre V (fig. 75) entre deux électro-aimants A et B. Ces électro-aimants sont percés pour permettre le passage de la lumière. Lorsque

les électro-aimants sont excités, le plan de polarisation du rayon LL' qui traverse le verre se trouve dévié. D'une façon générale, tout corps placé dans un champ magnétique fait tourner le plan de polarisation de la lumière qui le traverse, mais la grandeur de la rotation varie avec la position du corps dans le champ magnétique.

Un rayon de lumière polarisée passant devant le pôle d'un aimant A en suivant la direction xy (fig. 76) traverse un morceau de verre occupant successivement les positions a, b, c, d. Le plan de polarisation a des déviations inverses en a et b et n'est pas dévié en c et en d, le plan de polarisation étant horizontal.

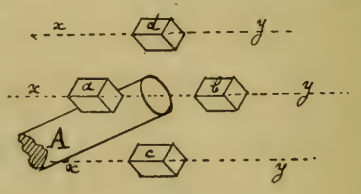


Fig. 76.

La présence du corps est indispensable : ce n'est donc pas l'influence magnétique produite sur l'éther qui agit sur la lumière, mais la matière soumise à cette influence et ayant acquis l'état dans lequel le magnétisme la met. D'une façon générale, la lumière se meut parallèlement aux lignes de force ; or les lignes de force sont normales aux sections élémentaires produisant le magnétisme ou étant influencées par le magnétisme.

Représentons par A (fig. 77) cette section élémentaire avec les molécules influencées par le magnétisme. Dans un groupement de molécules du corps influencé, des groupes tels que A sont superposés les uns aux autres, et nous pouvons représenter un édifice de molécules par un ensemble de disques A. Les influences de A sur l'éther environnant peuvent être assimilées à celles d'un cristal hémiédrique, les faces homologues tournant d'une façon

Fig. 77.

constante dans le même sens ; aussi la rotation du plan de polarisation se produit-elle au travers des groupes tels que *A* de la même façon qu'entre les cristaux hémiédriques.

Quel que soit le sens de la propagation du rayon, pourvu qu'il soit normal au disque *A*, la rotation se fait de la même manière ; aussi, lorsqu'un rayon lumineux, après avoir traversé un corps soumis à l'action magnétique, est réfléchi et traverse de nouveau le corps en sens inverse, l'angle dont il est dévié se trouve doublé.

La rotation de la lumière varie donc avec la manière dont les molécules sont influencées par le magnétisme ; les molécules des différents corps le sont plus ou moins, et l'on a des effets divers suivant l'état magnétique des corps.

Quand le rayon de lumière polarisée est réfléchi par la surface d'un aimant, le rayon de lumière est dévié en traversant le gaz auprès de l'aimant, et l'est également par les molécules du corps magnétique au moment où s'opère la réaction qui produit la réflexion.

CHAPITRE X.

SPECTROSCOPIE.

98. Formation d'un spectre par un prisme. — 99. Formation d'un spectre par un réseau. — 100. Bandes obscures. — 101. Raies des différents corps.

98. — L'ensemble des couleurs, c'est-à-dire l'ensemble des rayons de différentes longueurs d'onde arrivant à côté les uns des autres se disperser sur un écran, forme ce qu'on appelle un *spectre*. Du violet au rouge, la longueur d'onde va en augmentant.

Lorsqu'un rayon de lumière tombe obliquement sur la surface d'un corps transparent et pénètre dans ce corps, il prend une nouvelle direction si sa vitesse de propagation y est différente. C'est le phénomène de la réfraction, que nous avons étudié plus haut. Or, si les ondes des différentes couleurs ont toutes la même vitesse de propagation dans les espaces interplanétaires, elles ne l'ont pas dans les corps transparents, et un rayon de lumière blanche, en pénétrant obliquement dans un corps transparent, s'y sépare en autant de rayons qu'il y a d'ondes possédant des vitesses de propagation différentes.

Soit $A\,B$ un rayon de lumière blanche (fig. 78) qui passe du milieu M dans le milieu N. Soit V la vitesse de la lumière dans le milieu M, et V' la vitesse moyenne dans le milieu N, $V > V'$. La lumière est réfractée;

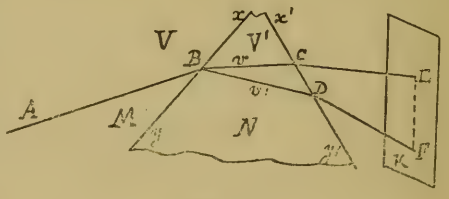


Fig. 78.

mais, tandis que les ondes les plus longues ont dans le milieu N une vitesse v plus grande que V', les ondes les plus courtes ont une vitesse v' plus faible. Les ondes courtes sont plus réfractées que les longues, et les différentes ondes se propagent à partir du point B dans l'angle $C\,B\,D$. En $C\,D$, la lumière sort du milieu N pour repasser dans le milieu M; les différentes ondes reprennent leurs anciennes vitesses; mais elles sont tombées sur la surface $x'\,y'$ avec des obliquités diverses; aussi sont-elles réfractées, les ondes longues suivant $C\,E$ par exemple, les ondes courtes suivant $D\,F$, et les autres dans l'espace intermédiaire. Si nous recevons la lumière ainsi décomposée sur un écran K, le rayon de lumière, au lieu de former un point lumineux,

se projette suivant une bande $E\,F$ de colorations diverses qui forme le spectre.

Un corps transparent N avec deux faces planes non parallèles, telles que xy et $x'\,y'$, représente ce que l'on appelle un *prisme*. Au lieu de recevoir le spectre $E\,F$ sur un écran, on peut le recevoir sur la surface d'un autre prisme, et, en ce cas, on l'agrandit encore. Il n'y a pas de limites à l'élargissement d'une partie d'un spectre; aussi sépare-t-on les ondes de différentes longueurs en leur faisant traverser successivement plusieurs prismes.

99. — La formation d'un spectre s'obtient également par le procédé dit des *réseaux*.

Un rayon de lumière blanche traverse un grillage formé par des fils fins parallèles très rapprochés, et tombe sur un écran. Le rayon est un peu affaibli, et forme une tache blanche sur l'écran ; mais à droite et à gauche s'étalent plusieurs spectres séparés par des bandes obscures, et dans lesquels le violet est la couleur la plus rapprochée du rayon de lumière blanche non dévié.

La formation des spectres par les réseaux est due au sectionnement du rayon lumineux par les fils multiples et parallèles formant le réseau. Chaque fil crée un obstacle à la lumière, et l'onde qui a traversé le réseau se trouve dans un état analogue à celui de l'onde d'un rayon polarisé. Mais comme les fils ont une épaisseur beaucoup plus considérable que celle des molécules, chacune des parties des ondes de lumière, après avoir passé entre deux fils, ne trouve plus à droite et à gauche, sur les parties voisines, les réactions qui font qu'une onde polarisée se meut en bloc normalement à son plan ; aussi les ondes de lumière peuvent-elles, à la sortie du réseau, former des ondes cylindriques.

Supposons par exemple que *a b, c d, e f,* représentent un réseau (fig. 79); les ondes prennent la forme cylindrique sur les bords et en dessous des fils.

Fig. 79.

Les parties droites des nouvelles ondes continuent à se propager dans la même direction et forment un rayon de lumière blanche en arrivant sur l'écran, tandis que les parties cylindriques à droite et à gauche y forment des spectres : ce sont ces parties du rayon que nous avons à étudier. Pour plus de simplicité, nous ne figurerons que le côté gauche des fils, et les ondes se dirigeant vers la droite.

Soit *XY* (fig. 80) le plan d'un réseau ; *A, B, C, D* sont les

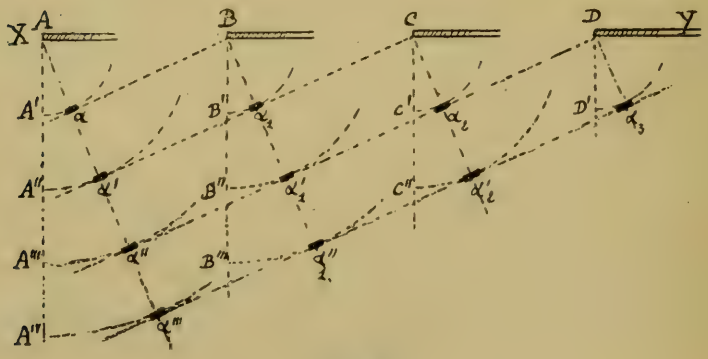


Fig. 80.

extrémités de droite des espaces clairs, et λ représente la longueur d'onde d'un rayon monochromatique qui se propage dans une direction normale à *XY*.

En dessous et à droite des points *A, B, C, D,* se propagent des ondes qui prennent une forme cylindrique.

Une onde passe en *A ;* elle y devient cylindrique, continue à se mouvoir, et arrive en *A'* à une distance *A A'* égale à λ au moment où l'onde suivante arrive sur *X Y*.

Le même phénomène se produit en chacun des points A, B, C, D, où se forment les ondes cylindriques A', A'', A''', B', B'', B''', C', C''... etc. Menons de B une tangente à l'onde A', et de C une tangente à l'onde B'; ces tangentes sont parallèles et distantes d'une longueur égale à λ; la tangente CB' est tangente à A''. De même, une tangente menée de D à C' B'' A''' est parallèle aux autres, et s'en trouve à des distances égales à λ, 2λ. Si nous détachons par la pensée dans ces ondes les éléments qui sont en contact avec les tangentes, nous voyons que ces éléments α, α', α'', α_1, α'_1, α_2..., etc., sont des éléments d'ondes de lumière se mouvant dans des plans parallèles, et dans une direction normale à ces plans. Les différents éléments tels que α''' α''_1 α'_2 α_3 qui se meuvent à côté les uns des autres à des distances invariables produisent au bout d'un temps très court les uns sur les autres l'influence qui doit les maintenir dans le même plan ; aussi se forme-t-il un rayon de lumière plus faible que le rayon principal, et se mouvant, non plus dans la direction AA''', mais dans la direction $A\alpha'''$.

Du point B (fig. 81) menons une tangente à l'onde A''.

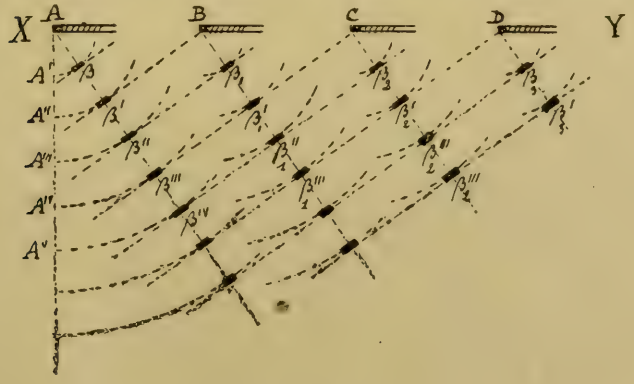


Fig. 81.

Soit β' l'élément de l'onde A'' en contact avec la tangente.

Cet élément β' est parti du point A, a passé en β quand l'onde était en A' et passe successivement en β, β', β'', β''', β''''. Or pendant que cet élément se transporte de β' en β'', un autre élément suit une direction parallèle avec B comme point de départ; et quand β' est en β'', cet élément est en β_1. Quand β'' est venu en β''', β_1 se trouve en β'_1, et la ligne $\beta'''\beta'_1$ passe par le point C; c'est une tangente menée du point C aux ondes distantes de B et de A de 2λ et 4λ.

Ces différents éléments forment comme dans le cas précédent un nouveau rayon semblable au premier et se mouvant dans une direction $A\beta''''$. Si l'on reçoit tous les rayons ainsi formés sur un même écran parallèle au plan XY, ils s'éloignent de plus en plus du point où tombe le rayon non dévié AA''''.

Appelons D, D', les angles de déviation, c'est-à-dire les angles $A'A$, $A'A\beta$.

$$\sin D = \frac{\lambda}{AB}, \quad \sin D' = \frac{2\lambda}{AB}$$

ou en faisant $AB = e$, $\sin D = \frac{n\lambda}{e}$.

La déviation ne dépend donc que de la longueur des ondes et de l'écartement des fils des réseaux et non de leur épaisseur.

100. — Considérons dans un même rayon les ondes de longueurs différentes: les tangentes menées du point B s'inclinent d'autant plus que la longueur d'onde est plus grande; aussi un rayon de lumière naturelle qui tombe sur un réseau est-il dispersé comme s'il traversait un prisme, les ondes les plus courtes étant celles qui subissent la moindre déviation. Plusieurs spectres correspondant aux directions $A\alpha$, $A\beta$..., etc., se forment sur l'écran qui reçoit le rayon lumineux, et ces spectres sont séparés par des intervalles obscurs.

Prenons dans A'' l'élément ω qui se trouve entre α' et β' et menons la perpendiculaire à $A\omega$ (fig. 82). Cette ligne passe

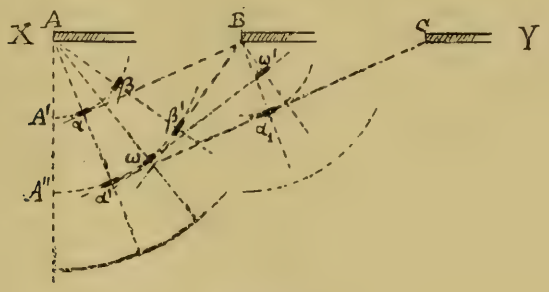


Fig. 82.

entre B et α_1 en un point où se trouve un élément d'onde ω' situé à une distance de B et de α_1, égale à une demi-longueur d'onde. Les éléments ω et ω' sont formés par des movités de signes inverses, aussi ne peuvent-ils produire une onde de lumière en se déplaçant parallèlement. Dans la direction $A\omega$, nous trouvons un intervalle obscur sur l'écran : on dit alors qu'il y a *interférence* des rayons lumineux.

101. — La lumière est produite par les oscillations des molécules d'un corps ; la longueur d'onde varie comme le nombre d'oscillations que chaque molécule fait en une seconde ; le nombre d'oscillations dépend de la température ; aussi une molécule produit-elle des ondes de longueurs différentes suivant la température du corps.

Quand on chauffe un corps solide tel que du fer ou du charbon, il rougit, blanchit, et produit des ondes très diverses qui peuvent se superposer ; mais si on chauffe le corps au point de le volatiliser, la lumière émise par les molécules de ce corps au moment où il passe à l'état de vapeur n'of-

fre plus les mêmes caractères. Comme cet état correspond à une température déterminée, et que l'on produit toujours la même température pour volatiliser le métal ou métalloïde, la lumière se trouve formée par un corps simple à une température fixe, et l'onde émise donne naissance à un rayon monochromatique qui, reçu sur un écran, même après avoir traversé un prisme, ne forme pas un spectre, mais une simple bande lumineuse que l'on appelle la *raie* du corps.

La molécule qui oscille produit des ondes. Lorsqu'elle se trouve sur le passage d'autres ondes, elle absorbe à son tour une certaine quantité d'énergie qu'elle rend aussitôt quand le rythme du passage des ondes ne concorde pas avec celui de ses propres oscillations. Mais si la molécule oscille avec un mouvement synchrone dans l'onde qui passe, elle absorbe l'énergie de cette onde.

Quand un rayon de lumière passe donc dans une vapeur de métal volatilisé, avec une puissance de movités plus grande que celle de la lumière émise par le métal, les ondes de même longueur que celles qui forment la raie du métal sont absorbées, et le rayon de lumière, après sa dispersion, produit un spectre dans lequel la raie du métal se détache en noir.

Sa position dans le spectre permet de connaître sa longueur d'onde.

CHAPITRE XI.

LA CHIMIE.

102. Phénomènes chimiques. — 103. Combinaisons. — 104. Affinité chimique. — 105. Rôle des cohésivités. — 106. Pile électrique. — 107. Chaleurs atomiques. — 108. Composition moléculaire des gaz. — 109. Équivalents électro-chimiques. — 110. Valence des atomes. — 111. Acides. Bases. Sels. — 112. Alliages. — 113. Dissociation.

102. — L'étude des phénomènes physiques nous a conduits à considérer les électricités et les cohésivités comme déterminant la plus grande partie d'entre eux. Les électricités et les cohésivités régissent également toutes les lois de la chimie, et les cohésivités y jouent un rôle des plus importants.

La cohésivité, cette force dont l'existence est une de nos hypothèses, n'a pas encore été soumise aux expériences de laboratoire ; aussi ne pouvons-nous pas montrer d'une façon précise son action dans tous les phénomènes chimiques. Nous nous bornons donc à passer en revue un certain nombre de ces phénomènes, afin de montrer que l'hypothèse de l'existence des cohésivités doit ouvrir à la science une voie nouvelle et féconde pour l'étude de la chimie.

Nous avons étudié comme phénomènes physiques ceux dans lesquels les électricités et les cohésivités paraissent ou disparaissent dans les atomes ou molécules d'un corps, et en déterminent les mouvements. Dans ces phénomènes, il n'a pas été fait de distinction entre les atomes et les molécules, et nous avons toujours considéré que les molécules se comportaient comme les atomes. La chimie étudie la différence qui existe entre les atomes et les molécules,

ainsi que les variations des propriétés des groupements d'atomes suivant la façon dont ceux-ci s'assemblent.

Lorsqu'un grand nombre d'atomes identiques sont simplement placés les uns à côté des autres, ils forment un corps possédant certaines propriétés. On l'appelle *corps simple* en raison de la similitude des atomes entre eux. Quand ces atomes se réunissent deux à deux pour former des *molécules*, les propriétés des corps deviennent différentes. Elles changent également si les atomes s'assemblent par groupes de trois au lieu de groupes de deux. Le corps conserve néanmoins le nom de corps simple. Enfin quand les atomes qui se groupent sont des atomes d'espèces différentes, ils forment ce que l'on appelle un *corps composé*. La molécule du corps composé a des propriétés qui diffèrent complètement de celles des atomes qui la composent.

103. — Nous avons vu (30 à 33) quels sont les états particuliers qui différencient les atomes : volumes inégaux, degrés différents de concentration de la gravitation, état électrique, excès de cohésivité positive ou de cohésivité négative.

La *combinaison chimique* est le phénomène qui se produit lorsqu'un certain nombre d'atomes de corps simples se réunissent pour former de petits édifices qui sont les molécules d'un corps composé. Dans un même composé, ces petits édifices sont semblables, et les proportions dans lesquelles se trouvent les atomes des corps simples déterminent, pour chacun d'eux, les quantités de matière qui entrent dans la combinaison.

Une combinaison chimique amène toujours une modification des états particuliers qui différencient les atomes.

Indépendants les uns des autres, les atomes des différents corps simples ne subissent pas d'une façon semblable l'in-

fluence des forces physiques ; mais lorsqu'ils se sont combinés pour former une molécule, ils sentent tous de la même manière l'action des forces, comme si la molécule était formée par une matière unique.

Après s'être combinés les uns avec les autres, les corps simples prennent généralement un aspect très différent de celui de chacun des éléments constituants. L'oxygène se présente à nous à l'état gazeux aux températures ordinaires ; il s'unit avec le fer, corps solide et pouvant avoir des surfaces brillantes, pour former l'oxyde de fer qui nous apparaît sous la forme d'une poudre brune. Les atomes différents prennent donc un état commun et modifient leurs propriétés.

Les atomes sont pesants. Après la combinaison de deux atomes, la molécule possède un poids égal à la somme de ceux des atomes ; chaque atome apporte donc son poids à l'ensemble. Mais lorsque la molécule est formée, il semble que la gravitation agisse indifféremment sur toutes ses parties ; aucun phénomène ne paraît nous révéler qu'une partie de la molécule soit plus lourde qu'une autre, aussi pouvons-nous dire que le phénomène se produit comme s'il y avait uniformisation de la gravitation dans tous les atomes.

Les divers atomes qui se combinent ont généralement des cohésivités différentes : après la combinaison, ils forment une molécule dans laquelle les cohésivités semblent distribuées dans les atomes comme s'ils ne formaient qu'un seul volume de matière ; il se produit donc une répartition uniforme des cohésivités, en même temps que l'unification du poids, et peut-être de quelques autres propriétés de la matière.

104. — Il serait difficile de définir exactement la nature

des propriétés que les atomes échangent. Elles sont d'une essence abstraite pour nous, mais nous pouvons suivre le phénomène dans les forces physiques qu'il fait naître. Mis en présence, certains atomes se combinent spontanément : ils ont de l'*affinité* les uns pour les autres. Le résultat physique du phénomène est un dégagement de chaleur, autrement dit, le corps composé est plus chaud que les corps composants. D'autres atomes, au contraire, en présence les uns des autres, ne se combinent pas spontanément, mais peuvent former un corps composé s'ils sont soumis à l'influence d'une haute température ; ils se combinent alors en absorbant une certaine quantité de chaleur représentant l'énergie qui détermine la réaction. En ce cas, les atomes n'ont pas d'affinité les uns pour les autres. Un corps ainsi formé peut se décomposer spontanément, et les différents atomes se séparent en rendant la quantité de chaleur qu'ils avaient absorbée précédemment.

Les combinaisons ou décompositions chimiques se font avec dégagement ou absorption d'énergie ; cela est le résultat physique apparent, et l'on constate que les combinaisons qui dégagent de la chaleur se font plus facilement que les autres. Cette constatation faite, le phénomène demande une explication.

Deux atomes de corps simples différents sont électro-positif et électro-négatif l'un par rapport à l'autre. Mis en présence, ils s'attirent en raison de leur différence de potentiel, et peuvent venir au contact l'un de l'autre si leurs cohésivités négatives ne les en empêchent pas. Quand ces atomes sont dans un état tel qu'ils puissent ainsi former une molécule, ils ne s'écartent plus l'un de l'autre, et l'on peut croire qu'ils échangent leurs électricités, mais l'électricité positive de l'un ne neutralise pas l'électricité négative de l'autre, car il y aurait disparition d'énergie ; ces deux

électricités restent séparées dans la molécule, et en font une molécule en mouvement. Bientôt après, changeant de direction sous l'action de ses voisines, cette molécule cesse de nous apparaître comme étant en mouvement; elle émet des ondes de chaleur : la combinaison s'est produite avec dégagement de chaleur.

La chaleur dégagée pendant la combinaison n'est pas empruntée en partie à chaque atome; l'un deux, au contraire, a fourni l'électricité positive, l'autre a donné l'électricité négative, et l'état de la matière de chaque atome s'est ainsi modifié. La molécule se compose alors de deux atomes d'une matière différente de celles qui les formaient avant la combinaison; aussi les propriétés de chacun des deux atomes ne se retrouvent-elles pas dans le corps composé.

Ainsi donc ne devons-nous pas considérer l'électricité comme un fluide tendant toujours à disparaître ou à se répandre d'un atome sur ses voisins sans modifier leur état. Les deux électricités peuvent se trouver sur les atomes et y représenter de l'énergie de mouvement qui produit l'entraînement du corps ou élève sa température, mais lorsqu'une seule des deux électricités pénètre dans un atome, ou s'en sépare, elle le transforme, et en fait une autre matière.

Les corps qui ont de l'affinité les uns pour les autres sont ceux dont les atomes prennent l'état commun de la matière du corps composé en laissant échapper des quantités égales d'électricités de signes contraires, correspondant à la différence de potentiel qu'ils se trouvent avoir l'un par rapport à l'autre dès qu'on les met en présence.

Les combinaisons se font donc après modification de l'état de la matière des composants par perte ou addition d'électricité. On dit qu'il y a affinité, et la combinaison

produit de la chaleur, si les atomes perdent de l'électricité. La combinaison se fait moins facilement si les quantités à perdre sont inégales pour ramener les atomes à l'état commun du composé, et elle s'opère encore plus difficilement s'il faut donner de l'électricité aux atomes pour produire l'état qui leur permettra de se combiner. En ce cas, la combinaison se produit avec absorption de chaleur, et cette chaleur s'emprunte généralement à une source extérieure. Mais nous n'avons ainsi traité que l'un des côtés de la question.

105. — Le phénomène de la modification de l'état de la matière d'un atome sous l'influence d'une absorption ou d'un dégagement d'électricité n'est probablement pas aussi simple que nous venons de le laisser croire. La mise en contact d'un atome avec une source électrique en fait un atome électrisé, et ne transforme pas sa matière. Néanmoins ce que nous avons dit est exact en ce sens que l'électricité détermine les modifications d'état des atomes dans les compositions et décompositions chimiques, mais le phénomène ne se produit pas sans que les cohésivités y jouent un grand rôle. Ce rôle est mal défini ; les expériences sur ce point nous manquent pour préciser l'action des cohésivités, mais nous pouvons dire qu'il faut une certaine modification de la répartition des cohésivités dans les atomes pour que l'électricité, au lieu de faire un atome électrisé de celui dans lequel elle pénètre, en fasse une autre matière. La modification des cohésivités dans les atomes, jointe à celle des électricités, nous explique les diversités nombreuses que présente la liste très longue des corps composés, à côté de la liste si courte des corps simples.

106. — Lorsque deux atomes placés dans le voisinage

l'un de l'autre prennent une différence de potentiel, se combinent et dégagent de l'électricité, celle-ci forme de la chaleur si elle n'est pas recueillie ; mais on peut prendre certaines dispositions pour la recueillir, et l'énergie de la combinaison peut alors être employée sous forme d'électricités. C'est sur ce principe qu'est basée la pile électrique.

La lame de zinc est électro-positive par rapport au liquide, mais chaque atome de métal en contact avec l'électrolyte élève son potentiel pour entrer en combinaison avec l'oxygène du liquide, et, empruntant de l'électricité positive à la lame de zinc, la laisse électrisée négativement. Le liquide, lui, se trouve électrisé positivement. Cette électrisation se transmet de proche en proche jusqu'aux bornes de la pile, et si ces bornes ne sont pas réunies par un corps conducteur, l'électrisation subsiste, et empêche les atomes de l'électrode négative de modifier suffisamment leur état pour continuer à se combiner avec les atomes d'oxygène du liquide. La pile ne travaille pas. Que l'on vienne au contraire à réunir les pôles de la pile, les électricités qui se dégagent pendant la combinaison chimique se dépensent, soit en échauffant le conducteur qui réunit les pôles de la pile, soit en produisant un travail dans ce conducteur.

Inversement, si l'on se propose de décomposer un électrolyte, on devra dépenser une quantité d'énergie égale à celle que ce dernier a laissé échapper en se formant ; mais la décomposition n'aura lieu que si l'on donne aux électrodes une différence de potentiel au moins un peu supérieure à celle qui existait entre les atomes au moment où ils se sont combinés.

107. — Les travaux de Dulong et Petit ont permis d'éclaircir la question des équivalents et des poids atomiques, et de déterminer quels sont les poids relatifs des atomes

des différents corps simples. La loi qu'ils ont établie nous fait connaître que le produit de la chaleur spécifique d'un corps par son poids atomique est une quantité constante.

Or, la chaleur spécifique est la quantité de chaleur qu'il faut dépenser pour élever de 1° la température de l'unité de poids de ce corps. Le nombre d'atomes contenu dans un volume d'un corps de poids égal à l'unité est inversement proportionnel au poids atomique de ce corps. Les chiffres trouvés pour les chaleurs spécifiques nous représentent donc les quantités de chaleur nécessaires pour élever de 1°, dans chacun des corps, la température d'un nombre d'atomes inversement proportionnel au poids atomique du corps. Le produit de la chaleur spécifique par le poids atomique nous donne, en conséquence, la quantité de chaleur qu'il faut pour élever de 1° la température d'un même nombre d'atomes : ce nombre est constant. Autrement dit, les quantités de chaleur égales données à chacun des atomes faisant partie de corps différents élèvent de la même quantité les températures des différents corps.

En voici l'explication. La chaleur est un phénomène qui résulte des mouvements oscillatoires d'un certain nombre d'atomes groupés ; aussi un atome isolé n'a-t-il pas de mouvements oscillatoires ; il ne produit pas de chaleur : un atome isolé n'a pas de température. Cependant le phénomène qui produit la chaleur est dû à l'énergie que possèdent les divers atomes, et nous pouvons par la pensée séparer les uns des autres les différents atomes d'un corps chaud. Nous appelons *chaleur atomique* l'énergie que possède chacun des atomes au moment où il est isolé des autres. Cette chaleur atomique est représentée par les électricités séparées dans l'atome, et sa mesure est $m\,v$, m représentant la masse de l'atome ou son poids atomique, v sa vitesse ou le potentiel de ses électricités séparées.

Des quantités de chaleur ou d'énergie égales entre elles et données à des atomes de poids atomiques différents, introduisent en eux des quantités de mouvement mv, $m'v'$, $m''v''$, etc., qui sont égales. Lorsque les atomes de poids atomiques m, m', m'', sont groupés chacun avec des atomes semblables, et animés des vitesses v, v', v'', les températures de ces différents corps se trouvent être égales, parce que les divers atomes possèdent les mêmes quantités de mouvement pour exécuter leurs mouvements oscillatoires.

Si des chaleurs atomiques nous passons aux chaleurs moléculaires, nous voyons que la quantité de chaleur que possède chaque molécule est mesurée par $(m+m'+m'')\,v = mv + m'v + m''v$, m, m', m'' étant les poids atomiques des différents atomes qui composent la molécule. La chaleur moléculaire est égale à la somme des chaleurs atomiques.

108. — La molécule gazeuse d'un corps simple se compose de deux atomes, et les volumes occupés par un même nombre de molécules gazeuses sous la même pression sont égaux. Les différentes molécules gazeuses se tiennent en équilibre à des distances égales, quels que soient les corps simples qui les composent : les poids atomiques variant, la force de gravitation avec laquelle les molécules s'attirent varie dans les mêmes proportions, mais la puissance des cohésivités augmente avec les poids atomiques, et l'équilibre subsiste. Aussi la distance des molécules ne change-t-elle pas, et le volume du gaz reste-t-il invariable lorsque plusieurs atomes viennent s'ajouter à l'édifice moléculaire pour former la molécule d'un corps composé gazeux.

Nous expliquons donc la loi de Gay-Lussac de la façon suivante. La molécule d'oxygène se compose de deux ato-

mes; la molécule d'hydrogène se compose également de deux atomes. Deux volumes d'hydrogène et un volume d'oxygène nous donnent trois volumes de gaz; mais au moment où la combinaison se produit, chaque molécule se dédouble; un atome d'oxygène se réunit à deux atomes d'hydrogène pour former une molécule de vapeur d'eau, et celle-ci se tenant à la même distance de ses voisines qu'une molécule d'hydrogène ou d'oxygène, les trois volumes de gaz n'ont produit que deux volumes de vapeur d'eau.

Dans toutes les combinaisons analogues, chaque molécule se dédouble en deux atomes, et les différents atomes provenant de molécules dédoublées se groupent et forment deux volumes de gaz du corps composé. Au moment où le dédoublement des molécules se produit, le volume total prend presque instantanément, et pendant un temps très court, un volume double de celui qu'il occupait. Il en résulte que la pression se trouve momentanément doublée, et produit les effets connus du mélange tonnant.

109. — En se combinant, deux corps acquièrent une différence de potentiel qu'ils prennent également lorsqu'ils se décomposent. La décomposition des corps se fait par l'électricité dans les laboratoires au moyen de l'électrolyse, et l'on constate que si l'on fait passer un courant électrique dans plusieurs électrolytes, il se dépose généralement sur l'une des électrodes, dans chacun des voltamètres, des poids de matière proportionnels aux équivalents des corps déposés.

Quand un corps servant d'électrolyte est décomposé par un courant électrique, une solution d'un sel métallique, par exemple, le métal se porte seul à l'électrode négative, l'acide et l'oxygène de l'oxyde vont à l'électrode positive; lorsque le composé est formé de deux corps simples, l'élec-

tro-positif se rend à l'électrode négative, l'électro-négatif se porte à l'électrode positive.

Or la décomposition se produit au moment où les potentiels des deux éléments sont ce qu'ils étaient au moment de la combinaison. Les quantités de matière mises en liberté à l'électrode négative, pour un gramme d'hydrogène dégagé, ont été trouvées égales aux équivalents chimiques dans un grand nombre de cas, et l'on a cru pouvoir en conclure que les équivalents donnent réellement les poids relatifs des atomes des différents corps; mais il a fallu reconnaître ensuite que les quantités de matière déposées sur les électrodes dépendent de la nature des corps qui sont décomposés. Nous aurions pu croire que chaque atome se sépare du corps composé lorsqu'il a reçu une certaine charge électrique, mais l'expérience nous appprend que la même charge électrique peut être transportée par un ou deux atomes. Une même quantité d'électricité dépose sur l'électrode négative des poids de $31^{g}5$ ou de 63^{g} de cuivre suivant que le courant décompose un protochlorure ou un sous-chlorure. Nous devons donc admettre que la charge électrique agit pour vaincre les actions des cohésivités en séparant du corps une quantité de matière variable suivant les actions des cohésivités qui la réunissent au reste de la molécule.

On appelle équivalents électro-chimiques les poids des différents corps déposés par un courant électrique pendant que celui-ci met en liberté un gramme d'hydrogène. C'est à l'action des cohésivités qu'il faut attribuer le défaut de concordance entre les chiffres trouvés pour les poids atomiques et les équivalents électro-chimiques. L'aluminium a un poids atomique de 27, son équivalent est 13,5, mais son équivalent électro-chimique est 9. Le poids atomique du fer est 56, son équivalent 28, et l'on trouve comme

équivalent électro-chimique 28 ou 18,6, suivant le corps que l'on prend comme électrolyte. L'azote, dont le poids atomique et l'équivalent sont 14, a comme équivalent électro-chimique 4,67. Les quantités de matière déposées par les électrolytes sont donc dans des rapports simples avec les équivalents et les poids atomiques, mais ne sont pas toujours égales aux équivalents.

Des quantités différentes de matière sont déposées avec dépense égale de travail : celui-ci s'emploie à élever le potentiel des atomes qui se séparent, à leur donner de l'énergie qu'ils n'avaient pas, et à vaincre l'action des cohésivités. Il se dégage donc plus ou moins de matière, pour la même quantité de travail dépensé, suivant que le corps électro-positif est réuni au reste du composé par une puissance de cohésivité, par atome plus ou moins grande.

110. — Lorsque deux atomes sont en présence et se combinent, il se passe un double phénomène qui agit sur les électricités et les cohésivités. Celles-ci prennent une nouvelle disposition dans les atomes, ce qui correspond pour l'ensemble des deux à un dégagement d'une certaine quantité d'énergie qui se manifeste sous la forme de chaleur ou d'électricité ; or les atomes qui se trouvent ainsi en présence peuvent ne pas acquérir un état semblable en mettant tous en liberté la même quantité d'énergie. N'étant pas semblables, les atomes dégagent de l'énergie chacun sous la forme de l'une des deux électricités ; or pour que les deux électricités puissent produire dans l'éther des movités en ondes de chaleur, il faut que les électricités des deux signes apparaissent en quantités égales ; aussi les différents éléments d'un corps composé ne mettent-ils en liberté toute l'énergie qu'ils peuvent dégager,

que s'ils fournissent des quantités égales des deux électricités.

La répartition des cohésivités ou des électricités peut faire dégager dans l'un des atomes une quantité d'énergie double de celle qui est dégagée dans un autre. Un atome de la première espèce peut en ce cas se combiner avec deux atomes de la seconde : un atome de carbone se combine avec deux atomes d'oxygène.

Quand un seul atome d'oxygène est mis en présence d'un atome de carbone, la combinaison s'opère ; mais le composé ainsi formé, la molécule d'oxyde de carbone, peut encore se combiner avec un nouvel atome d'oxygène pour former, avec un nouveau dégagement de chaleur, une molécule d'acide carbonique. Dans ce phénomène, l'oxyde de carbone, en se formant, met en liberté la même quantité de chaleur qu'en se transformant en acide carbonique, et cette quantité est égale à la moitié de celle que la réaction dégage si deux atomes d'oxygène se combinent immédiatement avec un atome de carbone pour former une molécule d'acide carbonique. Le carbone et l'oxygène sont supposés être pris à l'état gazeux comme l'acide carbonique et l'oxyde de carbone. Dans le cas contraire, les changements d'état physique amèneraient des dégagements ou absorptions de chaleur qui modifieraient les résultats.

Parmi les composés qui se forment ainsi, les uns sont stables, les autres paraissent avoir acquis une nouvelle affinité. Dans les uns, il semble que les éléments se soient mutuellement saturés : les cohésivités des divers éléments ont pris dans le composé formé une distribution qui ne les fait tendre, ni à se combiner avec un atome de plus d'une espèce, ni avec un atome de plus d'une autre espèce. Lorsqu'au contraire quelques atomes ne sont pas combinés dans les proportions leur permettant de dégager la même

quantité d'énergie, le composé peut encore se combiner avec un ou deux atomes de l'espèce de ceux qui le composent déjà, ou bien des atomes analogues : c'est-à-dire que certains atomes en entrant en combinaison amènent une répartition nouvelle des cohésivités qui correspond à une variation d'énergie double, triple ou quadruple de celle qui a lieu dans d'autres atomes : ceux-là forment donc des composés stables ou saturés avec deux, trois ou quatre atomes de ceux-ci. On appelle *valence* cette propriété des atomes.

Les valences des différents corps ont été comparées à celle de l'hydrogène, et l'on dit que tel ou tel corps est univalent, bivalent, trivalent ou quadrivalent par rapport à l'hydrogène. Les atomes sont au maximum quadrivalents. Réunissant en familles les différents corps de même valence parmi les métalloïdes, on a formé les familles suivantes :

1re famille. — Le fluor, le chlore, le brome, l'iode, qui sont univalents ;

2e famille. — L'oxygène, le soufre, le sélénium, le tellure, qui sont bivalents ;

3e famille. — L'azote, le phosphore, l'arsenic, qui sont trivalents ;

4e famille. — Le carbone, le bore, le silicium, qui sont quadrivalents.

Tous les corps de la même famille ne possèdent pas les mêmes propriétés ; mais les propriétés générales d'une famille se retrouvent plus ou moins marquées dans chacun des corps. Nous voyons que le fluor, le chlore, le brome et l'iode se comportent de façons semblables en face des métaux et forment des composés analogues ; l'azote, le phosphore et l'arsenic ont des composés oxygénés formés de la même manière.

Les métalloïdes ont été divisés en quatre familles, et

l'hydrogène ne s'y trouve pas. L'hydrogène occupe, pour ainsi dire, une place intermédiaire entre les métalloïdes et les métaux ; il est le plus électro-positif des métalloïdes et le plus électro-négatif des métaux, aussi le met-on à part à cause de ses propriétés spéciales.

Sa valence a été prise comme unité ; il est donc univalent. En présence des métalloïdes, il se comporte comme un métal.

Dans chaque famille de métalloïdes, les corps rangés par ordre, de l'électro-négatif à l'électro-positif, ont des poids atomiques augmentant, et l'on passe de corps à l'état gazeux à des corps à l'état solide ; la température de fusion s'élève ; tout dénote, dans la suite des corps d'une même famille, une concentration de matière de plus en plus forte, et un passage d'excès de cohésivité négative à un excès de cohésivité positive.

Si l'on passe des métalloïdes aux métaux, on trouve les mêmes divisions en familles ; mais parmi les métaux ces différences sont moins sensibles, et les distinctions sont moins évidentes ; cependant l'action de la valence des atomes se retrouve toujours dans les composés.

Dans un composé stable, la somme des valences des atomes doit former un nombre pair, et les différents atomes doivent pouvoir être répartis en deux groupes de valence égale. L'acide chlorhydrique, HCl, a une somme de valences égale à deux ; il est formé par deux atomes univalents. L'eau, H^2O, a une somme de valences égales à quatre. Le gaz ammoniac, AzH^3, est stable, et a une somme de valences égale à six ; mais l'ammonium, AzH^4, a une somme de valences égales à sept, et n'est pas stable ; il se combine avec un corps univalent, le chlore par exemple, pour former le chlorhydrate d'ammoniaque, AzH^4Cl, dont la somme des valences est huit.

En conséquence, si l'on enlève à un composé saturé un élément univalent, le reste forme un radical de valence impaire qui peut être saturé par un élément univalent, ou par un autre radical de valence impaire. Ce sont ces groupements de radicaux divers, se combinant avec des valences différentes, qui amènent la formation d'une foule de corps de compositions semblables, mais de propriétés spéciales suivant la manière dont les atomes se sont combinés pour former les radicaux.

La valence des atomes et des radicaux est produite par la manière dont les cohésivités y sont distribuées ; la molécule n'est stable que lorsque les cohésivités sont réparties d'une façon symétrique dans tout le système ; mais comme les différents radicaux qui concourent à la formation du composé peuvent se présenter avec une disposition d'atomes correspondant à une répartition spéciale des cohésivités, les corps formés d'un même nombre d'atomes semblables ont des propriétés différentes, parce que les molécules ne sont pas construites de la même manière. Telle est la cause de l'isomérie des corps. La chimie organique nous en offre un nombre considérable d'exemples.

Comme les métalloïdes, les métaux ont des valences. Un atome de métal forme un chlorure avec un ou plusieurs atomes de chlore : le chlorure de sodium est $Na\ Cl$; le chlorure de magnésium est $Mg\ Cl^2$; le chlorure d'aluminium est $Al Cl^3$; le chlorure de silicium $Si\ Cl^4$.

L'aluminium est trivalent ; il s'unit avec l'oxygène bivalent pour former l'alumine, $Al^2\ O^3$, dont la somme des valences est douze.

Les différents phénomènes que l'on peut attribuer à la valence des corps, et, en conséquence, à leurs cohésivités, ne sont pas assez étudiés au point de vue des cohésivités pour que nous puissions en parler plus longuement.

111. — Lorsque plusieurs métalloïdes ont formé un composé, le nouveau corps possède une affinité pour d'autres corps que ne possédaient pas les éléments constituants ; les métalloïdes ont, par exemple, formé un *acide* qui a une très grande affinité pour les *bases;* mais le composé d'un acide et d'une base, un *sel,* semble généralement ne plus posséder ces propriétés qui forment l'affinité. D'une façon générale, lorsque les éléments d'un composé sont de propriétés analogues, le composé acquiert une énergie plus grande que les composants ; mais lorsque les composants sont très différents quant à leurs électricités et cohésivités, ils semblent neutraliser les uns dans les autres les causes de l'affinité, en déterminant une séparation des cohésivités qui amène généralement la cristallisation du corps. Les acides et les bases sont des composés incomplets, si nous pouvons employer cette expression ; aussi ont-ils des affinités très grandes pour des corps ayant des électricités et des cohésivités inverses. En présence les uns des autres, ils se combinent immédiatement et forment des sels.

112. — Le composé provenant de la combinaison de plusieurs métaux peut représenter un véritable métal ayant des propriétés déterminées par celles de tous les métaux composants. Ce corps s'appelle un *alliage.*

Les métaux sont en général des corps ductiles et souvent assez malléables ; mais la combinaison de plusieurs métaux qui forment un alliage amène une répartition spéciale des cohésivités, et généralement leur séparation ; aussi un alliage se composant de métaux quelquefois mous est-il souvent très dur.

Dans un alliage, le degré de température auquel commence la fusion est celui du point de fusion du métal qui fond le plus facilement, ou moindre encore. Quand ce mé-

tal entre en fusion, les cohésivités des autres métaux en subissent l'influence, l'équilibre des cohésivités se trouve rompu, les mouvements oscillatoires des atomes s'égalisent, et sous l'influence des cohésivités des atomes du corps qui fond, les autres atomes passent à l'état liquide.

Quand certains métalloïdes entrent en combinaison avec les métaux, ces métalloïdes produisent généralement une distribution des cohésivités qui donne aux composés une grande dureté. Le carbone se combinant avec le fer produit l'acier ; le phosphore avec le bronze produit le bronze phosphoreux.

113. — Les combinaisons chimiques sont déterminées sous l'influence de l'affinité par des électrisations inverses des corps composants. Lorsque la combinaison s'est produite, une certaine quantité de chaleur se trouve à l'état libre, et élève la température du corps composé, tandis que les cohésivités se sont réparties d'une nouvelle manière pour donner au corps formé ses propriétés.

Quand la distribution des cohésivités se modifie dans quelques molécules, sous une influence extérieure, cette modification peut se transmettre de proche en proche. C'est ainsi que les corps solubles se dissolvent dans un liquide, et que la fusion de l'un des métaux d'un alliage entraîne la fusion des autres métaux. Des phénomènes analogues, produisant la décomposition des corps, ont reçu le nom de phénomènes de *dissociation*.

Les traités de chimie les décrivent en détail ; nous ne parlons ici que de leur cause possible. Ils sont dus probablement aux actions des cohésivités. Le carbonate de chaux se décompose sous l'influence de la chaleur, et s'entoure d'une couche de gaz acide carbonique. Lorsqu'il se trouve dans un vase clos, la pression du gaz s'élève, et quand elle

est devenue suffisante, le dégagement d'acide carbonique cesse de se produire. Si l'on augmente la pression, une partie de l'acide carbonique se recombine avec la chaux dont il était séparé. Les phases du phénomène sont analogues à celles de l'évaporation. Lorsque les molécules de la surface du corps n'éprouvent pas dans toutes les directions les réactions des cohésivités de molécules semblables ou possédant une distribution analogue des cohésivités, il se produit une rupture dans leur équilibre, rupture qui peut amener la décomposition de la molécule. La pression du gaz qui se dégage devenant plus élevée, les molécules qui se séparaient se trouvent maintenues à leurs places, et le phénomène cesse de se produire. L'action des cohésivités est moins évidente lorsque la dissociation se produit dans un corps gazeux ; mais là, encore, elle agit, et l'équilibre ne s'établit qu'avec un mélange des éléments simples et composés formant un ensemble dans lequel les cohésivités agissent de toutes les façons dont elles peuvent manifester leur influence, avec les différents états que prennent les atomes.

Nous ne pouvons nous étendre davantage sur ce sujet, faute d'expériences ; mais cet aperçu suffit pour montrer le rôle considérable que les cohésivités jouent dans tous les phénomènes chimiques.

CHAPITRE XII.

CONCLUSIONS.

114. Vue d'ensemble sur nos hypothèses. — 115. Phénomènes de radio-activité. — 116. Les évolutions de la matière. — 117. Le mouvement de la matière dans l'Espace. — 118. Le mouvement à l'origine du monde. — 119. La météorologie. — 120. La vie et la pensée.

114. — L'ouvrage que le lecteur achève lui a fait passer en revue les phénomènes les plus élémentaires et les plus connus de la physique et de la chimie. Nous ne nous sommes pas efforcé d'en donner une explication complète dans leurs moindres détails ; nous avons jugé préférable de nous en tenir aux généralités qui permettent les vues d'ensemble. Peut-être quelques explications de détail que nous avons données seront-elles, dans l'avenir, trouvées erronées ; mais l'ensemble de la théorie n'en subsistera pas moins, et la théorie physique du mouvement considéré comme étant dû à l'électrisation des atomes restera féconde.

Nos hypothèses sur la matière, l'éther et les forces physiques, doivent apparaître maintenant au lecteur comme étant de nature à tracer une voie nouvelle aux recherches scientifiques. Les explications de détail que nous ne pouvons donner se présenteront d'elles-mêmes aux chercheurs quand ceux-ci auront exploré la route que nous leur montrons. Nous avons passé sous silence beaucoup de points qui méritent de retenir l'attention du monde scientifique ; aussi devons-nous, comme conclusions, indiquer les horizons nouveaux que nos hypothèses permettent d'entrevoir.

Notre hypothèse sur la constitution de la matière présente les atomes comme étant de petits volumes de matière pure.

Nous paraissons nous trouver ainsi en contradiction avec les philosophes qui admettent que les atomes sont constitués par des particules de matière rassemblées, et pouvant se séparer en opérant la destruction des atomes. Nous ne considérons pas cette hypothèse comme inadmissible ; elle est même en harmonie avec notre théorie sur la formation des atomes, mais nous ne l'avons pas jugée comme étant utile pour l'explication physique des phénomènes dont nous avons entrepris l'étude. L'atome tel que nous l'envisageons ne renferme pas d'éther ; c'est-à-dire que s'il est composé de particules, celles-ci sont en contact intime les unes avec les autres.

La molécule se constitue d'ailleurs de la même manière ; mais la séparation des atomes d'une molécule s'opère plus facilement que celle des particules de matière d'un atome, si toutefois les atomes sont susceptibles de dislocation.

Par ailleurs, il n'est pas impossible que le changement de la distribution des cohésivités, ainsi que leur dépense, modifient dans une certaine mesure le taux de la gravitation, et nous paraissent amener une modification de la masse des atomes. Un changement de poids pourrait être interprété comme une destruction d'une partie de la matière ; mais les expériences précises nous manquent sur ce sujet.

L'électricité nous apparaît comme jouant un rôle important dans les phénomènes électriques proprement dits, dans les phénomènes de mouvement des corps, dans les mouvements oscillatoires des atomes, et dans les modifications d'état des atomes qui déterminent les compositions et décompositions chimiques. Est-ce à dire que la science se contentera toujours du simple mot *électricité* pour désigner l'état spécial qu'acquiert la matière dans ces différentes circonstances ? Nous ne le croyons pas ; mais nous

avons estimé que l'adoption de mots nouveaux ne serait admissible que si nous pouvions préciser les différences d'état de la matière dans les divers cas que nous citons.

Nous avons dit qu'il fallait considérer l'électricité comme pouvant se mélanger avec les cohésivités (49) quand elle produit les mouvements oscillatoires des atomes. Cet ordre de phénomènes demandera des recherches que nous n'avons pas entreprises.

La vitesse d'un corps pourrait se mesurer à la différence de potentiel qui existe entre les deux faces d'un atome. A combien de volts correspond la vitesse de 1 mètre à la seconde ? Le moyen d'opérer cette mesure ne nous apparaît pas encore, mais il n'est pas douteux qu'un physicien le trouve un jour. La vitesse est-elle exactement proportionnelle à cette différence de potentiel ? Cela n'est pas probable. Quand la vitesse du corps se rapproche de celle de la propagation des ondes de movités dans l'éther, la proportionnalité doit cesser d'exister.

Nous n'avons donné de nom spécial à l'action de l'électricité sur l'éther que dans le cas particulier où celle-ci produit le mouvement des corps, et nous avons appelé *movité* cet état de l'éther. L'appellation d'*influence électrique* nous a suffi pour désigner l'action de l'électricité dite *statique* sur l'éther. En admettant que les movités puissent renfermer des cohésivités, nous avons simplifié les explications plus que la science ne le fera dans l'avenir. Des mots spéciaux désigneront les états particuliers que prend l'éther sous l'action des différentes forces physiques et dans les divers phénomènes.

Dans l'esprit du lecteur, l'existence des *cohésivités* n'est peut-être déjà plus une simple hypothèse. Leur action se reconnaît dans un si grand nombre de phénomènes qu'il ne paraît pas douteux que l'étude des cohésivités ouvre

pour l'avenir un vaste champ aux recherches scientifiques. Encore ne faudrait-il pas croire que l'on se contentera toujours du simple mot *cohésivité* pour expliquer les phénomènes qui se produisent dans la matière pendant les changements d'état physique des corps, ainsi que pour définir ce qui modifie l'électrisation des atomes pendant les mouvements oscillatoires, détermine l'attraction et la répulsion des atomes, et produit les phénomènes chimiques.

Nous n'avons pas donné de nom spécial à l'action des cohésivités sur l'éther. Dans les généralités où nous nous sommes tenu pour donner une vue d'ensemble sur tous les phénomènes, un mot spécial ne nous a pas semblé nécessaire. La science précisera davantage le rôle des cohésivités, et aidée par les expériences de laboratoire de l'avenir, fera des distinctions que nous ne pouvions faire.

Aujourd'hui la science voit l'électricité partout. L'électricité joue en effet un rôle important dans beaucoup de phénomènes, mais on attribue souvent à l'électricité des actions que l'on doit au jeu des cohésivités. Celles-ci, méconnues trop longtemps, vont se faire reconnaître; et, après le siècle de l'électricité, nous aurons peut-être le siècle de la cohésivité.

115. — La science s'est récemment occupée de la découverte d'une certaine catégorie de phénomènes que l'on a nommés phénomènes de *radio-activité*. Plusieurs corps les produisent avec une énergie toute particulière. Celui dans lequel la manifestation de la radio-activité est le plus intense a reçu le nom de *radium*.

Devant l'impossibilité dans laquelle on se trouvait d'expliquer les phénomènes que produisent les sels du radium, plusieurs physiciens ont eu recours à la vieille théorie de l'*émission*, et l'hypothèse de l'émission d'*ions* paraît avoir

été facilement acceptée. Tout en reconnaissant la complexité des phénomènes que produit le radium, nous ne croyons pas devoir admettre un retour à la théorie de l'émission, et nous estimons que l'explication de ces phénomènes viendra de l'étude des propriétés encore inconnues des cohésivités.

M. Curie nous fait connaître[1] deux hypothèses qu'il déclare ne pas être incompatibles.

« Dans la première hypothèse, on suppose que le radium » est un élément en voie d'évolution. On doit alors admet- » tre que cette évolution est extrêmement lente, de telle » sorte qu'aucun changement d'état appréciable ne se fait » sentir au bout de plusieurs années. L'énergie que le » radium dégage pendant une année correspondrait donc à » une transformation insignifiante de ce corps. Il semble » d'ailleurs naturel de supposer que la quantité d'énergie » mise en jeu dans la transformation des atomes est con- » sidérable.

» La deuxième hypothèse consiste à supposer qu'il existe » dans l'espace des rayonnements encore inconnus et inac- » cessibles à nos sens. Le radium serait capable d'absorber » l'énergie de ces rayons hypothétiques et de la transfor- » mer en énergie radio-active ».

La première hypothèse, si elle se vérifiait, ne pourrait que confirmer les théories que nous avons exposées dans la première partie de cet ouvrage sur l'apparition de la matière et de l'éther dans l'univers. Une évolution de la matière est encore possible ; aussi est-il parfaitement admissible qu'une très légère modification de l'élément *matière* corresponde à une modification considérable des actions de la matière sur l'élément *éther,* ce qui peut nous donner

[1] *Le Radium :* L'ÉLECTRICIEN, n° 68?, tome XXVII, page 6?.

l'impression d'un développement important d'énergie. Mais en acceptant cette hypothèse, il faudrait se garder de croire à une dislocation de la matière et à l'émission d'*ions* ou particules matérielles du radium, si petites que l'on veuille les concevoir. Il n'y a pas émission proprement dite; aussi la deuxième hypothèse de M. Curie nous paraît-elle préférable à retenir pour l'explication des phénomènes de radio-activité.

Les « *rayonnements encore inconnus et inaccessibles à nos sens* », qui se transforment en « *énergie radio-active* », ce sont les actions des cohésivités ou de la gravitation sur l'éther.

Les ondes de lumière sont produites par le déplacement des movités dans l'éther, et nous avons dit que ces movités peuvent renfermer des cohésivités. La manière dont les cohésivités agissent sur la matière lorsqu'elles se trouvent transportées par les movités n'est pas connue; mais, de même que l'énergie électrique passe d'un corps à un autre par les movités, les cohésivités se transportent par les ondes. Ce phénomène se manifeste dans les émanations du radium avec une intensité spéciale qui leur donne les caractères d'une formation mystérieuse d'énergie.

A l'appui de cette hypothèse, nous allons passer en revue un certain nombre de phénomènes de radio-activité, en indiquant brièvement quel peut être le rôle des cohésivités dans chacun de ces phénomènes.

Le radium émet des ondes qui sont à la fois lumineuses et calorifiques et possèdent certaines propriétés spéciales que l'on n'avait encore reconnues que dans les rayons X. La partie lumineuse et calorifique des ondes est due aux movités que produisent les atomes du radium dans leurs mouvements oscillatoires; et, seule, la persistance du phénomène le distingue des phénomènes antérieurement connus.

Les propriétés spéciales des rayons du radium, et comparables à celles des rayons X, sont dues aux cohésivités. Nous ne considérons pas les rayons X comme étant émis par la *cathode* dans un tube à vide : ce ne sont pas des rayons *cathodiques*. Le phénomène qui se produit dans l'ampoule de Crookes est un phénomène électrique, et les rayons X ne prennent naissance que sur la paroi de l'ampoule qui se trouve en face de la cathode. Ces rayons renferment des ondes lumineuses, formées par des movités, que les écrans opaques arrêtent, et des ondes dues à une manifestation mal étudiée de l'action des cohésivités. Ce sont ces ondes qui traversent les écrans opaques et produisent les effets spéciaux que l'on attribue généralement, mais à tort, aux rayons cathodiques.

Comme les rayons X, les rayons du radium sont formés par des ondes dans lesquelles les cohésivités jouent un rôle prépondérant sur celui des movités. L'étude des cohésivités fera découvrir l'explication des phénomènes dont il ne nous est possible de donner encore qu'un aperçu des plus vagues et des plus sommaires.

Tous les phénomènes de propagation sans réfraction, sans réflexion, s'expliquent par le fait de l'absence des movités dans les ondes émanant du radium.

Les cohésivités qui jouent un rôle des plus importants dans les phénomènes chimiques, dans les modifications des édifices moléculaires, ne peuvent pas rester sans action sur certains corps dans lesquels pénètrent les rayons du radium ; aussi des phénomènes chimiques, et même physiologiques, se produisent-ils.

Les rayons déchargent les corps électrisés, facilitent le passage de l'étincelle, et l'on en conclut que les rayons exercent une action électrique sur les corps. L'explication que l'on donne ainsi du phénomène est erronée. Les

rayons du radium ne détruisent pas l'électricité ; mais ils modifient les actions des cohésivités de l'air qui enveloppe les corps électrisés, en diminuant ou supprimant momentanément l'action des cohésivités qui détermine la répulsion des molécules gazeuses. L'air devient alors conducteur, et le corps électrisé se décharge comme s'il était relié à la terre par un fil conducteur.

Les radiations sont de différentes espèces, plus ou moins pénétrantes dans certains corps, plus ou moins sensibles à l'action d'un champ électrique. Ces phénomènes nous indiquent qu'il existe plusieurs espèces d'ondes de cohésivités, et que les movités peuvent contribuer dans une certaine mesure à former ces ondes ; mais nous ne reconnaissons dans ces phénomènes aucun indice qui révèle des émissions d'ions matériels.

La radio-activité induite est due aux ondes de cohésivités. Les mouvements oscillatoires des molécules prennent, sous l'influence des ondes de cohésivités du corps actif, un rythme qu'ils ne possédaient pas ; aussi les corps soumis à l'action du radium deviennent-ils eux-mêmes radio-actifs.

Tous les phénomènes de radio-activité semblent donc facilement explicables par les cohésivités, si l'on peut concevoir la source d'énergie qui entretient l'émission des ondes de cohésivités. Nous n'ignorons pas que les cohésivités sont des forces qui ont apparu dans l'espace, produites par la gravitation, au moment de la formation des atomes. On se trouve donc amené à chercher dans la gravitation elle-même la source de l'énergie des corps radio-actifs. Nous n'avons pas besoin d'ajouter qu'elle est inépuisable.

La découverte du radium n'apporte-t-elle pas un appui nouveau à notre hypothèse de l'existence des cohésivités ?

116. — L'hypothèse d'une évolution lente de la matière nous paraît admissible, mais nous n'estimons pas que ce soit cette évolution seule qui produise les phénomènes de la radio-activité.

Encore bien moins pourrions-nous croire que la destruction de la matière produise un développement considérable d'énergie. La disparition d'un certain volume de matière ne peut s'effectuer que par le retour à l'état primitif, au néant, d'une certaine quantité de matière et d'éther ; mais ce phénomène, s'il se produisait, amènerait la disparition d'une certaine quantité d'énergie, et non son dégagement. Pour qu'il y ait dégagement d'énergie, il faudrait que le néant se transformât à nouveau en matière et en éther. La quantité d'énergie formée pourrait alors être supérieure à celle qui aurait disparu si la quantité de matière était finalement plus grande, ou son poids plus considérable.

Nous assistons peut-être à une évolution de la matière, mais non à sa destruction, tout au moins dans les corps qui paraissent produire spontanément de l'énergie.

117. — L'ensemble de nos hypothèses nous conduit donc à envisager l'éther comme étant le *milieu* fondamental de l'*Espace*. L'éther enveloppe de petits volumes de matière nommés atomes : entre les atomes, l'état de l'éther subit des modifications continuelles, que nous appelons ondes, forces, énergie, etc., actions qui viennent des atomes, vont à d'autres atomes, et déterminent tous les phénomènes de la Nature.

Les atomes ne sont pas immobiles dans l'éther ; mais, au contraire, se meuvent par groupes appelés *astres,* chaque atome se déplaçant comme s'il était seul, mais parallèlement et avec la même vitesse que ses voisins, de telle sorte

que le groupement d'un certain nombre d'atomes donne l'illusion d'un mouvement dans lequel l'éther serait entraîné.

L'éther est au contraire immobile, aussi chaque atome participant au mouvement d'un astre baigne-t-il dans un éther constamment renouvelé. Les corps les plus durs, aussi bien que les corps gazeux, sont constamment traversés par un courant d'éther passant entre toutes leurs molécules, et possédant, comme vitesse apparente, la vitesse absolue des astres dans l'Espace.

Dans la cloche d'une machine pneumatique où nous avons fait le vide, l'éther circule avec une vitesse considérable, ou plutôt ce sont les molécules de la cloche qui se déplacent dans l'éther en empêchant les molécules gazeuses de pénétrer à l'intérieur.

Le lecteur admettra-t-il que son corps lui-même est le siège d'une circulation d'éther aussi intense? Il faut le comprendre pour concevoir quelle est l'essence de ce milieu si subtil, qui révèle dans tous les points de l'univers le moindre des phénomènes qui se passe dans le plus petit des atomes.

118. — Les hypothèses que nous avons émises sur l'origine du monde nous obligent à refuser d'admettre comme vraisemblable la théorie suivant laquelle la matière, répandue à l'état de gaz incandescents dans l'Espace, se serait condensée, puis refroidie par rayonnement. Un dégagement de chaleur aurait accompagné la condensation de la matière gazeuse incandescente, et le rayonnement aurait rendu à chaque groupement d'atomes autant de chaleur qu'il s'en serait échappé sous forme d'ondes.

Il n'est donc pas probable que la matière se soit trouvée à l'état incandescent à l'origine du monde, mais il paraît possible qu'elle ait été répandue plus uniformément dans

l'Espace qu'elle ne l'est actuellement. La concentration en certains points a dû produire un échauffement de la matière, et puisque les astres ne sont pas restés à l'état incandescent, nous devons chercher la cause du refroidissement dans un autre phénomène que le rayonnement. Il y a eu transformation de chaleur en mouvement.

Qu'une énergie, dont nous ne pouvons définir l'essence, oriente les mouvements oscillatoires des atomes de manière à ce qu'ils se trouvent avoir tous simultanément des vitesses égales dans la même direction, ils cesseront de sentir les réactions de leurs voisins, et continueront leur mouvement : la chaleur se sera transformée.

Les astres se sont peut-être refroidis, mais le refroidissement n'a pas dû se produire par rayonnement ; l'énergie des mouvements oscillatoires s'est transformée, et c'est elle qui a entraîné les astres dans leur course au travers de l'Espace.

119. — L'énergie sous une forme quelconque se transforme-t-elle encore en mouvement devant nous, en nous donnant l'impression d'un mouvement spontané de la matière ? A cette question nous répondons : oui. Le mouvement, qui nous paraît spontané, et qui est dû à des transformations inconnues d'énergie, se manifeste dans deux ordres principaux de phénomènes : 1° le déplacement des animaux, dont nous parlerons un peu plus loin ; 2° l'entraînement des molécules d'air de notre atmosphère, ce qui donne naissance à un grand nombre de phénomènes météorologiques.

La branche de la science à laquelle on donne le nom de *météorologie* a résisté jusqu'à présent à tous nos procédés d'investigation, et les lois les plus élémentaires nous en sont encore inconnues.

Sans pouvoir préciser ce que seront dans l'avenir les principes fondamentaux de la météorologie, nous allons indiquer sommairement la voie dans laquelle les recherches nous semblent devoir aboutir.

L'entraînement des molécules d'air, ce que l'on appelle le *vent,* est quelquefois dû à une différence de pression barométrique ou à une différence de température ; mais dans un grand nombre de cas, le vent a pour origine une transformation de l'énergie intérieure des molécules d'air, et la variation de la pression barométrique se trouve être la conséquence, et non la cause, du phénomène moléculaire qui détermine la formation du vent.

Ce phénomène ne se produit pas sans que les cohésivités entrent en jeu ; aussi pensons-nous que l'on ne trouvera la clef de la météorologie qu'après avoir établi les lois de la distribution des cohésivités dans les molécules, et des transformations de ce mode d'énergie. Alors s'expliqueront les changements d'état physique de la vapeur d'eau se transformant en pluie, en vapeur, en cristaux de glace, en neige ou en grêle, suivant les circonstances.

Les variations de température de l'air sont également dues à des transformations intérieures de l'énergie qui détermine les mouvements oscillatoires.

La vapeur d'eau ne se dissocie-t-elle pas dans les régions supérieures de l'atmosphère, pour y former de l'hydrogène et de l'oxygène? Ces gaz se combineraient à nouveau en vapeur ou en glace, sous l'effet des causes que la science devra découvrir avant de comprendre les lois de la météorologie.

Quoi qu'il en soit, les molécules gazeuses, dans les régions supérieures de notre atmosphère, se trouvent à des distances telles que l'action de la gravitation et des cohésivités positives balance celle des cohésivités négatives, et les mo-

lécules se tiennent aux distances auxquelles l'attraction et la répulsion se font équilibre.

L'étude du jeu des influences astrales ou terrestres et magnétiques sur les cohésivités et la distribution des électricités dans les molécules gazeuses ou aqueuses de l'atmosphère nous donnera la clef de la météorologie.

120. — Les phénomènes de la *vie* et de la *pensée* ne sont pas considérés comme étant d'un ordre physique par la plupart des personnes qui s'occupent de l'étude des lois de la nature ; aussi devrions-nous, dans un ouvrage où nous traitons des phénomènes physiques à l'exclusion des autres, ne pas aborder ceux de la vie et de la pensée.

Notre intention n'est pas d'ouvrir une discussion sur la cause de ces phénomènes ; mais, obligés de constater qu'ils présentent un côté physique, nous ne pouvons jeter un coup d'œil sur l'ensemble des lois de la nature, sans laisser entrevoir la voie dans laquelle pourront aboutir les recherches sur le mécanisme physique des phénomènes qui s'opèrent dans un être vivant.

La vie et la pensée ne sont pas des phénomènes physiques. Néanmoins, le travail cérébral échauffe le cerveau de l'homme ; la pensée se transmet à distance, et se trouve perçue par les personnes dont les nerfs ou le cerveau possèdent une sensibilité particulière ; il se produit donc des phénomènes physiques quand un homme pense. Des ondes d'une essence spéciale se répandent dans l'éther, et se meuvent avec une rapidité que nous ne pouvons comparer qu'à la vitesse de la lumière, ignorant si la pensée n'a pas une vitesse bien supérieure.

Ainsi donc ne voulons-nous pas dire que la pensée est un phénomène physique, mais bien qu'il se produit un phénomène physique quand un homme pense, et c'est uniquement de ce phénomène que nous allons parler.

Les phénomènes de la vie peuvent se classer en trois catégories, et bien que la science ne les ait point encore nettement séparés, il nous faut leur donner des noms. Nous les appelons *biologiques, physiologiques, psychologiques.*

La vie des végétaux est due uniquement aux phénomènes biologiques. Il se produit chez les animaux des phénomènes biologiques et physiologiques. L'homme se distingue des animaux par le fait qu'il se produit chez lui des phénomènes biologiques, physiologiques et psychologiques. Nos hypothèses sur la constitution de la matière et le jeu des forces physiques doivent donc se relier à une hypothèse nouvelle sur le mécanisme physique de ces différents phénomènes.

Dans les phénomènes biologiques se produisent des modifications d'édifices moléculaires. La plupart de ces phénomènes sont d'ordre chimique ou d'ordre cristallographique. Une cellule se construit à côté d'une autre, ou bien grossit et se scinde en deux parties. Des atomes ou des molécules modifient leur mode de groupement et font apparaître des cellules nouvelles : l'organisme vivant se développe et le végétal pousse.

Nous n'avons pas besoin de chercher ailleurs que dans le jeu des cohésivités le mécanisme des transformations des corps sous l'action de la vie. Des changements d'équilibre des cohésivités se produisent, et la matière vivante se distingue de la matière inerte en ce que dans la seconde les phénomènes ne se produisent que sous une action extérieure, tandis que dans la première ils ont une cause intérieure.

La cause intérieure qui détermine les modifications de l'équilibre des cohésivités n'est pas du ressort de nos études ; aussi la laissons-nous de côté, et disons-nous, en restant

dans le domaine de la physique, que le mécanisme physique des phénomènes biologiques consiste dans les modifications *spontanées* des équilibres de cohésivités des molécules de la matière vivante.

Les phénomènes biologiques sont les seuls qui se produisent dans les végétaux; ils ont également lieu chez les animaux et déterminent le développement des tissus. Les phénomènes chimiques qui accompagnent la digestion sont aussi du même ordre ; mais les animaux ne vivent qu'autant que des phénomènes physiologiques se passent en eux. Nous réunissons sous cette appellation les phénomènes de mouvement et ceux qui donnent à l'animal la perception des impressions des sens. L'animal se meut, il voit, il se rappelle. Dirons-nous qu'il pense, qu'il a de l'intelligence ? Oui, mais en rappelant que la pensée et l'intelligence de l'homme sont d'un autre ordre, bien que la langue française ne les désigne pas par des mots différents.

Les phénomènes physiologiques qui distinguent les animaux des végétaux sont dus à des mouvements *spontanés* d'un certain nombre de molécules. Quelles que soient les réactions chimiques qui se produisent dans les tissus, dans les muscles sous l'action du fluide nerveux, le mouvement d'un animal amène la mise en mouvement de molécules qui étaient précédemment au repos. L'animal se distingue du végétal par la faculté de transformer en énergie de mouvement l'énergie oscillatoire des molécules, énergie dont l'origine se trouve dans les phénomènes biologiques, la digestion des aliments et la respiration.

Il se passe donc quelque part dans la cervelle des animaux un phénomène qui produit une transformation spontanée de l'énergie calorique en énergie de mouvement.

Les impressions des sens déterminent dans les molécules cérébrales un mouvement oscillatoire correspondant à cer-

taines ondes, à certaines sensations. La possibilité d'opérer la transformation de l'énergie calorique donne aux animaux la faculté de faire renaître dans les molécules de leur cerveau les images qui s'y sont déjà produites. Les animaux possèdent donc la pensée et l'intelligence.

Les mêmes mots sont employés pour désigner le phénomène qui se produit dans le cerveau de l'homme, mais il n'est plus uniquement physiologique ; il se complique d'un autre phénomène que nous appelons psychologique, et que l'on attribue à l'*âme*.

Le végétal vit ; l'animal se meut et pense ; l'homme se meut, pense, et se distingue par un autre ordre de phénomènes : il crée. L'homme crée des images dans son cerveau ; il conçoit, il comprend les choses abstraites ; il invente ce qu'il n'a jamais vu. Il s'intéresse à autre chose qu'à sa nourriture journalière, il cherche à pénétrer les secrets de la Nature, il sonde les mystères de l'Univers, et son esprit va au travers de l'infini à la rencontre de l'Auteur de toutes choses.

L'âme met l'homme en relation avec l'univers entier, aussi le phénomène physique qui se produit dans le cerveau de l'homme qui pense doit-il avoir une répercussion dans tout l'Espace. Le mécanisme physique de ce phénomène est une destruction momentanée d'une petite quantité de matière et d'une petite quantité d'éther, avec absorption de l'énergie nécessaire à reconstituer le milieu primitif de l'univers, le Néant. Une parcelle de néant se reforme dans le cerveau de l'homme dont l'âme opère, non un phénomène physiologique, mais un phénomène psychologique. Cette parcelle de néant ne subsiste que pendant un temps d'une durée infinitésimale, et repasse à l'état de matière et d'éther en dégageant de l'énergie ; mais les proportions de matière et d'éther, et, par suite, leurs propriétés se

trouvent modifiées; l'éther de tout l'univers en subit l'influence, et chaque pensée de l'homme est connue dans tout l'Espace.

La faculté de créer une nouvelle matière et un nouvel éther, donne à l'homme la possibilité de créer des images, de concevoir ce qui ne tombe pas sous les sens, et d'aspirer vers les espaces infinis que notre corps matériel ne nous permet pas d'atteindre.

ERRATA

Page 57, ligne 29, au lieu de *produire,* lire *produise.*
Page 166, fig. 57, placer les lettres *o* et *o'* aux extrémités de la ligne perdiculaire à *x y* et passant par le point *a.*
Page 185, ligne 20, au lieu de *Les deux,* lire *Les rayons.*

TABLE DES MATIÈRES

Pages

PRÉFACE..... 1

INTRODUCTION..... 3

PREMIÈRE PARTIE..... 11

CHAPITRE I. — *La Matière et l'Éther.*

1. Manière dont on doit se représenter les atomes et l'éther. — 2. Propriétés des atomes et de l'éther. — 3. Leurs essences analogues. — 4. Le Néant..... 11

CHAPITRE II. — *Les Forces.*

5. De la notion des forces. — 6. Siège de l'action des forces. — 7. Loi du carré des distances. — 8. Ondes de forces..... 19

CHAPITRE III. — *Le Mouvement.*

9. Manière dont les phénomènes de mouvement se produisent. — 10. Différence entre le mouvement d'un corps dans un milieu élastique, et celui d'un atome dans l'éther. — 11. Mouvements simultanés d'un atome et de l'éther environnant. Comparaisons. — 12. Cause unique des mouvements simultanés de l'éther et de l'atome. — 13. Électricités. Movités. — 14. La déformation des ondes et la formation des movités. — 15. Mouvement uniforme, mouvement accéléré, mouvement retardé..... 25

CHAPITRE IV. — *Formation de la Matière et de l'Éther.*

16. Conséquences de la loi de la conservation de l'énergie. — 17. Le Néant. — 18. La matière et l'éther sortant du Néant. — 19. Conséquences physiques de leur formation : la gravitation..... 39

Pages

CHAPITRE V. — *Formation des atomes. Électricités. Movités. Cohésivités.*

20. La matière et l'éther avant la formation des atomes. — 21. Manière dont la matière s'est concentrée. Forces résultantes. Électricités. Movités. — 22. Action produite sur la gravitation. Cohésivités. — 23. Distribution des cohésivités dans les corps changeant d'état physique..... 43

CHAPITRE VI. — *Phénomènes physiques.*

24. Mouvement des atomes soumis à l'attraction. Rebondissement. — 25. Ondes de movités qui se produisent. — 26. Cas de l'atome oscillant. — 27. Ondes de lumière et de chaleur. — 28. Le jeu des cohésivités comparé à celui des électricités 50

CHAPITRE VII. — *États particuliers des atomes.*

29. Corps simples et corps composés. — 30. Les volumes et les masses. — 31. Corps électro-positifs et électro-négatifs. — 32. Répartition des cohésivités dans les corps. — 33. Propriétés des corps. — 34. Mouvement des molécules.... 58

SECONDE PARTIE..... 65

CHAPITRE I. — *Mécanique.*

35. Les lois mathématiques et la physique. — 36. Le mouvement d'un corps. — 37. Le potentiel de la vitesse. — 38. Action d'une force sur un corps en mouvement. — 39. Action d'une force sur un corps au repos. L'accélération. — 40. La masse. — 41. L'attraction newtonienne. — 42. Équilibre des corps suspendus. Rupture de l'équilibre. — 43. Entraînement d'un corps par un autre. — 44. Quantité de mouvement. — 45. Travail et force vive. — 46. Élévation d'un poids. — 47. Mouvement d'un tore 65

CHAPITRE II. — *La Chaleur.*

48. Phénomènes de chaleur. — 49. Électricités et cohésivités.

Pages

— 50. Mouvements oscillatoires des atomes. — 51. Chaleur rayonnante. — 52. Conductibilité..... 86

Chapitre III. — *Action de la Chaleur sur les corps.*

53. États physiques des corps. — 54. Action de la chaleur sur les corps. — 55. Température ; zéro de température. — 56. Quantité de chaleur d'un corps. — 57. Chaleur latente. — 58. Calorimètre. — 59. Chaleur spécifique. — 60. Compressions et dilatations des gaz. — 61. Vapeurs..... 98

Chapitre IV. — *Cristallisation.*

62. Dissolution. — 63. Cristallisation. — 64. Clivage..... 115

Chapitre V. — *L'Électricité.*

65. Électricité statique. — 66. Électricité dynamique. — 67. Le potentiel. — 68. Capacité d'un corps. — 69. Électrisation par frottement. — 70. Attractions et répulsions électriques. — 71. Électrisation par influence. — 72. Distribution de l'électricité sur les corps..... 120

Chapitre VI. — *Courants électriques. Magnétisme.*

73. Courant électrique. — 74. Intensité du courant. — 75. Effets caloriques. — 76. Effets magnétiques. — 77. Courants induits. — 78. Transformation de l'énergie dans les machines. — 79. Solénoïdes. — 80. Les aimants. — 81. Les propriétés magnétiques du fer..... 137

Chapitre VII. — *L'Étincelle électrique.*

82. L'étincelle dans les gaz. L'arc électrique. — 83. Influence de la diminution de la pression sur l'étincelle dans les gaz. — 84. Décharge dans les tubes à vide. — 85. Décharge unipolaire. — 86. Rayons X..... 152

Chapitre VIII. — *La Lumière.*

87. Généralités sur la lumière. — 88. Propagation de la lumière. — 89. Réfraction. — 90. Réflexion..... 160

Pages

CHAPITRE IX. — *Lumière polarisée.*

91. Lumière polarisée. — 92. Phénomènes d'interférence. — 93. Double réfraction. — 94. Polarisation par réflexion. — 95. Extinction d'un rayon polarisé. — 96. Polarisation rotatoire. — 97. Rotation magnétique de la lumière..... 172

CHAPITRE X. — *Spectroscopie.*

98. Formation d'un spectre par un prisme. — 99. Formation d'un spectre par un réseau. — 100. Bandes obscures. — 101. Raies des différents corps..... 189

CHAPITRE XI. — *La Chimie.*

102. Phénomènes chimiques. — 103. Combinaisons. — 104. Affinité chimique. — 105. Rôle des cohésivités. — 106. Pile électrique. — 107. Chaleurs atomiques. — 108. Composition moléculaire des gaz. — 109. Équivalents électro-chimiques. — 110. Valence des atomes. — 111. Acides. Bases. Sels. — 112. Alliages. — 113. Dissociation..... 197

CHAPITRE XII. — *Conclusions.*

114. Vue d'ensemble sur nos hypothèses. — 115. Phénomènes de radio-activité. — 116. Les évolutions de la matière. — 117. Le mouvement de la matière dans l'Espace. — 118. Le mouvement à l'origine du monde. — 119. La météorologie. — 120. La vie et la pensée..... 216

DEUX CAS

DE

CHIRURGIE DES VOIES BILIAIRES

PAR

Mr le Dr P. ARDOUIN,

Ancien Interne des Hôpitaux de Paris.

I. — Lithiase biliaire. — Calcul enclavé dans le cholédoque. — Cholédocotomie et Cholécystostomie. — Guérison.

Il s'agit d'un jeune homme de 28 ans, L. P., menuisier, qui me fut adressé en octobre 1901 par mon confrère le Dr Le Duigou, et auquel ce dernier avait fait subir le traitement médical préconisé par Chauffard. Je fus conduit à l'opérer à cause de l'état de maigreur et de cachexie auquel il était arrivé, malgré le peu de durée des accidents d'obstruction biliaire.

Les antécédents héréditaires ne présentent rien à noter. Son père, sa mère et deux sœurs sont bien portants.

Lui-même a eu la rougeole dans son enfance et à 15 ans une bronchite qui a récidivé tous les hivers jusqu'à 20 ans.

En février 1899, pendant son service militaire, il eut de la fièvre et fut envoyé à l'hôpital avec le diagnostic d'embarras gastrique fébrile. Au bout d'un mois il en sortit, et dut y revenir deux autres fois. Il se plaignait à ce moment de pesanteur gastrique après les repas. Pas d'alcoolisme, pas de syphilis. Le malade a eu au régiment et pendant ses

gastralgies de violentes névralgies faciales (frontal-branche ophtalmique) qui sont classées, comme on sait, dans les pseudo-coliques hépatiques.

En mars 1900, il demande les conseils du Dr Le Duigou qui fait les constatations suivantes : Le malade souffre de crises gastriques très douloureuses accompagnées de vomissements alimentaires. L'appétit est conservé, le malade mange bien, puis, au bout de 3 ou 4 heures, il est pris de pesanteurs et de crampes d'estomac. De temps en temps même, pour faciliter le vomissement qui le calme, il absorbe de l'ipéca. Ni éructations, ni aigreurs.

Il a la sensation de fièvre et éprouve des frissons, bien que le médecin ne constate aucun état fébrile appréciable.

A l'examen on note une sensibilité extrême de la paroi abdominale. Les muscles droits se contractent avec violence au moindre attouchement et rendent l'exploration presque impossible. Le palper n'augmente cependant pas notablement la douleur vive que le malade éprouve au creux épigastrique et qui provoque chez lui un tremblement généralisé. La pression ne révèle aucun point douloureux par ailleurs.

La constipation est habituelle.

Le cœur et les poumons sont sains.

Pas de signe de tabes ni d'hystérie. Sensibilité intacte, un peu d'hyperesthésie peut-être. Conservation du goût et de l'odorat. Pas de rétrécissement du champ visuel. Réflexes patellaires normaux. Pas de signe de Romberg. Signe du cloche-pied à peine appréciable. Par moments et à l'heure actuelle, névralgie faciale (branche ophtalmique prise).

On se trouve ainsi réduit au diagnostic de gastralgie simple.

Quelques jours plus tard, je vois le malade avec le Dr Le Duigou et je ne puis que me ranger à son avis, d'autant

mieux que le traitement institué jusqu'alors a déjà un peu soulagé le malade et l'améliore assez sensiblement dans la suite.

Le 10 octobre 1900, c'est-à-dire 7 mois après le premier examen, survient une crise douloureuse atroce, qui cède instantanément à un lavage d'estomac, ce qui n'était pas pour mettre sur la voie. Le même phénomène se reproduit en décembre, en février 1901 et au commencement de juin. Le 17 juin, nouvelle crise qui, cette fois, n'est nullement influencée par le lavage d'estomac; on est obligé de recourir à une piqûre de morphine. La douleur se localise plus à droite, et, au bout de 6 jours, sont évacuées des selles décolorées, sans ictère. On diagnostique alors : coliques hépatiques, et on institue le traitement préconisé par M. Chauffard (salicylate et benzoate de soude, huile de Harlem. Eau de Vittel. Sulfate de soude).

Plus tard, en août, septembre, octobre 1901, surviennent malgré cela de nombreuses crises, presque quotidiennes et subintrantes, calmées seulement par la morphine. Le 14 octobre apparaît l'ictère avec coloration des urines et décoloration des selles. Les jours suivants, le malade est torturé de crises de plus en plus violentes, au point qu'il pense au suicide. L'ingestion d'aliments est nulle ou suivie de vomissements ; l'amaigrissement est excessivement rapide, le malade semble condamné à une fin prochaine dans d'atroces souffrances. Aussi accepte-t-il avec empressement l'idée d'une opération qui peut le soulager, sans le moindre souci d'y succomber.

Je vois cet homme le 23 octobre avec le Dr Le Duigou. A ce moment est revenu un peu de calme, l'ictère a notablement diminué, les urines sont devenues plus claires et les matières stercorales brunes ; le malade se trouve assez bien. La pression digitale localise très bien le maximum

de la douleur à droite, au-dessous du foie. Celui-ci descend à quatre travers de doigt au-dessous des fausses côtes.

Devant l'évidence actuelle du diagnostic de lithiase biliaire et la rapidité de l'amaigrissement (dû à l'absence d'alimentation et à la douleur), je suis d'avis d'intervenir prochainement bien que l'obstruction ne soit pas complète, puisque les matières sont colorées en brun. Nous décidons de faire la cholédocotomie suivie de cholécystostomie, de façon à laisser, par le drainage, sortir les calculs de la vésicule présents et à venir. La suite de l'observation montrera le bien fondé de cette précaution.

Le 28 octobre 1901, je pratique l'opération avec l'aide de mes confrères les Drs Le Duigou et Hubert. Le malade s'est mis, de son propre chef, espérant enrayer son mal, un vésicatoire sur la région vésiculaire. Il s'en est suivi un petit furoncle que je détruis au thermocauthère avant de commencer l'intervention.

Je fais à droite, le long du bord externe du grand droit, une incision de 12 cm. environ, qui remonte jusqu'aux fausses côtes. Le foie, débordant les fausses côtes de quatre travers de doigt, est parsemé d'un piqueté blanchâtre dont chaque point a la forme d'une étoile. La vésicule n'est pas distendue, mais ses parois sont épaissies et souples ; elle est à peu près du volume d'un œuf de pigeon. J'explore assez difficilement à l'aide de la main gauche, le canal cystique et le cholédoque. En avant de l'hiatus de Winslow, je sens dans le cholédoque un calcul arrondi, gros comme une petite noix, et j'en trouve un autre plus petit à l'extrémité du canal cystique. Je sectionne deux brides péritonéales qui me gênent dans mon exploration et m'empêchent d'attirer un peu le cholédoque. Je prends ce dernier à l'aide de l'index et du médius gauches, placés en arrière, et du pouce mis en avant, et je l'incise dans le sens de sa lon-

gueur sur le calcul, le foie étant récliné en haut. Il ne se produit aucun écoulement sanguin. Avant même d'avoir extrait le calcul et pendant que le canal est encore distendu par lui, je tente de passer dans la paroi quelques soies fines à l'aide d'aiguilles de Hagedorn ; mais la soie, trop fine et trop bien stérilisée, se rompt. J'extrais alors tout simplement le calcul à l'aide d'une spatule ; il s'effrite en partie. Je fais de même pour celui du canal cystique, après avoir d'abord essayé sans succès de le refouler vers le fond de la vésicule.

Le calcul du cholédoque pèse 4 gr. 50, une fois desséché ; il est friable, mûriforme, formé d'une agglomération de minuscules graviers.

Après toilette soignée de la région et nouvelle exploration digitale des voies biliaires, je fais sur l'incision du cholédoque un petit surjet au cat-gutt fin, guidé par un morceau de sonde de Nélaton momentanément introduit dans le canal. Je place un drain entre deux mèches de gaze stérilisée, l'une duodénale, l'autre sous-hépatique.

Je pratique enfin la cholécystostomie classique, comme drainage des voies biliaires, puis je referme pour la plus grande partie la plaie abdominale par des sutures profondes et superficielles.

Avant que le pansement ne soit terminé, à la fin de la chloroformisation, le malade fait des efforts de vomissements et rend un peu de bile, preuve qu'il continue à en passer par son cholédoque. Il s'en échappe également dans le pansement par le drain qui confine au cholédoque.

Les suites furent aussi simples qu'il est possible de l'imaginer chez un sujet aussi affaibli. Dès le jour même, le malade se retrouve au calme absolu, sans douleur. La température et le pouls restent normaux. On fait quelques injections sous-cutanées de sérum artificiel.

Les premières selles se produisent au bout de trois ou quatre jours, dures, ovillées, foncées en couleur, sans qu'on puisse attribuer cette coloration au passage de la bile, mais bien au séjour prolongé des matières dans l'intestin avant l'opération. Les urines sont normales, non biliaires ; l'ictère a disparu également. Le malade boit 2 litres de lait en 24 heures.

Les jours suivants les selles deviennent couleur de mastic, la bile s'écoule en totalité par les drainages, et on trouve dans chaque pansement des quantités de petits calculs hépatiques presque noirs, gros comme des têtes d'épingles, à facettes, qu'on peut voir sortir par le trajet du cholédoque et la vésicule. On fait des injections sous-cutanées de cacodylate de soude. Le traitement médical est repris et on observe alors rapidement une augmentation notable de la quantité de bile sécrétée.

Le 15 novembre, on constate dans les selles, toujours blanchâtres, de nombreux petits calculs noirs à facettes, semblables aux précédents.

Le 17 novembre, les selles commencent à se colorer et se foncent de plus en plus. Le malade s'est levé, et le 20 novembre, c'est-à-dire 23 jours après l'opération, il fait sa première sortie, muni de son pansement.

Je le revois le 23 novembre. Il a regagné un peu d'embonpoint (poids 51 kgr.) : l'appétit est excellent, les selles sont brun foncé, les urines normales.

Le 5 janvier 1902, deux mois environ après l'opération, le malade, qui pesait 54 kgr. en août 1901 et avait encore considérablement maigri depuis, pèse maintenant 62 kgr. Il a repris en partie son travail. Le cholédoque est fermé, il ne reste plus qu'une fistulette de la vésicule dont on aide l'occlusion avec le thermocautère, et qui disparaît en juillet.

A la fin de septembre 1902, l'état général est très satisfaisant (poids 70 kgr.). La cicatrice est solide, souple, non douloureuse. Le foie est revenu à son volume normal. Il est encore à un cm. au-dessous des fausses côtes. Notre malade n'a plus éprouvé aucune douleur depuis l'opération : il a repris d'une façon complète son travail depuis plusieurs mois. Le traitement médical, préconisé par M. Chauffard et employé déjà chez cet homme, est continué pour éviter toute chance de récidive.

Actuellement (janvier 1904) l'état général et l'état local sont excellents. Il s'est seulement produit au niveau de la cicatrice une éventration peu accentuée, du volume d'une noix. On ne sent pas d'orifice musculaire abdominal livrant passage à l'intestin, et il semble qu'il y a distension de toute l'épaisseur de la cicatrice, muscles et peau, plutôt qu'absence de coaptation musculaire. Notre opéré porte une ceinture en tissu caoutchouté ; sa santé est si bonne que depuis 2 ans il est marié et est devenu père de famille. Il n'a plus jamais eu de colique hépatique.

RÉFLEXIONS.

1° Difficulté du diagnostic au début. — Les gastralgies violentes qui ont précédé de 7 mois les coliques hépatiques franches, ne sont certainement que des coliques hépatiques frustes, qu'il était impossible de reconnaître, d'autant plus que ces douleurs, survenant cependant 3 à 4 heures après le repas, se trouvaient calmées par l'absorption de certains médicaments gastriques et par le lavage d'estomac. La cocaïne n'a pourtant jamais amené une sédation complète.

2° Précocité de l'intervention. — Bien que l'ictère fût récent (deux semaines) et le foie hypertrophié, nous avons jugé utile d'opérer vite, en raison de l'état de maigreur

et de cachexie auquel était rapidement arrivé le malade. D'ailleurs celui-ci réclamait à grands cris du soulagement.

L'intervention précoce est toujours préférable ; mais, de plus, deux éléments peuvent forcer la main : la prolongation d'une douleur atroce et la brusque venue de la cachexie.

3° *Simplicité des suites opératoires.* — Le calme renaît immédiatement. Le drainage empêche toute infection d'évoluer sérieusement. Plus tard, grâce aux injections de sérum artificiel d'abord, puis de cacodylate de soude, et à l'alimentation, le malade reprend rapidement ses forces, et un embonpoint supérieur à la normale pour sa taille. Son poids atteint 70 kgr.

4° *Utilité de la cholécystostomie.* — La nécessité du drainage des voies biliaires par l'ouverture de la vésicule nous a été démontrée par le passage de petits calculs hépatiques qui, sans cette précaution, auraient pu séjourner dans la vésicule et provoquer de nouveaux accidents de lithiase. Elle nous a, de plus, servi à vérifier les avantages du traitement médical préconisé par M. Chauffard. Dès que l'on faisait prendre salicylate et benzoate de soude, la bile devenait immédiatement plus fluide et plus abondante dans le pansement.

5° *Opportunité du traitement médical.* — Ce dernier fait bien constaté (c'est-à-dire excès de bile sous l'influence du salicylate et benzoate de soude) nous a engagé à instituer le traitement dès les premiers jours après l'opération et à le continuer dans la suite pour éviter toute crainte de récidive.

II. — Obstruction du cholédoque par cancer. — Rétention biliaire. — Cholécystostomie.

Le 6 avril 1903 je vois avec mon confrère le Dr Hussenstein un homme de 74 ans, M. H., atteint à n'en pas douter d'obstruction du canal cholédoque, qui en présence des antécédents lithiasiques, nous semble absolument justiciable d'une intervention chirurgicale. Depuis 2 mois, ce malade est ictérique, teint olivâtre, conjonctives jaunes, prurit intense, dégoût des aliments gras. Les matières fécales sont décolorées, les urines en revanche sont fortement teintées (couleur vin de Porto) et ne contiennent ni sucre ni albumine. Le ventre est souple, je ne trouve pas trace d'ascite ni de tumeur, la pression est douloureuse au niveau du cholédoque. Le foie est gros et déborde les fausses côtes de deux travers de doigt, la vésicule n'est pas perceptible.

Depuis l'âge de 37 ans, notre homme est sujet à des crises de coliques hépatiques, pour lesquelles il a fait d'ailleurs deux séjours à Vichy; il continue cependant, même ces derniers mois, à éprouver de temps en temps des douleurs de la région hépatique, avec irradiation dans l'épaule droite. Il y a deux mois, l'ictère a débuté brusquement, me dit-on, sans exacerbation douloureuse. Le traitement médical a été employé sans succès, le malade a beaucoup maigri, bien qu'il soit encore de très belle apparence.

En sorte que nous nous trouvons en face des symptômes suivants : ictère à marche progressive sans rémissions, décoloration des fèces, coloration des urines, foie gros, vésicule normale (signe de Courvoisier-Terrier), pas de tumeur, pas d'ascite cliniquement appréciable, douleur au niveau du cholédoque, antécédents lithiasiques évidents.

L'obstruction du cholédoque est facile à reconnaître,

mais quelle en est la cause ? Les antécédents lithiasiques si nets et si persistants, la brusquerie du début me font pencher en faveur d'un calcul, mais je reste néamoins impressionné par le teint olivâtre du visage, qui se rencontre plutôt dans les obstructions complètes, absolues, sans rémission, dues aux tumeurs dont le volume ne peut que s'accroître ; par l'âge du malade, bien qu'on rencontre des calculs du cholédoque à toutes les périodes de la vie : 56 ans (Schwartz), 59 ans (Tuffier), 63 ans (Quénu), 69 ans (Schwartz). (Voir Bulletins de la Société de Chirurgie de Paris, 1903).

Au résumé, je diagnostique avec quelques réserves : obstruction du cholédoque par calcul biliaire, et je me propose de pratiquer comme dans l'observation précédente la cholédocotomie qui guérira le malade. Le pronostic est donc satisfaisant. Le cœur et les poumons sont sains.

Le 11 avril 1903, nous pratiquons la laparotomie latérale droite avec l'aide de nos confrères les D[rs] Hussenstein et Le Duigou. Une incision de 10 cm. sur le bord externe du grand droit, partant du rebord des fausses côtes et allant jusqu'au niveau de l'ombilic me conduit rapidement sur le péritoine. Dès l'ouverture de celui-ci, il s'écoule une cuiller environ de liquide ascitique coloré en jaune ; je me méfie déjà d'un néoplasme, et ma crainte ne fait malheureusement que se confirmer en présence de la vésicule biliaire distendue, du volume d'une petite poire, que je n'avais pu apprécier cliniquement. Je protège le péritoine et récline les anses intestinales. L'exploration digitale des voies biliaires me démontre l'absence de toute induration au niveau des canaux hépatique, cystique et cholédoque. L'index introduit dans l'hiatus de Winslow arrive à sentir un ganglion induré du volume d'une petite noisette, derrière la veine porte. Et, plus bas je sens, un peu confusément, une

induration du volume d'une petite noix. Je pense qu'il s'agit d'un cancer de l'ampoule de Vater. Je ferme alors la partie inférieure de l'incision abdominale en laissant un petit drain qui va dans le flanc droit. Puis je fais une cholécystostomie classique. Il sort de la vésicule près d'un verre de bile noire et épaisse. Pour protéger la suture voisine contre le contact de la bile, je la recouvre d'une couche de collodion. Pansement stérilisé.

Si le malade n'avait été aussi âgé, si je n'avais redouté pour cet homme de 74 ans, peu résistant du fait de son cancer, les conséquences d'une opération longue, j'aurais abouché la vésicule dans l'intestin (cholécystentérostomie).

Les suites opératoires furent très simples, et 13 jours après l'opération (le 24 avril) le malade quittait la maison de santé, mais son état n'était aucunement modifié par l'écoulement de la bile au dehors, sauf les premiers jours : même ictère, même décoloration des selles, même coloration des urines, même prurit.

Cependant il reprend doucement sa vie habituelle, se promène dans les rues. Puis, dans le courant du mois d'août se manifeste une tumeur de l'abdomen, en septembre de l'ascite, et le malade succombe le 27 septembre 1903, 6 mois 1/2 après l'intervention chirurgicale, 8 mois 1/2 après le début de l'ictère.

Si nous avons rapproché cette seconde observation de la première, c'est surtout pour montrer combien il est difficile, dans certains cas, de reconnaître cliniquement la cause réelle de l'obstruction du canal cholédoque. Les difficultés de ce diagnostic ont été longuement mises en lumière à la Société de Chirurgie de Paris (séances de mai-juin 1903) à la suite d'un rapport présenté par M. Guinard sur la pre-

mière de nos deux observations. MM. Quénu, Routier, Potherat, Legueu, Reclus, Tuffier, Hartmann ont pris la parole.

M. Guinard affirme que le diagnostic est des plus malaisés, non-seulement au début, mais même au cours de l'opération, alors que la cavité abdominale est largement ouverte. La main sous le foie, on se demande parfois, ajoute-t-il, si l'on a affaire à un cancer ou à la lithiase et même après avoir conclu *de visu* à un cancer, on peut avoir par la suite un démenti du fait de la survie prolongée de l'opéré.

Suivent des exemples probants dus aux chirurgiens précités — et pour la lecture desquels nous renvoyons aux Bulletins de la Société de Chirurgie de Paris, 1903.

ENFONCEMENT DE LA VOUTE DU CRANE

ABLATION PRÉCOCE D'UNE LARGE ESQUILLE

ACCIDENTS ÉLOIGNÉS D'ÉPILEPSIE JACKSONNIENNE ET D'HÉMIPLÉGIE

TRÉPANATION, GUÉRISON

PAR

Mr le Dr P. ARDOUIN,

Ancien Interne des Hôpitaux de Paris.

Le 14 juillet 1902, je suis appelé par un de mes confrères, le Dr Poret, dans les conditions suivantes : M. T., 32 ans, fermier vigoureux, grand et fort, est trouvé sans connaissance le 12 juillet au soir, sous sa voiture, dans une remise. Les circonstances permettent de supposer qu'il a dû recevoir sur la tête un coup de pied de cheval. Le Dr Poret l'examine le même jour et constate une plaie du cuir chevelu un peu en arrière du front à droite ; l'entrebaillement de la plaie permet de voir et de sentir au doigt une fracture du crâne. Lorsque le blessé revient à lui, il éprouve une certaine difficulté à parler et à se mouvoir.

Le lendemain, 13 juillet, l'état du malade s'améliore, et je le vois le surlendemain de l'accident, 14 juillet. A ce moment, le blessé a recouvré toute sa connaissance, il parle très facilement, comprend parfaitement les questions qu'on lui pose, mais ne peut donner aucun renseignement précis sur la nature de son accident ; il n'a plus aucune gêne des mouvements, ni à droite, ni à gauche. Bref, il

n'existe aucun signe fonctionnel de fracture du crâne ou de compression cérébrale.

Sur le côté droit de la tête se trouve une plaie transversale, parallèle au front et à 6 cm. environ en arrière de lui, longue de 6 à 7 cm., venant aboutir en dedans de la ligne médiane, absolument rectiligne, et dont les bords sont déjà en voie de réunion.

Après un nettoyage soigné, je décolle doucement les lèvres de la plaie et, avec l'index, je sens nettement la surface du crâne brisée, tranchante, et, immédiatement en arrière, un brusque ressaut, un enfoncement qu'il s'agit de redresser, bien qu'il n'y ait actuellement aucun symptôme fonctionnel.

Sous le chloroforme, avec l'aide des Drs Poret et Le Duigou, j'agrandis la plaie afin de la rendre demi-circulaire, et à récliner facilement la peau en arrière. Je tombe sur une large esquille qui a glissé entre le frontal et la dure-mère, et je suis obligé, pour la soulever et l'extraire de réséquer une petite partie du frontal à la gouge et au maillet. La fracture est nette sans aucune fissure de voisinage. L'esquille principale est ovalaire, de la grandeur d'une pièce de 5 francs en argent ; elle comprend dans son épaisseur les deux tables de l'os. Je trouve encore trois autres petites esquilles détachées, la grande seule adhère à la dure-mère par une grosse veine qui donne un peu de sang après l'ablation. Je laisse à ce niveau une petite mèche de gaze stérilisée qui servira à une compression légère et au drainage, et je ferme le reste de la plaie cutanée par dessus la brèche osseuse, le péricrâne directement en contact avec la dure-mère. Réunion par première intention.

Je n'ai pas cru devoir ponctionner ou inciser la dure-mère parce que son aspect extérieur n'indiquait aucune lésion, et surtout parce que le malade n'accusait aucun trouble de compression cérébrale.

Les suites de l'opération sont aussi simples qu'on peut l'imaginer et le blessé reprend rapidement toutes ses occupations.

Bien qu'on lui ait recommandé une certaine prudence, le malade fait l'ouverture de la chasse comme il en avait l'habitude; mais le 28 septembre 1902, c'est-à-dire plus de deux mois après le premier accident, notre homme fait une violente chute en sautant un fossé, sans pouvoir dire si la tête a porté à terre, et rentre chez lui. Dans la nuit suivante se produisent des vomissements dont le malade n'a pas conscience. Le médecin appelé pense alors qu'il s'agit d'une simple indigestion, prescrit un purgatif et ordonne le repos.

Cependant, deux jours plus tard, le malade perd subitement connaissance, est agité de mouvements convulsifs généralisés avec morsure de la langue et écume à la bouche. Plusieurs crises semblables se reproduisent en peu de temps; chacune est précédée de douleurs dans la jambe gauche (côté opposé au traumatisme crânien), remontant dans la cuisse et le bras gauches. Puis le malade perd toute conscience de ce qui lui arrive.

Le 1er octobre, les mouvements convulsifs se localisent au côté gauche du corps (épilepsie jacksonnienne) et 7 ou 8 crises se produisent dans la journée. Le 6 octobre, les crises ont cessé et ont fait place à une légère parésie des deux membres gauches. Le malade exécute assez bien tous les mouvements, mais la force musculaire est notablement diminuée. Le 9 octobre, les membres gauches sont complètement paralysés; la sensibilité persiste.

Le 11 octobre je vois le malade et constate une hémiplégie flasque gauche, sans participation de la face, sans anesthésie à la piqûre, à la chaleur ou au froid. État mental excellent. Le rectum et la vessie fonctionnent bien; la res-

piration est normale, le pouls bat 90 à la minute, la température axillaire est de 37°8. Le blessé n'a plus eu de crise épileptiforme depuis l'apparition de la paralysie. Je vois de plus que la cicatrice de l'intervention précédente (14 juillet) est en parfait état et ne semble pas en cause ; la brèche osseuse, située très en avant des centres rolandiques, paraît diminuée, son bord antérieur est à 10 cm. de l'angle fronto-nasal, sa largeur est de 3 cm. 1/2. La pression ne détermine aucun incident.

Je pense qu'il peut s'agir d'un hématome traumatique au niveau des centres rolandiques, mais bien plus probablement d'une lésion destructive tardive sous la dépendance du coup de pied de cheval du 12 juillet. Je décide de faire la trépanation à cause de l'aggravation progressive, de l'indication précise du signal-symptôme, et de la paralysie qui s'est installée.

Le 11 octobre 1902, je pratique cette opération sous le chloroforme avec l'aide des Drs Poret et Le Duigou, en utilisant les points de repère indiqués par M. Poirier. Incision cutanée à lambeau demi-circulaire unique convexe en haut. J'applique au niveau des centres moteurs, c'est-à-dire notablement en arrière du siège de l'esquille enlevée précédemment (5 cm. 1/2 en arrière du bord postérieur de la brèche osseuse), trois couronnes de trépan. Le pariétal a son épaisseur et sa consistance ordinaires. La dure-mère a conservé l'aspect normal, je l'incise et constate que le cerveau fait immédiatement hernie. J'écarte doucement les lèvres de mon incision dure-mérienne et, à la partie postéro-supérieure de la brèche crânienne, j'aperçois un point où le cerveau est franchement ecchymotique, violacé, dans l'étendue d'un cm. carré environ. Le tissu est ramolli et l'écorce reste adhérente à une compresse stérilisée qui éponge sans effort. Il en résulte à cette place une petite dépres-

sion cupuliforme. Tout autour les circonvolutions semblent saines. Le petit foyer de ramollissement cortical ayant été découvert et très prudemment nettoyé, je m'arrête et referme la dure-mère à l'aide de cat-gutt, sauf au niveau de ce point. Je laisse une mèche de gaze stérilisée qui va jusqu'aux abords du tissu malade et suture rapidement la peau. Pansement stérilisé, légèrement compressif.

Au réveil, l'opéré ne remue pas plus ses membres gauches qu'avant l'opération.

Les suites opératoires ne présentèrent, au point de vue local, aucun incident. Pas d'écoulement appréciable de liquide céphalo-rachidien.

Au point de vue de l'hémiplégie gauche, nous recevions le 24 octobre, c'est-à-dire 9 jours après l'opération, une lettre du médecin traitant nous annonçant que la paralysie tend à disparaître, que la contraction du quadriceps est très appréciable, que l'opéré fait quelques mouvements du membre inférieur gauche.

Le 3 décembre (50 jours après l'intervention), l'hémiplégie tend de plus en plus à disparaître; le malade, sans avoir suivi aucun traitement médical, remue maintenant très bien le bras et la jambe. Il commence à rester assis dans son lit; seulement il est survenu de temps en temps des crises épileptiformes intéressant le bras et la jambe gauches; le blessé ne perd pas connaissance au moment de ces crises; elles se traduisent par des mouvements saccadés de 3 à 5 minutes de durée environ, et semblent s'espacer de plus en plus.

Fin décembre et janvier 1903, fièvre typhoïde qui retarde les progrès de la guérison.

Je reçois des nouvelles le 4 mars 1903. Notre homme marche avec un peu d'aide depuis trois semaines, et depuis ce temps au moins, n'a plus de crises jacksonniennes, il se sert bien aussi de son bras gauche malade.

Le 17 août, lettre du médecin traitant, le Dr Poret.

Le malade marche très bien maintenant et a repris la plus grande partie de ses occupations. Cependant, d'après les renseignements fournis par les parents, il a dû se produire environ chaque mois de petites secousses très courtes du côté gauche, que le médecin n'a pu contrôler. A part cela, l'état est parfait.

Décembre 1903. Lettre du Dr Poret. L'état est resté satisfaisant.

Avril 1904. Etat satisfaisant.

En résumé : *Enfoncement de la voûte du crâne; ablation précoce d'une large esquille. Accidents tardifs d'épilepsie jacksonnienne, puis d'hémiplégie.*

La conduite à tenir en présence d'un enfoncement de la boîte crânienne avec plaie est simple et connue : agrandir la plaie, s'il est nécessaire, après un nettoyage soigné; redresser les esquilles, ou les enlever si leur vitalité est compromise. Mais, en tout cas, agir vite et ne pas laisser à l'infection le temps de s'installer, car alors on n'en deviendrait que difficilement maître, et l'abcès cérébral ultérieur serait presque inévitable. Agir, car si le cerveau supporte souvent assez bien une compression lentement progresive (par une tumeur du crâne par exemple), il est toujours péniblement impressionné par une compression brusque traumatique, dès que celle-ci acquiert quelque intensité (Broca, Gérard-Marchand).

Les accidents tardifs, épilepsie jacksonnienne et hémiplégie, peuvent-ils être rattachés à la chute que notre malade a faite le 28 septembre et à partir de laquelle ils ont débuté ? Ou bien cette chute n'a-t-elle été que le premier phénomène résultant du foyer de ramollissement que nous avons découvert ? La chute a-t-elle été cause ou effet ? Cette

plaque de ramollissement pourrait fort bien être consécutive au premier traumatisme (juillet). C'est l'hypothèse la plus plausible.

Nous savons cependant qu'un foyer de ramollissement cortical peut se constituer très rapidement par obstructions vasculaires à la suite ou non d'un traumatisme et chez les artério-scléreux. De plus, chez notre malade, le ramollissement, d'après l'aspect décrit dans le cours de l'observation, peut être considéré comme le premier stade de la lésion, ramollissement rouge, qu'on observe rarement en clinique, dont nous devons surtout la connaissance à la pathologie expérimentale (Grasset). Il est donc difficile d'être affirmatif.

En revanche, les faits cliniques nous apprennent que les accidents tertiaires consécutifs aux traumatismes, épilepsie jacksonnienne, hémiplégie, peuvent survenir sans cause extérieure apparente après une période de silence durant des années.

En nous basant sur l'analyse des symptômes observés, pouvions-nous prévoir une lésion corticale destructive? Oui.

En effet, Seguin (voir A. Broca, *Précis de chirurgie cérébrale*) a pu établir le schéma suivant vérifié bien des fois, qui nous éclaire sur le siège du mal.

1° Avec une *lésion corticale* ou *épicorticale* on note : spasmes cloniques localisés, *attaques épileptiformes débutant par des* **convulsions localisées suivies de paralysie,** douleurs locales et sensibilité à la pression, température locale plus élevée.

2° Avec une *lésion sous-corticale :* **paralysie locale ou de la moitié du corps suivie de convulsions,** prédominance des convulsions toniques, peu de céphalalgie, peu de sensibilité à la pression, température locale normale.

Et au point de vue de la nature du mal, Charcot et Pitres arrivent à ces deux conclusions :

1° Quand le malade présente **dans l'intervalle des accès convulsifs une paralysie permanente,** à type monoplégique ou hémiplégique, on doit en conclure qu'il existe une **lésion destructive** plus ou moins limitée mais siégeant sur l'aire de la *zone motrice corticale.*

2° Quand, dans l'intervalle de ses accès, le malade atteint de convulsions épileptiformes ne présente **aucune espèce de phénomènes paralytiques permanents,** c'est que la lésion est tout à fait superficielle, ou bien siège au voisinage de la zone motrice et **n'a détruit aucun point des circonvolutions ascendantes.**

Le diagnostic le plus probable était donc ainsi posé : lésion destructive de l'écorce cérébrale au niveau des centres rolandiques supérieurs. Une certitude absolue est à peu près impossible. Pour le chirurgien, ce qui doit être retenu (Broca), c'est que l'épilepsie jacksonnienne est presque toujours un symptôme valable de lésion corticale. Les observations contraires sont rares, et encore la lésion était-elle presque constamment assez superficielle pour être opératoirement accessible.

Le professeur Dieulafoy (Académie de Médecine, 1902) a exagéré en considérant les cas de cette catégorie comme une « grave atteinte à la doctrine des localisations cérébrales » ; l'épilepsie est un symptôme irritatif, indirect par conséquent ; nous devons savoir qu'il n'a pas, comme la paralysie, une valeur localisatrice absolue. Il y a quelques années et récemment encore dans diverses publications, M. Lucas-Championnière a insisté sur la fréquence relative des cas où, malgré la netteté d'une épilepsie jacksonnienne, l'exploration chirurgicale reste infructueuse.

La physiologie a montré que l'excitation localisée à un point de l'écorce cérébrale peut provoquer des convulsions généralisées. C'est une question de degré. Horsley et Beevor ont bien fait voir qu'à l'excitation minima correspond un mouvement très bien localisé. Si l'excitation devient plus forte, les mouvements s'étendent, des convulsions, d'abord limitées puis généralisées, se produisent.

Aussi le chirurgien doit-il rechercher avec soin si l'attaque d'épilepsie commence chaque fois par le même membre ou segment de membre. Cette constance du début, **signal-symptôme** de Horsley et Seguin, le guidera dans son intervention opératoire : c'est au centre moteur du membre le premier mis en mouvement qu'il devra s'adresser.

Ce **signal-symptôme** bien net chez notre malade (début régulier par la jambe gauche) et l'hémiplégie qui a suivi ne laissaient place à aucun doute sur le siège du mal et partant sur celui de la trépanation à faire.

Il est admis généralement qu'on doit abraser les foyers de ramollissement cérébral ; c'est ce que nous avons fait. C'est de cette façon que Demons a obtenu un aussi remarquable succès. Il est vrai que Jones a vu semblable résultat après avoir simplement incisé puis suturé la dure-mère sur un ramollissement, et que l'excision du ramollissement a été complètement inutile dans le cas de Jeannel.

Quel est donc le rôle de l'intervention opératoire dans la guérison ? Chez notre malade, un point ramolli de l'écorce cérébrale a été enlevé au niveau de la zone rolandique, et le cerveau a été décomprimé par l'incision de la dure-mère. Nous voyons en effet, dans l'observation relatée plus haut, que le cerveau eut immédiatement, à l'ouverture de la dure-mère, tendance à faire hernie. Il est possible que la décompression ait fait autant pour sa guérison que le nettoyage du foyer ramolli. On est tenté, dit Broca *(Précis de chirur-*

gie cérébrale, 1903), de se demander comment agit l'excision : chez son malade, Jones n'a pas fait l'excision du ramollissement et le résultat a été bon ; mais l'excision, de son côté, a fourni à Jeannel un échec, à Demons un succès ; l'explication de ce succès demeure obscure (comme le cas de Jones d'ailleurs) mais les faits restent.

La lecture de notre observation montre très nettement la paralysie succédant aux mouvements convulsifs, et ceux-ci revenant à mesure que disparaît la paralysie ; l'irritation des centres nerveux précède leur destruction et, à mesure que se fait la réparation, l'irritation reparaît jusqu'à complète guérison.

Bien que le temps écoulé depuis l'opération ne soit actuellement que de 20 mois environ, on peut prononcer le mot guérison, puisque notre malade a pu reprendre complètement et normalement ses occupations de fermier.

Mai 1904.

ESSAI

SUR

L'ORIGINE ET LES FONDEMENTS

DE

LA GÉOMÉTRIE

PAR

Mr le Colonel J. SORNEIN.

AVANT-PROPOS.

Toutes nos idées, abstraites ou concrètes, sont des représentations appropriées à notre constitution intellectuelle ; mais, qu'elles procèdent directement du mécanisme de la pensée, ou qu'elles se rapportent au monde contingent, ces représentations ont leur source dans l'exercice de la vie et leur origine dans l'expérience.

Les principes fondamentaux de toutes les sciences n'échappent pas à cette nécessité. La notion même de nombre suppose la vue ou le souvenir de plusieurs objets qui, évoquant une commune idée, s'offrent simultanément à l'esprit. De même les conceptions abstraites qui font l'objet de la Géométrie sont tirées de l'expérience du mouvement.

Sans doute un simple coup d'œil sur des objets immobi-

les semble d'abord suffisant pour donner les notions de surfaces et de lignes ; mais le moindre coup d'œil est déjà un mouvement, et si, poussant plus loin l'analyse, on cherche à se représenter les premières impressions de la vue, on se rend compte aisément que les spectacles qui s'offrirent d'abord à elle étaient des images vagues et confuses qui ne pouvaient laisser aucun souvenir, et que leur variété ne s'est précisée que grâce à la mobilité de leurs diverses parties qui, se déplaçant les unes par rapport aux autres, firent apparaître, dans leur mouvement, les marques mêmes de leur identité ; ainsi fut suggérée l'idée de l'objet distinct, avec sa position dans l'ensemble et sa forme propre ; puis cette idée se développa par la connaissance de la ligne et de la surface lorsque, grâce aux leçons de la vue aidée au début de cette éducation par le contrôle du toucher, notre pensée se fut accoutumée à se déplacer rapidement d'un point à l'autre de l'objet immobile, de manière à en déterminer les limites et à en effectuer en quelque sorte une intégration inconsciente, que l'habitude rendit presque instantanée.

Ainsi l'idée de mouvement a dû précéder et déterminer les notions de contours et de formes. Sans elle, la notion de la distance demeurerait inexplicable ; les points seraient disséminés sans aucune liaison dans un espace vide de sens : bien plus, nous ne pourrions pas même concevoir le point géométrique, puisque nous ne savons le définir autrement qu'en le considérant comme la limite d'un objet dont on réduirait indéfiniment l'étendue dans tous les sens ; or, cette conception suppose déjà l'idée de dimensions, idée essentiellement expérimentale, relative à l'être humain et subordonnée à la notion de mouvement, puisqu'elle nécessite

cette expérience, cet acte, ce déplacement, en quoi consiste la mesure.

Donc toute représentation géométrique nous paraît admettre à son origine l'idée de mouvement, et, sans partager entièrement l'opinion de M. C. de Freycinet[1], qui estime nécessaire de baser la science de l'étendue sur un faisceau de six lois naturelles, nous devons reconnaître avec lui que toutes les conceptions concernant l'espace et la mesure ont été suggérées par l'observation du monde physique, sans en excepter celles qui prétendent s'en affranchir.

Mais, bien que les données de la Géométrie aient ainsi leurs principes dans l'expérience, ces principes étant appliqués à des abstractions, la Géométrie elle-même constitue une science abstraite, qui procède par déduction et dont tous les développements doivent être implicitement contenus dans un petit nombre de définitions ou d'axiomes. On peut même penser, avec M. Poincaré, qu'il est expédient, si l'on y trouve quelque avantage pour l'analyse ou la synthèse, de considérer les axiomes comme de simples « définitions déguisées » et de partir de ces données conventionnelles pour construire tout l'édifice par les seules ressources de la logique mathématique.

Aussi est-ce un sujet d'étonnement bien légitime et une sérieuse difficulté pour le débutant, comme pour tout esprit soucieux de comprendre, de rencontrer, au seuil de ce monument de pure abstraction, des images vagues et incomplètes, telles que les définitions actuellement admises pour la droite et le plan, ou même équivoques comme celles de l'angle « figure formée par deux demi-droites

[1] *De l'Expérience en Géométrie* (Gauthier-Villars, 1903).

issues d'un même point », en sorte que l'angle devrait augmenter quand on agrandit la figure, ce qui est précisément contraire à la véritable conception qu'on en doit avoir.

J'ai cherché, dans le présent essai, à préciser ces définitions et à les déduire rigoureusement des hypothèses fondamentales ou axiomes nécessaires à l'établissement de la Géométrie usuelle.

Je me propose en effet de parcourir dans des études ultérieures tous les groupes de la Géométrie, d'analyser les nouvelles méthodes inaugurées par Descartes, Chasles et von Staudt, et de discuter les spéculations de la Métagéométrie basées sur les travaux de Lobatschewsky, Riemann, Cayley et Klein, pour ne citer que les plus saillants. Mais en vue d'éclairer la discussion, il m'a paru nécessaire d'établir d'abord un criterium indiscutable, ou du moins plus exclusivement scientifique que celui dont M. Bertrand A. W. Russell a étayé la remarquable critique philosophique récemment parue sous le titre d'*Essai sur les fondements de la Géométrie*. C'est à quoi je me suis appliqué dans ce premier mémoire.

Je ne prétends pas que mon modeste effort suffise à lever tous les doutes, et je m'estimerais satisfait si cette étude pouvait, en quelque mesure, éviter à d'autres les difficultés qui m'ont longtemps égaré.

Cherbourg, 1er octobre 1903.

SOMMAIRE.

L'ESPACE EUCLIDIEN.

Notions fondamentales de la Géométrie usuelle rapportées à l'idée de mouvement. — Le Point mobile et les Lieux géométriques. — Relations de position et d'étendue. — La Forme et la Mesure.

Le fondement de la Géométrie usuelle est dans l'idée de mouvement que nous suggère l'expérience.

Le mouvement se manifeste à nos yeux par le déplacement des corps matériels, dont la connaissance est du domaine des Sciences physiques et mécaniques. C'est par une abstraction de notre esprit que nous appliquons cette idée au point géométrique, dernier terme où aboutit l'analyse de toute géométrie, élément nécessaire que l'on conçoit comme limite d'un objet de dimensions évanouissantes, et qui ne comporte pas d'autre définition.

Si l'on considère les points, les droites, les plans, etc., comme autant d'êtres [1] distincts et indépendants par leur origine, leurs groupements ne donnent lieu qu'à des considérations et à des combinaisons algébriques, et le nombre des axiomes nécessaires pour les rattacher les uns aux autres et créer entre eux des liaisons arbitraires est plus ou moins grand, suivant qu'on se rapproche des définitions de la Géométrie euclidienne ou que l'on demeure dans le domaine de l'abstraction, en dehors de toute hypothèse sur le mouvement ou sur l'espace.

Je me propose, dans cette étude, de dégager méthodiquement les conséquences que l'on peut tirer des principes

[1] Êtres abstraits, idéaux, purs concepts de l'esprit.

du mouvement défini par la variation continue et illimitée de la distance, et de montrer comment ces principes engendrent les notions de la droite, de la sphère et du plan, avec toutes les propriétés que leur attribue la Géométrie usuelle.

A cet effet, je poserai d'abord les axiomes généraux nécessaires pour préciser la représentation du mouvement d'un point et je formulerai les principes qui servent de base aux mesures des continuités géométriques ; j'établirai les conditions particulières auxquelles doit être assujetti le point mobile pour décrire la droite, la sphère et le plan, qui seront ainsi définis comme lieux géométriques et comme continuités diversement étendues ; je montrerai que la circonférence peut être définie sans invoquer la notion du plan et doit au contraire servir à établir cette dernière, et que non-seulement la mesure du triangle sphérique est indépendante du parallélisme, mais que l'on peut l'énoncer avant même d'avoir défini la surface plane ; enfin, je m'efforcerai de mettre en lumière le rôle que joue dans la définition du plan le postulatum d'Euclide ou toute autre forme équivalente du principe de similitude, dont l'importance et la nécessité n'apparaissent pas avec évidence dans les traités de Géométrie usuelle.

La présente étude est divisée en quatre titres :

Titre I[er]. — *Les Axiomes fondamentaux. — La Ligne droite.*

Titre II. — *Déplacements coniques. — La Sphère. — La Circonférence. — Rotation autour d'un axe.*

Titre III. — *Le Plan. — Déplacements par translation. — L'Angle et le Parallélisme.*

Titre IV. — *La Mesure et les Dimensions de l'espace géométrique.*

TITRE PREMIER.

LES AXIOMES FONDAMENTAUX. — LA LIGNE DROITE.

Définitions. — Espace géométrique. — Continuité. — Ligne. — Forme et longueur.

L'espace géométrique est le lieu de toutes les positions que peut occuper un point qui se déplace, ou, en d'autres termes, le milieu libre ou nous le faisons mouvoir à notre gré ; il ne représente rien, sinon un cadre conventionnel auquel nous rapportons les déplacements arbitraires du point mobile. Définir l'espace, c'est donc définir les conditions générales et essentielles du déplacement d'un point.

Axiome I (de continuité). — Nous admettrons d'abord que le point géométrique se déplace dans son milieu idéal, d'un mouvement continu, comme un être contingent et matériel.

L'espace géométrique est donc un milieu continu, en ce sens que tout point A peut y être amené à se confondre avec un autre point quelconque B, par une continuité ininterrompue de positions successives à laquelle on donne le nom de *trajectoire* ou *ligne*, et qui se manifeste sous deux modes différents, spécifiés par les deux notions de *forme* et de *longueur*.

On conçoit en effet que la représentation simultanée des positions occupées successivement par un point mobile détermine un tracé continu dont la forme caractérise le déplacement du point, et le figure à nos yeux ; mais on conçoit en même temps que le long de cette ligne se développe une

étendue qui mesure le chemin parcouru indépendamment des sinuosités de la trajectoire, en sorte que sur une même ligne un point peut parcourir des chemins de longueur différente et que sur deux lignes différentes un point peut faire des trajets d'égale longueur.

Cette notion de longueur a son principe dans l'expérience ; elle est intimement liée à la conscience que nous avons de l'effort nécessaire pour changer de position et de la dépense d'énergie qui mesure un déplacement déterminé. Aussi ne suffit-il pas que l'on ait mis des indications kilométriques le long d'une route, pour qu'un observateur qui en prend connaissance se rende compte de l'éloignement des localités voisines ; il faut encore que cet observateur, capable de marcher et conscient de son effort, ait parcouru souvent et au moins une fois l'intervalle entre deux bornes consécutives, pour avoir une idée de la mesure conventionnelle qu'elles définissent et du chemin qu'il aura à parcourir par la répétition de ses propres pas lorsqu'il voudra se rendre aux lieux désignés ; de même les points que nous imaginons pour figurer la continuité ne sont que des jalons dont l'intervalle demeurerait pour nous un abîme mystérieux, quelque multiplication de ces repères que l'on imagine pour le combler, si nous ne faisions une convention pour représenter cet intervalle à notre esprit et lui donner une *mesure*.

Ainsi sur la ligne dont nous avons jalonné la forme, il ne peut y avoir longueur que si nous faisons la convention d'un élément de déplacement linéaire susceptible d'être reporté sans modification sur tout le parcours à mesurer, et capable de le reproduire entièrement par sa seule répétition.

Nous verrons qu'en effet l'unité adoptée pour la mesure des longueurs est une ligne de forme particulière dont l'élément est précisément la limite commune vers laquelle

tendent tous les arcs divisés à l'infini, en sorte que cet élément peut être considéré comme le type du *déplacement élémentaire* du point mobile.

D'autre part cette faculté de déplacement que nous attribuons au point géométrique étant empruntée à l'expérience du mouvement des corps matériels, il était naturel d'admettre que le déplacement élémentaire dût, conformément au principe de moindre action, se produire suivant la ligne de plus court chemin dont la forme invariable s'imposait au géomètre comme la plus simple qu'il pût concevoir.

Qu'est-ce que cette ligne de plus court chemin?

Axiomes de distance et d'étendue illimitée. — Congruence et coïncidence. — Axiomes de mesure.

Axiome II (de distance). — Nous avons déjà fait une hypothèse sur l'espace, celle de la continuité. Il est nécessaire pour caractériser le mouvement d'un point, de préciser le milieu géométrique par la notion fondamentale de la *distance*.

En effet, parmi toutes les lignes qui figurent le déplacement continu d'un point à un autre, nous ne saurions en concevoir une qui soit la plus grande possible, puisqu'il nous est toujours permis de l'allonger, en remplaçant un trajet quelconque entre deux points par un cheminement obtenu en reportant à partir du premier point, dans une direction quelconque, ce même trajet bout à bout, autant de fois que nous le voudrons avant de refermer la continuité sur le deuxième point.

Donc, pas de maximum nécessaire pour la longueur du déplacement possible entre deux points fiixes et déterminés ; mais il n'en est pas de même quand nous cherchons à

les relier par une ligne plus courte qu'une longueur donnée. Les deux points étant déterminés et distincts, il y a une limite minima à la longueur des divers chemins que l'on peut suivre pour aller de l'un à l'autre. C'est une conséquence nécessaire du principe de continuité.

La Géométrie usuelle est basée sur l'hypothèse d'une *ligne de plus court chemin unique entre deux points* distincts et déterminés A et B. La longueur de cette ligne est la *distance* entre les points A et B. C'est une relation mutuelle qui dépend de la position relative des deux points et qui la définit, mais qui est indépendante du lieu ou du site et demeure invariable de forme et de grandeur dans les déplacements du système constitué par les deux points.

La distance d'un point mobile à un point fixe peut décroître indéfiniment, tendre vers zéro et s'annuler. Nous spécifierons à l'axiome IV, ce qu'il convient d'admettre au sujet du déplacement élémentaire du point.

Axiome III (d'étendue illimitée). — D'autre part, la distance peut croître *au-delà de toute longueur désignée.* Le déplacement du point n'a donc d'autres bornes que celles qui pourraient résulter de la contradiction avec les conditions arbitraires que nous lui imposerons nous-mêmes pour l'étude des diverses formes du mouvement. Cet axiome ajoute à la notion de l'espace géométrique l'idée d'une étendue illimitée. Il est permis de douter qu'aucune conception puisse être plus générale. On l'exprime sous une autre forme en disant que la distance peut varier de zéro à l'infini (de 0 à ∞) Mais nous préciserons ce symbole conventionnel (∞) quand nous aurons à étudier les propriétés du plan *euclidien* et à définir le *parallélisme.*

Congruence et coïncidence. — On se rendra compte

dans la suite comment la notion de distance permet de définir à la fois la longueur et la forme : la longueur si l'on totalise les distances élémentaires suivant une même ligne, et la forme si l'on considère les distances à des points fixes des diverses positions successives du point mobile.

On conçoit déjà que la variation de ces distances puisse définir la forme des figures géométriques, puisque cette loi détermine les positions relatives, les groupements des points et par conséquent les figures qu'ils forment, ou plus simplement parce que la conformation d'un être géométrique n'est précisément que le résultat de son mode de formation, défini par les déplacements qui l'engendrent. Si donc nous imaginons une méthode qui nous permette de définir complètement et sans équivoque le déplacement du point mobile, nous aurons défini du même coup les lignes, figures et constructions auxquelles ce mouvement donne naissance, en sorte que si nous répétons le même déplacement sur un autre point, nous répéterons nécessairement les mêmes lignes, figures et constructions. Les seconds êtres ne seront que des *reproductions exactes* des premiers, et, si nous supposons les deux mobiles confondus en un même point à l'origine du mouvement, les deux systèmes ainsi engendrés seront confondus identiquement, point par point.

Au contraire, supposons-les séparés et distincts : la propriété qu'ils ont de pouvoir être amenés à se confondre est une relation mutuelle et réciproque que l'on appellera *congruence,* et la situation qu'ils occupent respectivement lorsqu'ils ont été juxtaposés point par point se nommera *coïncidence.*

Les mêmes déplacements engendrent donc des êtres géométriques *congruents.*

Lieux géométriques. — Au lieu de figurer le mouve-

ment continu du point par ses positions successives, on définit souvent l'ensemble des positions qu'il peut occuper, en l'assujettissant à certaines conditions par rapport à un système de points ou à des êtres déjà définis. Ainsi un point peut être assujetti à rester à une distance constante d'un point fixe, ou occuper des positions telles que la somme, ou la différence, ou le rapport de ses distances à deux points fixes soit constant. L'ensemble des *positions possibles* dans les conditions spécifiées s'appelle un *lieu géométrique;* il doit comprendre tous les points qui satisfont aux conditions énoncées et n'en admettre aucun autre. Suivant le nombre des conditions et leur nature, ce lieu peut être représenté par une ligne, une surface ou même une région de l'espace : ainsi, une longueur R étant donnée et OM étant la distance d'un point mobile M à un point fixe O, la condition $OM = R$ définira la surface continue d'une sphère de rayon R, et la condition $OM < R$ représentera tout l'espace compris dans l'intérieur de cette sphère.

Les lieux géométriques déterminés par les mêmes conditions par rapport à deux sytèmes congruents sont congruents. En effet, si j'amène les deux systèmes en coïncidence, tout point du premier lieu satisfait aux conditions énoncées par rapport au deuxième système comme par rapport au premier et coïncide avec un point du deuxième lieu, et inversement.

C'est sans doute ce qu'il convient d'entendre quand on dit que l'espace géométrique est un milieu *isotrope.*

Axiome IV (de mesure). — Nous n'avons défini jusqu'ici que la charpente de notre édifice et tout au plus sa figure et sa forme ; nous pouvons par des relations de distances fixer les jalons qui doivent guider et limiter nos déplacements ; mais il nous reste à évaluer en quantité les

grandeurs continues auxquelles ces déplacements donneront naissance. La mesure de ces continuités est basée sur les principes suivants :

1° En général, c'est-à-dire à moins de convention contraire, le déplacement élémentaire d'un point est supposé se produire suivant la ligne de plus court chemin, en sorte que sur une courbe quelconque, dont on divise un arc en parties de plus en plus petites, la longueur de l'élément linéaire tend à se confondre à la limite avec la distance entre ses deux extrémités.

2° Toute étendue géométrique développée par le déplacement continu d'un être (point ou étendue) antérieurement défini est la somme des étendues développées par les déplacements partiels et successifs, suivant lesquels peut se décomposer le déplacement total. Sa mesure est la somme des mesures partielles.

Le déplacement du point engendre la continuité *ligne* et développe l'étendue *longueur ;* nous verrons de même le déplacement de la ligne engendrer la continuité de 2e espèce *surface* et développer une étendue appelée *aire* ou *superficie,* et le déplacement de la surface donner lieu à la continuité de 3e espèce *corps* ou *solide géométrique* dont l'étendue est nommée *volume*.

3° Les mêmes déplacements appliqués à des êtres congruents, engendrent des continuités de même étendue dans tous les points de l'espace. Deux lieux géométriques congruents par définition ont des étendues égales indépendamment de leur position relative.

4° Deux continuités peuvent être égales en étendue sans être congruentes, lorsqu'elles sont composées des mêmes sommes d'éléments égaux, mais diversement disposés. On dit alors qu'elles sont *équivalentes*.

Les axiomes IV formulent les conditions mêmes de toute mesure géométrique, c'est-à-dire, à proprement parler, de toute *géométrie* [1].

Si le déplacement demeure constamment le même, c'est-à-dire s'il peut se décomposer en éléments identiques aussi petits que l'on voudra, toutes les étendues successives qu'il engendre sont comparables, et mesurables par rapport à l'une quelconque d'entr'elles prise pour terme de comparaison ou pour unité de mesure. La quantité d'étendue sera représentée par le nombre qui indique combien de fois l'unité doit être déplacée pour couvrir tout l'ensemble sans répétition, c'est-à-dire sans reproduire deux fois une même partie.

Le 3e énoncé ne fait que compléter, en la précisant, la notion de congruence ; il définit l'espace comme un milieu *homogène,* dans lequel les mêmes déplacements engendrent en tous les points les mêmes grandeurs, égales en valeur asbolue ; il spécifie que les continuités géométriques sont toujours indépendantes du site, non-seulement comme forme, mais aussi comme étendue. Cette conception est basée sur l'expérience [2], qui nous permet d'en vérifier l'exactitude sur les continuités fermées représentées par des objets que leur construction même définit comme lieux géométriques ; mais nous l'étendrons jusqu'au cas où l'expérience ne peut plus nous venir en aide pour vérifier le bien fondé de nos hypothèses, c'est-à-dire au cas des continuités d'é-

[1] Au sens étymologique du mot (γεω-μετρια).

[2] Sans doute l'expérience pourrait nous induire en erreur, si, comme l'être pensant imaginé par M. Poincaré pour le monde Lobatschewskien, l'homme et les êtres contingents étaient variables dans toutes leurs dimensions d'après leur position dans leur milieu propre. Mais puisque notre espace géométrique est à notre convenance, nous pourrons le supposer exempt de cette singularité incommode.

tendue illimitée que suppose l'axiome III. Cette extension à l'infini de la notion de congruence n'est évidemment qu'une pure convention sans représentation contingente, mais cette abstraction est possible si l'on n'établit pas de contradiction entre les deux termes *étendue illimitée* et *étendue définie* c'est-à-dire à la condition de ne pas attribuer au mot *défini* le sens exclusif d'une *grandeur finie, arrêtée par des contours apparents,* mais le sens bien différent de *grandeur nettement désignée, représentée sans équivoque* [1]. Sous ces réserves, nous pourrons sans contradiction imaginer un symbole qui représente à notre esprit, d'une façon claire et certaine, le rapport entre deux étendues illimitées. Cette convention sera la dernière hypothèse, ou le dernier axiome que nous aurons à formuler pour donner au déplacement du point mobile une définition précise et complète qui *n'admette aucun cas d'indétermination,* et qui sous l'énoncé du postulatum d'Euclide, ou sous toute autre formule, nous permette d'écarter de l'espace géométrique usuel les spéculations qui sortent de son cadre et les abstractions qui ne sont pas de son domaine.

Conséquences des axiomes I, II et IV. — 1° La ligne de plus court chemin entre A et B est la même qu'entre B et A ou plus simplement la distance AB est égale à la distance BA.

Désignons par la notation $d.\ \overline{AB}$ la continuité suivant la ligne de distance et par $l.\ \widetilde{AB}$ celle qui correspond à tout autre cheminement.

$$d.\ \overline{AB} \doteq d.\ \overline{BA} \text{ (axiome de distance).}$$

[1] Une définition complète ne comporte que l'énoncé du genre commun et de la différence propre. Un lieu géométrique est entièrement défini, même sans limites.

Le déplacement élémentaire ayant lieu suivant la ligne de plus court chemin, tous les déplacements élémentaires peuvent être supposés réversibles et alors $l.\,\widetilde{AB} = l.\,\widetilde{BA}$ suivant un cheminement quelconque[1]; donc *toute continuité linéaire a la même longueur dans les deux sens.*

2° Pour tout point M intermédiaire entre A et B sur la ligne de distance, les éléments AM et BM de cette ligne sont aussi des segments minima ou des lignes de distance entre M et A d'une part, comme entre M et B d'autre part.

En effet si $l.\,\widetilde{AM}$ diffère de $d.\,\overline{AM}$, on pourra trouver un autre cheminement plus court, qui constituera avec $l.\,\widetilde{MB}$ un trajet moindre que $d.\,\overline{AB}$ entre les points A et B, ce qui est contraire à l'hypothèse.

3° Il en résulte que la ligne de distance AB est le lieu géométrique des points M tels que l'on ait :

$$d.\,\overline{AM} + d.\,\overline{MB} = d.\,\overline{AB}$$

en ne considérant pour le moment que les points compris entre A et B.

4° On voit que la distance AM part de zéro pour croître jusqu'à AB d'une manière continue. On peut donc la partager en un nombre quelconque de longueurs égales. Les parties correspondantes de AB sont par suite *égales* et *congruentes,* par cette raison qu'il n'en peut exister qu'une entre deux points de division consécutifs.

Fig. 1.

5° Soient deux points A et B et leur ligne de distance AB. Prenons le milieu M de cette ligne (fig. 1).

[1] Par application à l'axiome IV des principes d'associativité et de commutativité, généralisés par récurrence.

$$d.\ \overline{AM} = d.\ \overline{MB} = \frac{1}{2}\ d.\ \overline{AB}$$

Considérons deux points quelconques C et D dont la distance à M soit égale à $\frac{1}{2}\ d.\ \overline{AB}$

$$d.\ \overline{CD} < d.\ \overline{CM} + d.\ \overline{MD}$$
$$< 2\ d.\ \overline{AM}$$

C et D pourraient être disposés comme A et B en CE, de telle sorte que leur ligne de distance passe en M. L'égalité $d.\ \overline{CE} = 2\ d.\ \overline{MA}$ serait alors satisfaite. Je dis d'ailleurs qu'aucune autre disposition ne peut satisfaire à cette égalité.

En effet, si CM et MD étaient disposés de telle sorte que M fût en dehors de la ligne de distance CD, on aurait $d.\ \overline{CD} = 2\ d.\ \overline{AM} = d.\ \overline{MC} + d.\ \overline{MD}$ et par suite deux cheminements tels que la longueur serait minima, ce qui est contraire à l'axiome de distance.

De la ligne droite, lieu de distances.

Le raisonnement ci-dessus est indépendant de la valeur de $d.\ \overline{MA}$, qui n'est pas limitée. Si donc on donne deux points A et B, et leur distance d, on peut toujours imaginer deux autres points A' et C', tels que leur distance soit double de la première, soit $2\ d$, puis prendre le milieu de la ligne de distance $A'\ C'$, soit B'; ensuite porter sans déformation la ligne de distance $A'\ B'$ sur AB et alors le point C' viendra occuper une position C telle que AC est une ligne de distance passant par B. Donc étant donnés deux points quelconques A et B je puis trouver un point C tel que la ligne de distance AC ait son milieu en

B, puis un point D tel que la ligne de distance $A\,D$ ait son milieu en C, puis un point E tel que le milieu de $d.\ \overline{A\,E}$ soit en D et ainsi de suite indéfiniment.

Tous ces points seront sur une même ligne de distance et les intervalles progressifs $A\,B$, $A\,C$, $A\,D$, $A\,N$ de chaque nouveau point à l'origine A, seront entr'eux comme les termes de la série 1, 2, 4... 2^m.

On peut de même doubler la ligne de distances de l'autre côté de A ; à cet effet, imaginons deux points dont la distance soit double de $A\,N$; traçons leur ligne de distances et prenons-en le milieu ; plaçons ce milieu en A et une extrémité en N. L'autre extrémité nous donnera le point cherché en N'. On pourra ainsi doubler la ligne alternativement dans un sens et dans l'autre et cela indéfiniment, en sorte que les extrémités seront aussi éloignées que l'on voudra de l'origine et que leur distance pourra croître au delà de toute longueur désignée sans que la ligne de distance des points extrêmes cesse de passer par A et B.

On forme ainsi une ligne continue indéfinie qui est entièrement déterminée par les deux points A et B.

Considérons en effet un point sur cette continuité

1° Entre A et B; nous avons déjà vu qu'on a dans ce cas :

$$d.\ \overline{A\,M} + d.\ \overline{M\,B} = d.\ \overline{A\,B}$$

ou

$$d.\ \overline{A\,M} + d.\ \overline{M\,B} + d.\ \overline{B\,A} = 0$$

en comptant les longueurs positivemeut dans le sens $A\,B$, et négativement en sens contraire ;

2° En dehors du segment $A\,B$:

Soit P le point de la série qui le suit immédiatement. $P\,A$ est une ligne de distance qui contient M entre P et A. On aura donc, comme ci-dessus :

$$d.\,\overline{AM} + d.\,\overline{MP} = d.\,\overline{AP}$$

de même $$d.\,\overline{BM} + d.\,\overline{MP} = d.\,\overline{BP}.$$

Retranchons membre à membre :

$$d.\,\overline{AM} - d.\,\overline{BM} = d.\,\overline{AP} - d.\,\overline{BP} = d.\,\overline{AB}$$

et si nous comptons les distances positivement dans un sens et négativement dans l'autre :

$$d.\,\overline{AM} + d.\,\overline{MB} + d.\,\overline{BA} = 0.$$

Cette équation définit entièrement la ligne de distance par rapport à A et B.

Proposition. — *La ligne de distance est déterminée par deux quelconques de ses points.*

Supposons deux autres points a et b sur la ligne de distance AB. Quelle que soit la position du point M, on pourra toujours trouver deux points de la multiplication dans les deux sens de AB, tels que P' et Q, qui comprendront entr'eux les trois points a, b et M.

Quel que soit le groupement de ces trois points, ils occupent trois positions que nous pouvons désigner par α, β et γ suivant leur ordre dans le sens $P'Q$.

Considérons les segments $P'\gamma$ et γQ; ce sont des segments minima, puisque γ est compris entre les extrémités P' et Q de la ligne de distance $P'Q$.

Le segment $P'\gamma$ est donc lui-même une ligne de distance, que la position α partage en deux segments minima $P'\alpha$ et $\alpha\gamma$; on voit de la même manière que $\alpha\gamma$ est aussi une ligne de distance sur laquelle la position β détermine deux segments minima $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$; on a donc entre les trois positions α, β et γ la relation :

$$d.\,\overline{\alpha\beta} + d.\,\overline{\beta\gamma} + d.\,\overline{\gamma\alpha} = 0$$

et par suite entre les trois points a, b et M, quel que soit leur groupement, l'égalité :

$$d.\ \overline{a\,b} + d.\ \overline{b\,M} + d.\ \overline{M\,a} = 0$$

qui définit la ligne de distance $A\,B$ par rapport aux deux points a et b.

Il en résulte que toutes les lignes de distance sont identiques et *congruentes* et que si l'on en transporte une, $A\,B$, de façon que deux quelconques de ses points viennent se confondre avec deux points d'une seconde ligne de distance, $C\,D$, *ces deux lignes coïncident entièrement, si loin qu'on les prolonge.*

On les nomme *lignes droites.*

Conséquences. — La ligne droite est définie par deux points, indépendamment de leur distance. — Deux lignes droites qui ont deux points communs se confondent, aussi loin qu'on les prolonge. — La ligne droite est un lieu de plus court chemin entre deux quelconques de ses points.

Remarques. — *I.* On verra par la suite que la circonférence passant par deux points A et B et dont le rayon croît indéfiniment, se confond à la limite pour toute distance finie de $A\,B$, avec la droite $A\,B$; mais elle ne devient pas le lieu des plus courts chemins entre ses points. Ce lieu est le plan qui contient la droite $A\,B$ et le centre du cercle rejeté à l'infini.

II. Analysis sitûs. — La condition $d.\ \overline{A\,M} + d.\ \overline{B\,M} > d.\ \overline{A\,B}$ est applicable à tous les points de l'espace réel.

La condition $d.\ \overline{A\,M} + d.\ \overline{M\,B} < d.\ \overline{A\,B}$ n'est applicable à aucun point de l'espace réel.

La condition $d.\ \overline{A\,M} + d.\ \overline{M\,B} = d.\ \overline{A\,B}$ définit la ligne droite, quelle que soit la distance $A\,B$.

Dans cette expression, $d.\ \overline{A\,M}$ et $d.\ \overline{M\,B}$ sont comptés positivement dans le sens $A\,B$ et négativement dans le sens contraire.

III. Nous verrons, au Titre III, par quel symbole conventionnel on peut caractériser la ligne droite pour l'assujettir à l'espace géométrique euclidien.

TITRE II.

DÉPLACEMENTS CONIQUES DE LA DROITE. — LA SPHÈRE. — LA CIRCONFÉRENCE. — ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE.

Déplacement d'une droite qui passe par un point fixe.

Définition du secteur conique. — Soit une ligne droite $O\,A\,X$ indéfinie, passant par un point fixe O (fig. 2). Considérons une ligne continue quelconque $A\,A'$ suivant laquelle se déplace un point M, et, à chaque position de ce point, joignons-le au point O par la droite $M\,O$. Puisque toutes les droites sont congruentes, nous pouvons admettre que c'est la droite $A\,O$ elle-même qui s'est déplacée d'une façon continue pour venir en $O\,M\,X'$, en tournant autour de O et en glissant en même temps, soit dans le sens $O\,X$ soit en sens contraire, suivant que la distance $O\,M$ croît ou décroît.

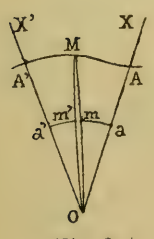


Fig. 2.

Si l'on considère à chaque instant le point de la droite mobile qui reste à une distance constante du point O, ce point décrit un cheminement continu.

En effet, s'il en était autrement, il présenterait au moins une interruption mm', et comme la trajectoire $A\,A'$ est continue, cela exigerait que par un certain point M de $A\,A'$ et par le point O on pût mener deux droites différentes $O\,m\,M$ et $O\,m'\,M$, ce qui serait contraire à l'axiome de distance.

Il en serait de même pour tout autre cheminement suivi par le point M qui entraîne la droite mobile.

Cette continuité engendrée par le déplacement de $O\,X$ constitue une *surface* que l'on appelle, en général, *surface conique*.

Nous verrons plus loin que, dans le cas particulier où le point M parcourt une ligne droite, cette surface conique devient un plan ; mais, pour le moment, adoptons cette désignation de surface conique même pour ce cas spécial, et appelons *secteur conique* la surface illimitée comprise entre deux positions $O\,X$ et $O\,Y$ de la droite mobile (fig. 3).

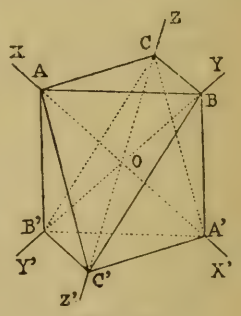


Fig. 3.

Enfin, considérons la portion de cette surface limitée à la droite $A\,B$ et appelons cette portion de surface :

$$\text{Secteur } O\left\{\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}\right.$$

Maintenant, supposons les droites $O\,X$ et $O\,Y$ prolongées de l'autre côté du point O en $O\,X'$ et $O\,Y'$ et considérons les points A' et B' sur ces prolongements.

Nous formerons ainsi un contour fermé $A\,B\,A'\,B'\,A$, composé de quatre lignes droites, et une surface continue constituée par quatre secteurs :

$$O\left\{\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}\right. \quad O\left\{\begin{matrix} B \\ A' \end{matrix}\right. \quad O\left\{\begin{matrix} A' \\ B' \end{matrix}\right. \quad O\left\{\begin{matrix} B' \\ A \end{matrix}\right.$$

D'autre part nous pouvons imaginer une droite $O\,Z$ en

dehors de ces quatre secteurs. Sur cette droite, prenons de part et d'autre de O des longueurs quelconques OC et OC' et joignons C et C' aux sommets A, B, A' et B'. Nous formons ainsi quatre secteurs :

$$C\begin{cases}A\\B\end{cases} \quad C\begin{cases}B\\A'\end{cases} \quad C\begin{cases}A'\\B'\end{cases} \quad C\begin{cases}B'\\A\end{cases}$$

issus de C, et quatre secteurs :

$$C'\begin{cases}A\\B\end{cases} \quad C'\begin{cases}B\\A'\end{cases} \quad C'\begin{cases}A'\\B'\end{cases} \quad C'\begin{cases}B'\\A\end{cases}$$

issus de C', qui constituent huit surfaces continues, se raccordant deux à deux suivant les douze éléments de lignes droites :

$$CA - CB - CA' - CB'$$
$$C'A - C'B - C'A' - C'B'$$
$$AB - BA' - A'B' - B'A$$

c'est-à-dire une enceinte continue à huit faces, qui sépare du reste de l'espace le point O et la région avoisinante, limitée de toutes parts par ces huit surfaces coniques.

La Sphère.

Description de la sphère. — Considérons un point M mobile suivant le périmètre $A\,B\,A'\,B'\,A$, et joignons-le à chaque instant par des lignes droites aux deux sommets C et C'; nous parcourrons ainsi toute la surface de l'enceinte, qui se trouvera refermée lorsque le point M sera revenu à son point de départ.

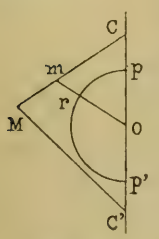


Fig. 4.

En outre, dans chaque position du point M, supposons que l'on joigne le point O à toutes les positions que peut occuper un point mobile m sur CMC', et sur chaque droite Om prenons

un point r à une distance de O égale à une longueur donnée R. Le point r décrira une ligne continue L, pendant que m décrira la ligne brisée CMC'; cette ligne L aboutira à deux points p et p' sur OC et OC'. Faisons déplacer M sur $ABA'B'$; nous aurons pour chaque position de M une nouvelle continuité L' distincte de la première, mais dont tous les points sont à la même distance de O et dont les extrémités sont également en p et p'. Il est facile de montrer qu'un point quelconque de la première ligne L peut être relié à un point quelconque de la deuxième par une infinité de cheminements continus dont les points appartiennent à des lignes intermédiaires entre L et L'. Il suffit de se reporter aux points correspondants de l'enceinte extérieure et de les joindre par des cheminements arbitraires tracés sur les secteurs compris entre ces points, puis de joindre au centre par des lignes droites tous les points de ces cheminements, et enfin de prendre sur chaque droite, à partir du point O, une distance égale à R. Le lieu de toutes les positions du point r sera donc une suite continue de lignes continues L passant par p et p'. Cette continuité constitue donc une surface continue et fermée, dont tous les points sont équidistants du point O.

On pourrait penser que par construction les points p et p' sont des points singuliers de cette surface. Il suffit de remarquer que C et C' étaient arbitraires et que si on prend pour sommets deux points quelconques D et D' d'une autre droite passant par O, la surface décrite par la même méthode coïncidera avec la première, parce que sur une droite passant par O, on ne peut, de part et d'autre de ce point, trouver dans chaque sens qu'une seule position pour laquelle la distance à O soit égale à R. Les sommets de la première surface sont des points quelconques de la seconde, et réciproquement. Ils ne présentent donc aucune particularité.

Les surfaces ainsi définies ont reçu le nom de *sphères*. La distance de chaque point au centre est le *rayon*.

Toutes les sphères de même rayon sont congruentes. Quand la surface de la sphère se déplace d'une manière quelconque, son centre restant fixe, toutes les surfaces correspondant aux diverses positions coïncident avec la première et entre elles. C'est ce que l'on exprime en disant que la surface glisse sur elle-même.

On appelle *diamètre* de la sphère toute droite passant par le centre. La longueur du diamètre entre les points où il traverse la surface, et qu'on nomme ses deux extrémités, est le double du rayon. La ligne droite qui joint deux points de la surface s'appelle *corde. Toute corde est plus petite que le diamètre.* Ceci résulte directement de l'axiome de distance ou de la définition de la ligne droite

$$AB < AO + OB \quad AB < 2R.$$

$AA' = 2R$ représente donc le maximum de la corde.

Remarques. — Un point M pris hors d'une sphère de rayon R peut toujours être joint au centre par une ligne droite qui rencontrera la sphère au point m, tel que $Om = R$. Inversement, en joignant O à chaque point de la sphère par une ligne droite illimitée, on rencontrera tous les points de l'espace. Par suite :

1° *Tout point mobile peut être défini par un point d'une sphère fixe et une distance au centre de cette sphère.*

2° *Tout point de l'espace est sur une sphère de centre O et de rayon égal à la distance du point à ce centre.*

3° *La surface d'une sphère dont le centre est fixe et dont le rayon croît d'une manière continue de O à ∞, rencontrera successivement tous les points de l'espace et,*

à chaque instant, tous ceux dont la distance au centre est égale à la longueur actuelle du rayon.

Proposition. — *La plus courte comme la plus longue distance d'un point à une sphère est suivant le diamètre* (fig. 5).

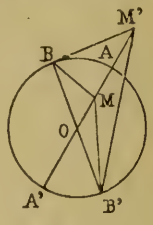


Fig. 5.

1° point à l'intérieur :

$$AM + MO = R = OB$$
$$BO < BM + MO$$
$$AM + MO < BM + MO,$$

d'où $$AM < BM$$

D'autre part, on a : $MB' < MO + OB'$

ou $$MB' < MO + OA'$$
$$MB' < MA'$$

2° point à l'extérieur :

$$MB + BO > MA + AO$$
$$MB > MA$$

D'autre part : $MB' < MO + OB'$ ou $< MO + OA'$

$$MB' < MA'.$$

Corollaire. — *Par un point M pris hors d'une sphère, on peut mener une droite qui ne la rencontre pas.*

Considérons la sphère concentrique à la première et passant par le point M. Menons-lui une corde plus petite que la différence des rayons. Aucun point m de cette droite, à l'intérieur de la grande sphère, ne rencontrera la première, puisque Mm est plus petit que $R - r$, c'est-à-dire plus petit que la plus courte distance du point M à la sphère intérieure.

Quant aux points extérieurs à la grande sphère, ils sont

à plus forte raison en dehors de la petite, leur distance au centre étant supérieure au plus grand rayon.

Analysis situs. — *L'équation $MO = R$ représente tous les points de la surface de la sphère de rayon R.*

La condition $MO > R$ s'applique à tous les points de l'espace extérieur à la sphère.

La condition $MO < R$ s'applique à tout le solide intérieur.

Il est d'usage de définir la circonférence par l'intersection de la sphère et du plan ; mais il m'a paru plus logique de ne parler du plan qu'après avoir dit sur la sphère les choses essentielles.

La Circonférence.

Soient deux points O et O' dont la distance OO' est égale à D.

Considérons une sphère de rayon donné R ayant son centre au point O, et une sphère de rayon variable R' ayant son centre en O'. Tant que R' sera plus petit que $D - R$, il n'y aura aucun point commun aux deux sphères. Quand R' égalera $D - R$, il se produira un point de contact unique (axiome de distance) ; on dit alors que les deux sphères sont *tangentes* en ce point.

Dès que l'on a $R' > D - r$ les deux sphères se coupent suivant une ligne d'intersection nommée *circonférence*, lieu des points dont les distances à O et O' sont respectivement égales à R et à R'. Lorsque $R' = D + R$, la circonférence se réduit de nouveau à un point de contact ; les sphères sont *tangentes intérieurement*.

Pour $R' > D + R$ pas d'intersection. La sphère O est tout entière à l'intérieur de la sphère O'.

Les sphères étant des surfaces continues et fermées, la circonférence, lieu de leurs points communs, est une ligne *continue et fermée.*

Analysis situs. — Quand deux sphères se coupent, elles partagent l'espace en quatre régions U, V, V' et W, définies par un des quatre groupes d'inégalités

$$U\begin{cases} MO > R \\ MO' > R' \end{cases} \quad V'\begin{cases} MO > R \\ MO' < R' \end{cases} \quad V\begin{cases} MO < R \\ MO' > R' \end{cases} \quad W\begin{cases} MO < R \\ MO' < R' \end{cases}$$

Il est évident que ces quatre systèmes de conditions comprennent tous les points de l'espace. Le 1er représente les points extérieurs aux deux sphères ; le 2^{e} et le 3^{e} les points intérieurs à une seule sphère, et le 4^{e} les points communs aux deux solides sphériques, c'est-à-dire intérieurs à la fois aux deux sphères. Les surfaces des sphères sont partagées en quatre calottes définies par

$$S\begin{cases} MO = R \\ MO' > R' \end{cases} \quad s\begin{cases} MO = R \\ MO' < R' \end{cases} \quad S'\begin{cases} MO < R \\ MO' = R' \end{cases} \quad s'\begin{cases} MO > R \\ MO' = R' \end{cases}$$

Déplacement par rotation autour d'un axe fixe.

Faisons déplacer un point M, d'un mouvement continu, sur la circonférence d'intersection de deux sphères dont les centres O et O' sont fixes sur l'axe XY.

Cette circonférence étant une ligne continue et fermée, le point M pourra la parcourir tout entière et reviendra à son point de départ, et comme cette circonférence est le lieu des points dont les distances aux centres des sphères sont respectivement égales aux rayons correspondants, le point M restera toujours à des distances invariables de O et de O'. Ce déplacement du point M s'appelle une *rotation* autour de l'axe XY.

Les droites OM et $O'M$ décrivent, dans cette rotation, des surfaces coniques appelées *cônes de révolution*. La figure OMO' tourne tout entière avec le point M sans déformation. Il en est de même de toute droite qui joint le point M à un point fixe quelconque sur XY. C'est une conséquence de l'axiome de distance. En effet, soient M et M' deux points de la circonférence d'intersection des deux sphères O et O', et soit Q un point quelconque de XY défini par sa distance à l'un des centres. Lorsque l'on amène par rotation le point M en M', MOO' coïncide avec $M'OO'$, Q ne change pas et par suite MQ coïncide avec $M'Q$, ce qui exige l'égalité $MQ = M'Q$ et permet d'énoncer la proposition suivante que l'on invoquera dans la suite :

Proposition I. — *Tout point de la ligne des centres de deux sphères qui se coupent est équidistant de tous les points de la circonférence d'intersection.*

Proposition II. — *La figure formée par trois points A, B, C, dont les distances mutuelles sont invariables, est indéformable.*

Prenons AB pour axe et considérons les sphères S et s qui ont respectivement pour centres A et B et pour rayons AC et BC. Le lieu des points dont les distances à A et B sont respectivement AC et BC est la circonférence d'intersection des sphères S et s. La figure n'est donc possible que si AB est plus petit que $AC + BC$. Admettons qu'il en soit ainsi ; le 3e point C devra se trouver sur la circonférence et toutes ses positions donneront avec A et B des figures congruentes.

Supposons maintenant que l'on ait trois autres points A', B' et C' satisfaisant aux conditions :

$$A'B' = AB \quad A'C' = AC \quad B'C' = BC.$$

Faisons la même construction que ci-dessus avec $A'B'$ pour axe ; le système $A'B'C'$ sera congruent au système ABC, les sphères S' et s' avec leur ligne des centres $A'B'$ pourront être amenées à coïncider avec les sphères S et s et la ligne des centres AB; par conséquent le point C' viendra sur la première circonférence et pourra coïncider avec le point C par rotation, sans déformation autour de AB. C'est ce qu'on exprime en disant que *trois points dont les distances mutuelles sont invariables forment un système rigide et indéformable.*

Proposition III. — *L'intersection d'une droite et d'une sphère ne peut comporter plus de deux points.*

Soit A un point d'intersection d'une droite XY et d'une sphère de centre O et de rayon R. Admettons qu'il puisse y avoir un 2e point d'intersection, comme nous le démontrerons plus loin. La figure AOB est invariable, puisque les trois distances AO, OB et BA sont déterminées. Je puis donc la transporter de manière que le point A vienne en B et le point B en A. Comme $AO = BO$, on pourra ramener le point O à sa position initiale. Supposons maintenant qu'il y ait un 3e point d'intersection C. Il est soit extérieur au segment AB, soit intérieur.

§ 1. — Dans le premier cas, admettons qu'il est au delà de B dans le sens AB. Dans le retournement de la figure, C viendra en D, tel que $AD = BC$, de l'autre côté de A et l'on aura

$$DC = AB + 2BC.$$

Nous pouvons maintenant retourner la figure de façon que D et A permutent, sans que O change de place. Nous ob-

tiendrons ainsi un point E tel que $DE = AC$, en sorte que la distance des points extrêmes E et C sera égale à

$$EC = 2AB + 3BC.$$

En opérant de même par rapport au segment BC, on obtiendra un point F tel que :

$$EF = 4AB + 5BC$$

et ainsi de suite indéfiniment.

Au bout de n opérations, on aurait pour la distance entre les deux points extrêmes :

$$MN = 2^{n-1}(AB + BC) + BC.$$

Les points consécutifs ainsi obtenus sont tous des points de la sphère, puisque par construction

$$FO = DO = CO = BO = AO.$$

On pourrait donc obtenir une corde plus grande que toute longueur donnée, et nous savons que la corde ne peut dépasser le diamètre :

$$\text{corde } MN < MO + ON \quad \text{ou} \quad < 2R.$$

§ 2. — Dans le 2e cas, le point C étant dans l'intérieur du segment AB, commençons le retournement par AC, nous obtiendrons ainsi un point D opposé à B et extérieur à AB, ce qui nous ramènera au cas précédent.

Proposition IV. — *Quand une sphère coupe une droite en deux points A et B, le point de la droite voisin de chaque intersection est à une distance du centre supérieure au rayon d'un côté et inférieure au rayon de l'autre côté de cette intersection.*

En effet soit ε l'accroissement de distance d'un côté de A ; s'il en était de même de l'autre côté, on trouverait dans le voisinage de A deux points, dont la distance au centre serait $R + \varepsilon$. Retournons la figure AOB en BOA.

On aurait en B deux autres points dont la distance au centre serait $R+\varepsilon$. La sphère de centre O et de rayon $R+\varepsilon$ couperait donc la droite en 4 points, ce qui est contraire à la proposition précédente. Les points dont la distance est supérieure au rayon sont en dehors de la sphère par définition. Il en résulte que :

Proposition V. — *La surface de la sphère détermine sur la droite illimitée qu'elle coupe en deux points, trois régions, dont un segment fini, compris entre les deux points d'intersection et situé tout entier à l'intérieur de la sphère, et deux branches illimitées extérieures à la sphère.*

Proposition VI. — *Toute droite, passant par un point intérieur à une sphère, rencontre cette sphère en deux points.*

En effet, le segment intérieur ne peut être plus grand que $2R$.

Proposition VII. — *Deux sphères qui se coupent déterminent sur la droite qui joint leurs centres quatre points d'intersection* α, β, γ, δ, *tels que le premier segment* $\alpha\beta$ *est intérieur à la première sphère, le dernier* $\gamma\delta$ *est intérieur à la 2e sphère et le segment intermédiaire* $\beta\gamma$ *est intérieur à la fois aux deux sphères.*

En effet chaque sphère détermine deux points d'intersection sur la droite qui passe par son centre, soit en tout quatre points d'intersection. Soient α, β, γ et δ les 4 points dans le sens OO', R et R' les deux rayons et d la distance des centres.

On a : $\quad \alpha O = R \quad OO' = d \quad O'\delta = R'$;

par conséquent $\alpha\delta = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta = R + d + R'$.

Si β appartenait à la même sphère O que α, on aurait.

$$\alpha\beta = 2R;$$

mais alors γ et δ appartiendraient toutes les deux à la deuxième sphère, et on aurait de même :

$$\gamma\delta = 2R'.$$

Si petit que soit $\beta\gamma$, comme il est compté dans le même sens, la somme des distances serait plus grande que la somme des diamètres.

$$\alpha\delta = R + d + R' > 2R + 2R'$$

on aurait donc : $d > R + R'$

et les sphères seraient extérieures l'une à l'autre, ce qui est contraire à notre hypothèse.

Si α étant à la première sphère, β et γ étaient à la seconde, celle-ci serait intérieure à celle-là, ce qui est encore contraire à l'hypothèse. Les intersections appartiennent donc alternativement à l'une et à l'autre.

Donc β appartient à la seconde sphère et est intérieur à la première ; de même γ appartient à la première et est intérieur à la seconde. Le segment $\alpha\beta$ est intérieur à la sphère O et extérieur à la sphère O', le segment $\gamma\delta$ intérieur à O' seule et le segment $\beta\gamma$ intérieur à la fois aux deux sphères. Les conditions qui caractérisent ces trois segments sont respectivement :

$$\alpha\beta \begin{cases} MO < R \\ MO' > R' \end{cases} \qquad \beta\gamma \begin{cases} MO < R \\ MO' < R' \end{cases} \qquad \gamma\delta \begin{cases} MO > R \\ MO' < R' \end{cases}$$

Variation de la distance d'un point fixe à un point mobile sur une droite fixe.

Soit une droite fixe XY et un point M en dehors de cette droite. Je dis qu'il est toujours possible de trouver deux points à égale distance de M sur XY, si cette distance n'est pas imposée.

Prenons en effet sur XY un point O quelconque (fig. 6) et de part et d'autre de ce point portons des longueurs $OP = OQ = OM$ puis décrivons la sphère qui a pour centre O et pour rayon OM (notation : sphère $O \rightarrow M$). Elle coupera XY aux deux points P et Q qui seront en général inégalement distants de M. Si l'égalité avait lieu, les points répondraient à l'énoncé et la proposition serait démontrée.

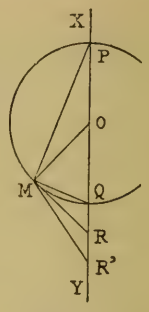


Fig. 6.

Supposons donc $MP > MQ$. Considérons un point R mobile sur XY en dehors de la sphère, du côté Q.

Nous avons démontré que le plus court chemin d'un point à la sphère est suivant le diamètre.

Donc $RQ < MR$. Or RQ peut croître au delà de toute valeur donnée. Par conséquent MR peut être plus grand que MP. D'ailleurs je puis faire varier MR par accroissements aussi petits que l'on voudra ; en effet :

Soit R' un point voisin de R ; on a :

$$RR' > MR' - MR.$$

RR' peut être pris aussi petit qu'on voudra, il en sera de même à fortiori de l'accroissement de MR qui peut être plus petit que toute quantité donnée. La variation de MR est donc continue.

Elle part de $MQ < MP$ et peut devenir plus grande que

toute longueur donnée. Quelle que soit la loi suivant laquelle elle varie, cette variation étant continue, il arrivera nécessairement *au moins une fois* que MR passera par une valeur égale à MP.

Considérons donc un point M quelconque en dehors d'une droite fixe XY sur laquelle nous avons déterminé deux points O et O' équidistants de M (fig. 7). Prenons ces points pour centres de deux sphères de rayon égal $MO = MO'$ passant par le point M. Leur intersection est une circonférence qui passe aussi par le point M. Prenons le milieu ω de OO'. Nous pouvons retourner la droite OO' sur elle-même en entraînant toute la figure, sans que le point M change de position. En effet considérons la sphère $\omega \rightarrow O$ (centre ω, rayon ωO) et la sphère $M \rightarrow O$ (centre M, rayon MO). Leur intersection est une circonférence lieu des points dont les distances à M et à ω sont respectivement égales à OM et à $O\omega$. Le point O' est sur cette circonférence. Je peux prendre cette circonférence pour directrice du point O dans le retournement. Alors $M\omega$ restant fixe, le point O' occupera à chaque instant l'autre extrémité du diamètre de la sphère $\omega \rightarrow O$. Il arrivera donc en O quand O sera en O'. A ce moment les sphères $O \rightarrow M$ et $O' \rightarrow M$ ont pris la place l'une de l'autre et leur circonférence d'intersection s'est retournée sur elle-même et coïncide avec sa première position. Dans ce retournement, tout point Q de l'axe OO' vient occuper une position Q' telle que $\omega Q' = \omega Q$ et que $MQ' = MQ$, en sorte que deux points équidistants de ω sur OO' sont également équidistants de M et par suite de tout point de la circonférence.

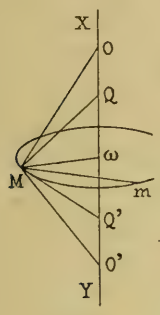


Fig. 7.

Je me propose de démontrer que $M\omega$ est le plus court chemin de M à XY.

Pour rendre notre exposition plus simple et plus claire, nous résoudrons d'abord un petit problème élémentaire *d'analysis sitûs* basé sur le lemme suivant.

Lemme. — *Lorsque deux surfaces continues et fermées enveloppant des espaces V et V' distincts et extérieurs l'un à l'autre ont une partie commune C, on ne peut passer de la région V à la région V' sans sortir de l'ensemble $V + V'$ qu'en traversant la cloison C.*

Soient en effet S et S' les parties distinctes des deux surfaces. S, S' et C partagent l'espace en trois régions. V, V' et le reste U de l'espace. V est séparé de U par S et de V' par C. V' est séparé de U par S' et de V par C. Tout cheminement qui sortira de V sans rencontrer C traversera S et entrera dans la région U, c'est-à-dire quittera l'ensemble $V + V'$.

Problème de position. — Considérons maintenant la circonférence d'intersection de deux sphères O et O'. Joignons à chaque instant à un point fixe M de cette intersection un point mobile qui décrit toute la circonférence. La droite Mm décrira une surface conique C qui formera une cloison continue. Tout point de cette cloison appartient à une corde Mm commune aux deux sphères, c'est-à-dire à la région de l'espace W caractérisée par le couple de conditions :

$$W \begin{cases} MO < R \\ MO' < R' \end{cases}$$

La cloison est donc toute entière dans l'espace W et tous ses points satisfont à la double inégalité ci-dessus. Nous avons vu que la ligne des centres (proposition VII)

traverse cette même région W en allant du point B situé sur la surface S' définie par les conditions :

$$S' \begin{cases} MO < R \\ MO' = R \end{cases}$$

au point γ de la surface S définie par les conditions :

$$S \begin{cases} MO = R \\ MO' < R' \end{cases}$$

Le mobile qui se déplace de B à γ en suivant la ligne des centres devra donc, en vertu du lemme précédent, traverser la cloison continue C qui sépare l'espace W en deux régions distinctes limitées la première par S et C et la deuxième par C et S'.

La perpendiculaire, plus court chemin du point M à la droite X Y.

Revenons à l'étude de la variation de la distance de M à un point mobile sur XY. — Nous savons maintenant que la droite OO' rencontre une corde MM' de la circonférence déterminée par la rotation de M autour de l'axe XY. Soit ω' le point de rencontre. Dans le retournement du système OO' suivant $O'O$ par rotation autour de $M\omega$, le point ω' vient en ω'' et l'on a (fig. 8) :

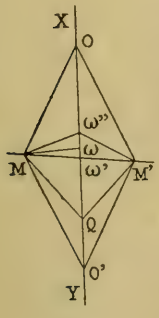


Fig. 8.

$$M\omega'' = M\omega'.$$

Mais, d'autre part, tous les points de la circonférence étant équidistants d'un point quelconque de l'axe OO', on a :

$$M\omega'' = \omega'' M' \quad \text{et aussi :} \quad M\omega' = \omega' M'$$

en sorte que la ligne brisée $M\omega'' M'$ serait égale à la ligne

droite MM', ce qui est contraire à l'axiome de distance, à moins que $\omega''\omega'$ ne soit nul, c'est-à-dire que ω'' et ω' se confondent avec ω, et que par conséquent MM' passe par le milieu ω de OO'.

D'ailleurs, pour tout point Q de l'axe, on a :

$$MQ + QM' > MM'$$

ce qui signifie que $M\omega$ est le plus court chemin de la circonférence à l'axe.

La droite $M\omega$ est dite *perpendiculaire* ou *normale* à XY. Les autres droites MQ sont dites *obliques*. On voit que *deux obliques également écartées du pied de la perpendiculaire sont égales.*

Il est aisé de voir que les obliques vont en croissant à mesure qu'elles s'éloignent du pied de la perpendiculaire.

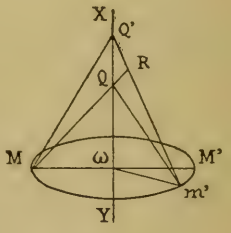


Fig. 9.

En effet, soient Q et Q' deux points sur l'axe, du même côté de ω, et tels que $\omega Q' > \omega Q$ (fig. 9). Considérons un point m' mobile sur la circonférence MM' et joignons-le à chaque instant à Q'. Nous décrirons une surface conique continue qui sera rencontrée par MQ quelque part en R suivant la génératrice $m'RQ'$, et on aura :

$$MQ' + Q'R > MR$$

ou

$$MQ' + Q'R > MQ + RQ.$$

D'autre part :

$$m'R + RQ > Qm'.$$

Ajoutons les deux dernières inégalités membre à membre ; il vient :

$$MQ' + Q'R + Rm' > Qm' + MQ$$

ou

$$MQ' + Q'm' > MQ + Qm'.$$

Mais M *et* m' étant sur la même circonférence, dont l'axe passe par Q et Q' on a :

$$MQ = Qm' \quad \text{et} \quad MQ' = Q'm'.$$

Donc $2MQ' > 2MQ$ ou $MQ' > MQ$.

D'ailleurs $MQ' - MQ < QQ'$, c'est-à-dire que l'accroissement est aussi petit que l'on voudra.

Réciproquement, XY est perpendiculaire sur $M\omega$. — En effet, M et M' peuvent être pris pour centres de deux sphères se coupant suivant une circonférence qui passe par O et O' et qui a pour axe MM', dont le milieu ω sera de même le pied de la perpendiculaire abaissée de O sur MM' (fig. 10).

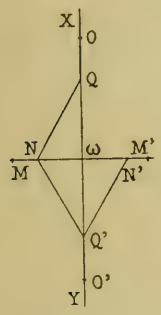


Fig. 10.

On peut l'établir aussi comme conséquence. En effet, soit $M\omega$ perpendiculaire à OO'. Faisons tourner $M\omega$ autour de OO', jusqu'à ce que M vienne en M'; à ce moment tous les points de $M\omega$ s'appliquent sur ceux de $M'\omega$ et l'on a : $QN = QN'$ en même temps que $\omega N = \omega N'$ et $QNQ' > QQ'$ d'où $NQ > Q\omega$ c'est-à-dire que $Q\omega$ est perpendiculaire sur MM'.

Cette propriété est donc réciproque.

Le point M ayant été pris arbitrairement en dehors de XY, on peut énoncer ainsi la proposition :

Par un point quelconque d'une droite, on peut mener à cette droite une perpendiculaire et une seule.

Il en résulte que deux perpendiculaires à une même droite ne peuvent pas se rencontrer à distance finie.

Quand deux droites sont perpendiculaires l'une à l'autre au point ω, toute perpendiculaire menée d'un point de l'une sur l'autre se confond avec la première. Deux points équi-

distants du point ω sur l'une des droites sont équidistants de tout point de l'autre.

Revenons à la circonférence décrite par la rotation d'un point M autour d'un axe XY. Du point M abaissons la perpendiculaire $M\omega$ sur XY. $M\omega$ est dit rayon de la circonférence et ω son centre : voilà donc la *circonférence entièrement définie, indépendamment de toute notion du plan.*

Lieu des normales à XY au point ω. — Pour élever une perpendiculaire à XY au point ω, il suffit de prendre sur XY deux points O et O' tels que $\omega O = \omega O'$ et de considérer la circonférence d'intersection des deux sphères égales $O\ M$ et $O'\ M$. Tout point M de cette circonférence joint à ω donnera une normale à XY. Le lieu de toutes ces normales est donc la surface conique décrite par la rotation de $M\omega$. Appelons-la *surface conique des normales* à XY en ω ou pour abréger *surface* Ω.

Cette surface est réversible de façon à coïncider avec sa première position après retournement de l'axe, le point ω étant ramené à son point de départ. En effet cela revient à interchanger les sphères O et O'. Comme elles sont égales, la circonférence d'intersection n'est pas modifiée. D'ailleurs le point ω milieu de $O\,O'$ devient milieu de $O'\,O$ sans changer de position et la surface Ω vient après retournement appliquer ses génératrices sur celles de la première position. Il y a donc coïncidence complète.

Toute corde de la circonférence génératrice est contenue entièrement sur la surface Ω.

En effet soit la corde $A\,B$. On a (fig. 11)

$$A\,O = A\,O' = B\,O = B\,O'.$$

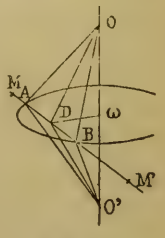


Fig. 11.

Par suite, O et O' sont sur la circonférence d'intersection des deux sphères $A\ O$ et $B\ O$, qui a

pour axe AB, pour centre le milieu D de la ligne des centres et pour rayon $DO = DO'$ et l'on sait que tout point M de l'axe AB est équidistant de tous les points de la circonférence. Donc : $MO = MO'$, ce qui veut dire que le point M appartient à une normale à OO' en ω, c'est-à-dire à la surface Ω. On voit en passant que ωD et OD sont perpendiculaires sur AB en son milieu D, et appartiennent à la surface des normales à AB en D.

Toute droite qui a deux points quelconques sur la surface Ω, *y est contenue entièrement.*

Soient deux points M et M' sur la surface (fig. 11). La sphère MO (centre M, rayon MO) passe par O', puisque $MO = MO'$. De même la sphère $M'O$, passe par O'. Or, la ligne des centres MM' jouit de cette propriété, (voir : Rotation - Proposition I), que chacun de ses points est équidistant de tous les points de la circonférence d'intersection des deux sphères, et en particulier de O et de O'. On aura donc pour tout point m de cette ligne la relation $mO = mO'$ qui signifie que le point m appartient à la surface Ω.

Remarque. — Quand le point M parcourt la circonférence, à chacune de ses positions correspond une valeur de l'arc et une longueur de la corde qui le joint au point de départ. Ces longueurs sont indépendantes de l'origine du mouvement. Donc à des arcs égaux correspondent des cordes égales et réciproquement. Si l'on prend deux arcs à partir d'une même origine, il est facile de voir que le plus grand est sous-tendu par la plus grande corde. Soit arc $AB <$ arc AC (fig. 12) $AB < BI + AI$; or, $BI < IC$. donc $AB = AC$. Ce raisonnement suppose $AC < \frac{1}{2}$ circonférence.

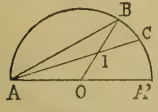


Fig. 12.

Prenons maintenant deux arcs égaux, de part et d'autre

d'un même point, les cordes correspondantes sont égales; faisons croître simultanément les deux cordes d'une manière continue; elles deviendront en même temps égales au diamètre, qui est la corde maxima unique passant par le point de départ et le centre. Donc le diamètre partage la circonférence en deux parties *congruentes* ou *égales*.

Joignons les extrémités d'un même diamètre MM' à un point mobile sur la circonférence. Lorsque les deux arcs qu'il sépare sur la demi-circonférence seront égaux, les cordes seront égales et le diamètre $m'Om$ sera perpendiculaire sur MM'. Donc la circonférence est partagée par deux diamètres perpendiculaires en *quatre quarts* ou *quadrants*.

La surface Ω limitée à la circonférence, se nomme *cercle*.

Circonférence de grands cercles. — Equateurs et méridiens de la sphère. — Soit ZZ' un diamètre d'une sphère de centre ω. Faisons tourner la sphère autour de $Z\,Z'$. Tout point de la surface décrira une circonférence dont le centre est le pied de la perpendiculaire menée de ce point à ZZ'. La surface des normales en ω coupe la sphère suivant une circonférence dont tous les points sont équidistants de Z et de Z', et qui a pour rayon le rayon même de la sphère; son cercle s'appelle pour cette raison *grand cercle*. Par rapport à la ligne des pôles cette circonférence est un *équateur*. Les autres points décrivent des *parallèles*. Tout diamètre du grand cercle peut être pris à son tour pour ligne des pôles; l'équateur correspondant sera surface des normales à ce diamètre au point ω et contiendra par suite la droite ZZ'. Toutes ces circonférences passant par ZZ' s'appellent *méridiens* par rapport à cette ligne des pôles. Les longueurs des arcs comptées sur les méridiens entre le pôle et un parallèle quelconque sont égales entre elles. Leurs cordes ont pour longueur la distance polaire; elles

sont donc égales, en sorte que le parallèle peut être considéré comme l'intersection de la sphère donnée avec une sphère ayant pour centre le pôle et pour rayon la distance polaire correspondante. Le parallèle peut donc être tracé sur la sphère avec un compas dont on place une des pointes au pôle et l'autre au point considéré.

Les circonférences de deux grands cercles se coupent en parties égales. — En effet, c'est suivant un diamètre de la sphère que se coupent leurs deux surfaces, et si l'on fait tourner la sphère autour de ce diamètre en laissant fixe une des circonférences, les deux parties de l'autre viendront successivement coïncider avec l'une quelconque des parties de la première.

Définitions. — On appelle *angle sphérique* ou *fuseau* la partie de la surface de la sphère comprise entre deux demi-circonférences de grand cercle. Un *triangle sphérique* est la surface limitée à trois arcs de grand cercle, supposés plus petits que la demi-circonférence. Un *polygone sphérique* de n côtés est la surface limitée dans les mêmes conditions à n arcs de grand cercle.

Toute circonférence de grand cercle partage la sphère en deux surfaces égales, dites *hémisphères* ; il suffit pour le démontrer de considérer le cercle comme équateur et d'intervertir les pôles. Les deux fuseaux opposés par le sommet compris entre deux circonférences de grand cercle sont par suite égaux, comme différences entre une hémisphère et un fuseau commun aux deux hémisphères.

Par deux points donnés sur la surface de la sphère, on ne peut, en général, faire passer qu'une circonférence de grand cercle.

Soient deux points A et B sur la sphère O. Menons les diamètres AOA' et BOB', et considérons les grands

cercles qui ont pour pôles $A\,A'$ et $B\,B'$. Soit $C\,C'$ leur diamètre d'intersection. Ce diamètre étant sur les deux surfaces des normales, sera perpendiculaire à la fois à $A\,A'$ et à $B\,B'$; il est donc l'axe du grand cercle qui passe par A et B.

Si les deux diamètres $A\,A'$ et $B\,B'$ étaient perpendiculaires l'un à l'autre, les 3 axes seraient dits conjugués. Les trois cercles détermineraient deux par deux des fuseaux égaux au quart de la surface et trois par trois des triangles sphériques égaux au huitième de la surface de la sphère.

Les quartiers de la sphère sont dits aussi *angles droits* ou *fuseaux rectangulaires*.

Les huit triangles sphériques sont égaux et ont leurs trois angles droits et leurs trois côtés égaux au quart de la circonférence de grand cercle ou *quadrant*.

On voit que la condition pour que l'on ne puisse mener qu'une circonférence de grand cercle par les deux points est que les deux axes $A\,A'$ et $B\,B'$ soient distincts, c'est-à-dire que les deux points ne doivent pas être donnés aux extrémités d'un même diamètre.

Dans tout triangle sphérique $A\,B\,C$, un côté quelconque est plus petit que la somme des deux autres.

Les secteurs de grand cercle étant entre eux comme leurs arcs (axiome IV) il suffit de démontrer la proposition pour les surfaces des secteurs.

Soit $B\,C$ le plus grand arc (fig. 13).

Prenons $C\,D = C\,A$ et joignons $D\,O$, puis prolongeons l'arc $B\,C$ jusqu'en C' de façon que $C\,C' = B\,D$.

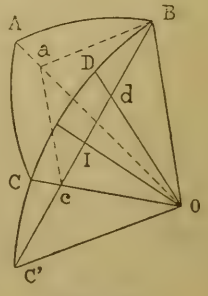


Fig. 13.

Menons la corde $C'\,B$; cette corde, étant toute sur la

surface du secteur, rencontrera OC quelque part en c et OD en d. $Oc = Od$, comme on peut le voir en retournant le secteur bout pour bout, autour de la perpendiculaire OI au milieu de BC.

Prenons $Oa = Oc = Od$ et menons les droites ca et aB; elles sont tout entières sur les secteurs correspondants.

Dans la figure rectiligne Bac, on a :

$Bc < ca + aB$ or $ca = cd$ donc $dB < aB$

Faisons maintenant tourner le secteur BdO jusqu'à ce qne le point d vienne sur le secteur aOB. La ligne Od étant égale à Oc, le point d viendra sur l'arc de cercle décrit par la rotation du point a dans le secteur AOB quand on fait tourner AO autour de l'axe de ce secteur (fig. 14).

Fig. 14.

Le point d tombera donc sur cet axe entre le point a et l'intersection b de l'arc avec OB, soit en d' et l'on aura :

Secteur $d'ob <$ secteur aob et par suite : $DOB < AOB$. Or on a par construction : $COD = COA$. Donc, en ajoutant membre à membre :

$COB < AOB + AOC$ c. q. f. d.

Sur une même sphère, ou sur des sphères égales, deux triangles sphériques qui ont les côtés égaux sont égaux ou symétriques.

En effet, considérons les diamètres ao et bo qui aboutissent aux extrémités du côté ab. Le point c est à l'intersection des circonférences qui ont ces diamètres pour axes, dont les rayons sont les perpendiculaires du point c à ces axes et les centres les pieds de ces perpendiculaires. Il en est de même pour c' qui se trouve à l'intersection

des circonférences déterminées par les axes $a'o'$ et $b'o'$. Amenons $a'b'$ en coïncidence avec ab. Les circonférences de c' se confondront avec celles de c, et c' tombera soit en c (fig. 15), et alors les 2 triangles sont égaux, soit de l'autre côté de ab en c'', en sorte qu'aucune coïncidence n'est possible, à moins que $bc = ac$. — Les deux triangles qui sont *symétriques* par rapport au centre de la sphère, c'est-à-dire dont les sommets sont aux extrémités opposées des mêmes diamètres, sont dans le deuxième cas.

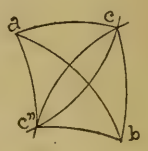


Fig. 15.

Remarque. — Nous nous sommes servis ici des rayons mêmes des circonférences, mais nous avons déja montré qu'on peut également les tracer sur la sphère au moyen de leur distance polaire.

Proposition. — *Trois points d'une sphère déterminent une circonférence.*

Considérons la surface Ω des normales au milieu I de AB. C'est le lieu des points équidistants de A et de B. De même la surface Ω' des normales au milieu I' de BC est le lieu des points équidistants de B et de C. L'intersection de ces deux surfaces est donc le lieu des points équidistants à la fois de A, B et C; elle appartiendra donc aussi à la surface Ω'' des normales au milieu I'' de AC. D'ailleurs nous connaissons un point de cette intersection, car les trois points étant sur la sphère sont à la même distance de son centre O. L'intersection commune aux trois surfaces passe donc par le point O. D'ailleurs deux surfaces Ω se coupent suivant une ligne droite. Cette intersection est donc un diamètre dont chaque point est équidistant des trois sommets A, B et C. Du point A, menons une perpendiculaire sur cet axe. Son pied ω sera

le centre et sa longueur $A\omega$ sera le rayon de la circonférence que décrit le point A dans sa rotation autour de l'axe et qui passera par B et C. Le diamètre $O\omega$ est l'axe ou la ligne des pôles de la circonférence circonscrite à ABC.

Deux triangles sphériques symétriques sont équivalents en surface.

Déterminons le pôle P du cercle qui passe par A, B et C et le pôle P' du cercle $A'B'C'$ (fig. 16).

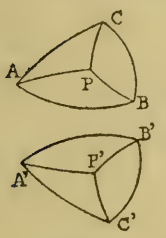


Fig. 16.

Menons les arcs de grands cercles :

PA, PB, PC et $P'A'$, $P'B'$, $P'C'$.

Tous ces arcs sont égaux et par suite le triangle APB est congruent à $A'P'B'$

— APC — $A'P'C'$

— BPC — $B'P'C'$

les surfaces correspondantes sont donc égales et par conséquent les surfaces ABC et $A'B'C'$ sont composées de parties égales disposées symétriquement ; on dit dans ce cas que les surfaces sont *équivalentes*, ce qui signifie qu'elles ont la même mesure d'étendue, sans être congruentes ; il en sera ainsi toutes les fois que deux surfaces seront composées des mêmes sommes d'éléments égaux diversement disposés.

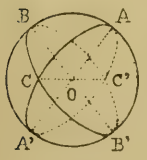


Fig. 17.

La surface d'un triangle sphérique est égale à l'excès de la $\frac{1}{2}$ somme de ses trois angles sur un angle droit.

$ABC + ACB' = \text{angle } B$ (fig. 17)

$ABC + BCA' = \text{angle } A$

$$ABC + CA'B' = CA'B' + A'B'C' = \text{angle } C$$

$$2ABC + \text{hémisphère} = \text{somme } (A + B + C)$$

$$ABC = \frac{1}{2} \text{ somme } (A + B + C) - 1 \text{ angle droit.}$$

Résumé. — Nous avons montré au Titre II que toute la théorie de la sphère peut être établie indépendamment de la connaissance de la Surface plane.

Nous avons vu que :

Si l'on fait tourner un point autour d'un axe fixe auquel il est relié invariablement, cette rotation engendre une circonférence ;

Si l'on abaisse du point une perpendiculaire sur l'axe, cette droite décrit pendant la rotation une surface telle que toute droite passant par deux quelconques de ses points y est contenue tout entière, en sorte que le plus court chemin entre deux points quelconques de la surface est précisément leur distance, c'est-à-dire leur plus court chemin dans l'espace.

Ainsi le cercle est la plus petite surface que l'on puisse concevoir dans les limites de la circonférence.

Nous verrons au Titre suivant que cette surface des normales en un point d'un axe fixe jouit d'autres propriétés remarquables et constitue en définitive ce que l'on a appelé le *plan*.

TITRE III.

LE PLAN. — ROTATION ET TRANSLATION. — L'ANGLE ET LE PARALLÉLISME.

> Les mathématiciens n'étudient pas des objets, mais des relations entre les objets ; il leur est donc indifférent de remplacer ces objets par d'autres, pourvu que les relations ne changent pas ; la forme seule les intéresse.
>
> H. POINCARÉ,
> *La Science et l'Hypothèse.*

Le plan, lieu d'équidistance à deux points fixes.

Description de la surface plane. — Considérons deux sphères dont les centres fixes O et O' sont à une distance D l'un de l'autre et supposons que leurs rayons, toujours égaux entre eux, croissent d'une manière continue. Nous savons que la surface de chaque sphère passera à un moment déterminé par un point quelconque de l'espace et que, si ce point est équidistant des deux centres, il appartiendra en même temps aux deux sphères, c'est-à-dire à leur intersection.

Tant que le rayon R est plus petit que $\frac{1}{2} D$, les sphères n'ont aucun point commun ; quand $R = \frac{1}{2} D$, elles ont un point de contact unique ω, au milieu de OO'. Quand R est plus grand que $\frac{1}{2} D$, l'intersection est une circonférence. Je dis que le lieu de ces circonférences, quand R croît indéfiniment, est une surface continue.

En effet considérons les rayons vecteurs de ω à la circonférence de rayon R, c'est-à-dire supposons un point mobile

sur cette circonférence et joignons-le, à chaque instant, au point ω par une ligne droite indéfiniment prolongée. La surface conique ainsi engendrée est identique par rapport à chaque sphère et définie de la même manière par O et O'. On peut donc permuter les centres et retourner la surface sur elle-même sans rien modifier que les emplacements particuliers des points sur la surface déjà décrite et dont l'ensemble reste le même ; chaque point de la deuxième position se trouvera quelque part sur la première et réciproquement.

Faisons varier le rayon commun des deux sphères en laissant les centres fixes. Les intersections successives de la surface conique avec une des sphères donnent les mêmes circonférences que les intersections successives des deux sphères (Voir Titre II).

Or je puis faire croître le rayon vecteur d'une manière continue par accroissements MM', aussi petits que l'on voudra. A chaque accroissement de MM' correspond un accroissement de R et inversement.

La variation du rayon de la circonférence d'intersection peut donc être plus petite que toute quantité donnée ; c'est-à-dire que le lieu de ces circonférences est une surface continue qui ne diffère pas de la surface conique déterminée par le rayon vecteur de ω à l'une quelconque de ces circonférences, et qui est précisément la *Surface des normales* dont nous avons énoncé les principales propriétés au Titre II, pour l'étude de la *Sphère*.

Nous continuerons provisoirement à désigner cette surface, lieu d'équidistance à deux points fixes, sous le nom de surface Ω, et nous allons d'abord rappeler les propriétés que nous lui avons déjà reconnues.

Première propriété. — *La surface* Ω *est indépendante de la distance D des centres d'équidistance.*

Prenons un point Q à une distance quelconque de ω sur $O\,\omega$ et un point Q' à la même distance sur $O'\,\omega$. Dans le retournement obtenu par permutation de O et O', Q' vient en Q et Q en Q' et on a $MQ = MQ'$. La surface Ω est ainsi définie par les centres Q et Q' comme par les centres O et O' ; elle est donc indépendante de l'écartement de ces centres.

Nous avons vu d'ailleurs au Titre II, que les prolongements des rayons vecteurs de l'autre côté de l'origine ω ne donnent pas naissance à une deuxième surface, mais correspondent aux positions qu'occuperont les rayons vecteurs eux-mêmes quand le point mobile sur la circonférence décrira l'autre moitié de son parcours ; c'est-à-dire que les génératrices de la surface sont des diamètres de cette circonférence.

Il résulte des mêmes considérations de retournement, que $M\,\omega$ est la plus courte longueur du point M à $O\,O'$ et mesure la distance d'un point à la droite. Toutes les autres droites, dites *obliques*, sont égales deux à deux lorsqu'elles passent par des points Q et Q' également écartés de ω, de part et d'autre (fig. 18). Cette droite $M\,\omega$ est appelée *perpendiculaire* ou *normale* à $O\,O'$.

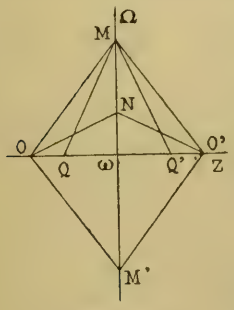


Fig. 18.

Inversement $O\,O'$ est perpendiculaire à $M\,M'$. Ces propositions sont indépendantes de la distance $\omega\,M$, c'est-à-dire de la position de M sur la surface Ω.

Deuxième propriété. — *La surface* Ω *est donc le lieu des droites, issues de* ω, *dont le plus court chemin à un point quelconque Z de* $O\,O'$ *est suivant* $\omega\,Z$.

C'est le lieu des normales à ωZ au point ω. — La droite ωZ est dite *perpendiculaire* ou *normale* à la surface Ω au point ω.

Toute droite qui rencontre l'axe en un point O différent de ω, *ne peut traverser la surface* Ω *qu'en un seul point M.* — En effet, soit M' un autre point de la surface sur OM. On aurait (fig. 19) :

$$O'M = MO = MM' + MO$$

et en même temps :

$$O'M' = M'O$$

D'où

$$O'M = MM' + M'O'$$

ce qui est contraire à l'axiome de distance.

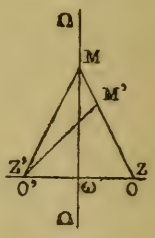


Fig. 19.

Nous avons vu que la surface Ω peut être engendrée par une droite passant par ω et un point d'une circonférence génératrice. Tout point M de la surface peut donc être défini par sa distance ρ au centre ω et un arc α compté sur la circonférence à partir d'une position fixe ; ρ et α s'appellent les *coordonnées polaires* du point M.

Troisième propriété. — *Coïncidence après rotation autour de l'axe* ZZ'.

Si l'on considère un point quelconque M fixe sur la surface Ω et que l'on fasse tourner la surface autour de ZZ' le point M décrira une circonférence et reviendra à son point de départ. Tous les autres points de la surface reprendront en même temps leurs positions initiales.

Soit en effet un autre point quelconque M'. Si je le joins à ω par une ligne droite, cette ligne rencontre la circonférence en un point m'. L'arc $Mm' = \alpha$ et la distance $\rho = \omega M'$ déterminent la position du point M' par rapport à la position initiale A et à ω sur la surface, sans équivoque

possible, si l'on a pris soin de fixer le sens dans lequel on compte α sur la circonférence, et dans le cas particulier qui nous occupe, il suffit d'indiquer si α est mesuré dans le sens de la rotation ou en sens contraire.

Il en résulte que le retour de M à sa position initiale ramènera également le point M' à son point de départ.

D'ailleurs à tout point de Ω mobile correspond à chaque instant un point de Ω fixe et réciproquement. On dit de cette rotation que la surface Ω a glissé sur elle-même autour du centre ω. Si au lieu de ramener le point M à sa première position, on l'arrête quand il a parcouru un arc β, le point M sera arrêté au même instant sur un rayon vecteur déterminé par un arc égal à β et mesuré dans le même sens entre la position initiale et la position finale du point m' qui lui correspond sur la circonférence du point M. Il en sera de même de tous les autres points de Ω. Soit $\frac{1}{n}$ le rapport de l'arc β à la circonférence. On dit que la rotation est de $\frac{1}{n}$ e de tour.

Quatrième propriété. — *Coïncidence après retournement.*

Si l'on se reporte à la façon dont la surface Ω est engendrée, on voit que les deux sphères étant constamment égales et superposables, leurs centres O et O' peuvent être permutés sans que rien soit changé que la position des points sur la même surface, c'est-à-dire qu'on peut la retourner sur elle-même autour du point ω, de Ω (1) en Ω (2). Les deux positions Ω (1) et Ω (2) se correspondent point par point, de telle sorte que chacun des points de la première vient se placer sur la seconde et inversement.

Cherchons ce que deviennent les points lorsque le retournement se fait par rotation autour d'une droite passant par ω sur la surface. Soit $X\,\omega\,X'$ cette droite (fig. 20). Prenons-

la pour axe d'une deuxième surface Ω engendrée de la même façon que la première, mais ayant les centres des sphères génératrices sur XX'. Ω' et Ω se couperont suivant $Y\,\omega\,Y'$ perpendiculaire à $X\omega X'$ sur la surface Ω; d'ailleurs Ω' passe par $Z\,\omega\,Z'$, perpendiculaire à $X\,\omega\,X'$ comme à $Y\,\omega\,Y'$. Les trois axes XX', YY' et ZZ' sont donc perpendiculaires entre eux au point ω.

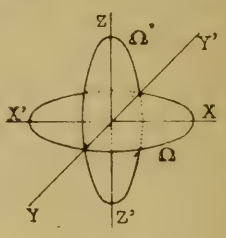


Fig. 20,

Ils sont dits *axes rectangulaires conjugués*.

Sur la surface Ω' considérons une circonférence quelconque de centre ω dont ZZ' et YY' sont deux diamètres rectangulaires, et faisons tourner Ω' autour de XX' en entraînant Ω (1). Après un demi-tour, $Y\,\omega\,Y'$ sera venu en $Y'\,\omega\,Y$ bout pour bout, et $Z\,\omega\,Z'$ en $Z'\,\omega\,Z$ par permutation des demi-axes. La surface Ω' a glissé sur elle-même et la surface Ω (1) a tourné d'un demi-tour autour de XX', de façon que chaque moitié est venue s'appliquer sur l'autre. En effet, soit M un point d'intersection de l'axe $X\,\omega\,X'$ avec une circonférence de la surface Ω (1) et m un point de cette circonférence, tel que l'axe Mm soit égal à α.

Après retournement des pôles Z et Z' autour de XX' m viendra en m' tel que $mM = Mm'$.

Si l'on affecte l'arc d'un signe suivant le sens de la rotation que doit effectuer le point mobile qui le parcourt depuis l'origine M et que l'on prenne Mm comme sens des arcs positifs, on aura : $Mm = \alpha$ $Mm' = -\alpha$.

Faisons tourner maintenant la surface Ω (2) autour de son axe ZZ', de façon que m' vienne en M. Le point qui était en M sera amené en m.

En sorte que si nous considérons deux points quelconques M et m équidistants de ω, nous pourrons, après retournement et rotation autour de ZZ', amener m à concïder avec M et inversement.

Cinquième propriété. — *La surface* Ω *est le lieu des droites qui passent par deux quelconques de ses points.*

Nous avons montré au Titre II que toute droite qui passe par deux points de la surface équidistants de l'axe est tout entière sur la surface et qu'il en est de même de toute droite qui a deux quelconques de ses points sur la surface. Ainsi, étant donnés deux points quelconques de Ω, la droite qui les joint est contenue entièrement sur la surface.

Ω est donc le lieu de toutes les droites qui ont avec elle deux points communs.

Conséquence. — *Deux surfaces* Ω *se coupent suivant une ligne droite.*

Sixième propriété. — *Tous les points de la surface* Ω *jouissent des mêmes propriétés que l'origine* ω.

Considérons un autre point M quelconque sur la surface. Joignons M à ω par une ligne droite ; ω M sera tout entière sur la surface. Prolongeons-la de part et d'autre en $X\omega X'$ (fig. 21).

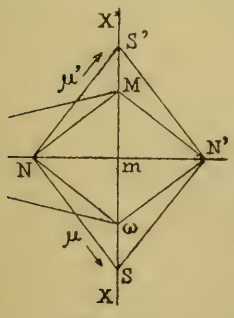


Fig. 21.

Prenons le milieu m de ω M et considérons ce point comme origine d'une surface Ω′ dont l'axe serait $Xm\,X'$. Cette surface est le lieu des points équidistants de ω et de M.

Elle est normale au point m à l'axe $X\omega X'$. Son intersection avec Ω sera donc perpendiculaire en m à XX'. Soit mN. — Prenons sur l'axe XX' un point S du côté opposé à M, et tel que mS soit plus grand que $m\omega$; puis sur Nm prolongé prenons un point N', de l'autre côté de l'axe ; menons NS et $N'S$. Le point ω sera à l'intérieur

du contour fermé $NSN'N$. Maintenant, faisons tourner Ω autour de NN' jusqu'à ce que ω vienne en M. A ce moment mX' coïncide entièrement avec mX et le point S vient en S' Les figures $N\omega N'$ et NSN' coïncident point par point avec NMN' et $NS'N'$.

Supposons que dans la première position de Ω un point mobile μ parcourait le contour fermé NSN' et qu'à chaque instant on ait déterminé par retournement autour de NN' la position du point correspondant μ' sur le contour $NS'N'$. La droite $\omega\mu$ parcourt la surface Ω tout entière dans sa rotation autour de ω ; il en sera de même de $M\mu'$ dans sa rotation autour du point M, en sens contraire.

Si l'on entraîne dans le retournement l'axe $Z\omega Z'$, il viendra occuper une position zMz' où il sera perpendiculaire à toutes les droites passant par le point M sur la surface Ω. — De même les circonférences génératrices de centre ω se reproduisent autour du centre M. La surface Ω peut donc être engendrée par l'origine M et l'axe zMz', comme par ω et $Z\omega Z'$. Or le point M est un point quelconque de la surface Ω.

Ainsi la surface Ω admet en tout point une normale autour de laquelle elle peut être engendrée par la rotation d'une droite quelconque déterminée par ce point et tout autre point de la surface. Elle peut également être ramenée en coïncidence après retournement autour de cette normale et permutation des demi-axes.

Deux surfaces Ω sont donc congruentes par rapport à tous leurs points de façon à coïncider entièrement dès qu'elles auront en coïncidence un point quelconque et la normale correspondante.

La surface Ω est donc entièrement définie indépendamment de toute mesure de grandeur.

Elle est simple, unique, invariable et indéformable ; elle ne peut que changer de position dans l'espace.

Cette surface a reçu le nom de *plan*.

Analysis sitûs. — *I. — Etant donnés deux points fixes A et B et un point mobile M, l'égalité MA = MB représente le plan perpendiculaire à AB en son milieu ; ce plan sépare l'espace en deux régions : pour tous les points de la région A on a MA < MB ; pour tous les points de la région B, on a MA > MB.*

II. — Une droite indéfinie XY partage le plan en deux régions telles que pour tout point M de l'une, la distance à un point quelconque de cette même région est plus petite que la distance de M au point Q symétrique de O par rapport à XY.

Considérons en effet dans le plan donné une droite XY indéfinie et un point O quelconque en dehors de cette droite ; abaissons de O la perpendiculaire OP sur XY et prolongeons-la d'une longueur $PQ = PO$.

Le point Q est dit *symétrique* de O par rapport à la droite XY.

Le plan lieu des points équidistants de O et de Q coupera le plan donné suivant XY. Cette droite partage donc le plan donné en deux régions définies par les inégalités :

$MO < MQ$ pour tous les points du même côté que O

$MO > MQ$ pour tous les points situés de l'autre côté de XY.

On voit maintenant d'une façon précise ce qu'il faut entendre quand on dit qu'un point est de tel ou tel côté d'un plan dans l'espace, et de tel ou tel côté d'une droite dans le plan ; et pourquoi dans l'un et l'autre cas on ne peut envisager que deux situations ainsi définies.

III. — Deux droites XY et X′Y′ partagent le plan en

quatre secteurs illimités tels que si l'on prend un point O dans un secteur quelconque et ses symétriques Q et Q' par rapport à XY et à X' Y', tout point de l'un des secteurs satisfait à l'un des couples de conditions :

$$1\begin{cases} MO < MQ \\ MO < MQ' \end{cases} \quad 2\begin{cases} MO < MQ \\ MO > MQ' \end{cases} \quad 3\begin{cases} MO > MQ \\ MO < MQ' \end{cases} \quad 4\begin{cases} MO > MQ \\ MO > MQ' \end{cases}$$

Les points du 1er groupe sont dans le même secteur que le point *O ;* ceux du 2e sont du côté de *XY*, mais de l'autre côté de *XX'*; ceux du 3e, du même côté de *Y'X'*, mais de l'autre côté de *XY*, et ceux du 4e appartiennent au secteur opposé au premier.

IV. — Trois droites qui se coupent deux à deux en des points distincts partagent le plan en sept régions diversement définies.

Considérons en effet trois droites *XY*, *X'Y'* et *X''Y''*, un point *O* et ses symétriques *Q*, *Q'* et *Q''* par rapport aux trois droites. On peut former avec la distance *MO* et chacune des trois distances *MQ*, *MQ'* et *MQ''*, huit combinaisons de trois inégalités.

$$1\begin{cases} MO < MQ \\ MO < MQ' \\ MO < MQ'' \end{cases} \quad 2\begin{cases} MO < MQ \\ MO < MQ' \\ MO > MQ'' \end{cases} \quad 3\begin{cases} MO < MQ \\ MO > MQ' \\ MO < MQ'' \end{cases} \quad 4\begin{cases} MO < MQ \\ MO > MQ' \\ MO > MQ'' \end{cases}$$

$$5\begin{cases} MO > MQ \\ MO < MQ' \\ MO < MQ'' \end{cases} \quad 6\begin{cases} MO > MQ \\ MO < MQ' \\ MO > MQ'' \end{cases} \quad 7\begin{cases} MO > MQ \\ MO > MQ' \\ MO < MQ'' \end{cases} \quad 8\begin{cases} MO > MQ \\ MO > MQ' \\ MO > MQ'' \end{cases}$$

Un de ces groupes de conditions ne représente aucune région de plan.

En effet, la 3e droite ne peut rencontrer chacune des deux premières qu'en un seul point ; soit *A* le point d'intersection des deux premières droites, *B* celui de la 3e avec la 1re et *C* celui de la 3e avec la 2e. Faisons tourner un vecteur

indéfini AZ en partant de la position AB et en allant vers AC ; ce vecteur rencontrera constamment le segment BC c'est-à-dire la droite $X''Y''$; il ne peut donc rencontrer cette même droite dans le secteur opposé sur son prolongement AZ' ce qui revient à dire que la droite $X''Y''$ n'a aucun point dans le secteur opposé à BAC.

Il y a donc au plus trois secteurs suceptibles d'être partagés par $X''Y''$ en deux régions différenciées par les conditions $MO > MQ''$ ou $MO < MQ''$.

Le 4e sera incompatible avec l'une ou l'autre de ces conditions. Supposons par exemple que le point O soit dans le secteur opposé à BAC ; on aura pour tout point de ce secteur $MO < MQ$ avec $MO < MQ'$, et d'autre part ce secteur satisfait tout entier à la condition $MO < MQ''$; par conséquent le système de conditions

$$2 \begin{cases} MO < MQ \\ MO < MQ' \\ MO > MQ'' \end{cases} \text{ est irréalisable,}$$

ce qui réduit à *sept* le nombre maximum des régions distinctes déterminées par trois droites dans un même plan.

Proposition. — *Par trois points non en ligne droite, on peut toujours faire passer un plan et on n'en peut faire passer qu'un.*

Observons d'abord qu'étant donné une droite quelconque XY et un point P sur cette droite, si l'on considère la normale à XY en ce point et qu'on la fasse tourner autour de cette droite, la rotation engendre un plan normal à XY en P. Il en sera de même si l'on donne un point M à l'extérieur de XY, puisque par ce point on peut mener à XY une perpendiculaire et une seule. Un plan est donc défini par une droite et un point.

Soient donc A, B et C les trois points donnés. Je dis d'a-

bord que par ces trois points on peut faire passer un plan.

En effet les plans normaux à AB et AC au point A se coupent suivant une droite qui passe par le point A, et qui, étant commune à deux plans dont l'un est le lieu des normales en A à AB et l'autre le lieu des normales en A à AC, sera par conséquent normale à la fois à ces deux droites. Soit AN cette normale commune. Si nous faisons tourner AB ou AC autour de AN, cette rotation engendrera un plan qui contiendra les trois points A, B, C. Nous aurions pu de même engendrer un plan en faisant tourner AB ou BC autour de la normale commune en B, ou encore AC ou CB autour de la normale commune en C.

Je dis que ces trois plans se confondent. Désignons-les respectivement par les notations (A), (B) et (C). Le plan (B) contient les points A et C. La droite AC y est donc contenue tout entière.

Abaissons du point B la perpendiculaire BP sur AC et prolongeons-la d'une longueur $PB' = PB$.

Le point P appartient à AC et par suite au plan (B). La droite BP ayant ainsi deux points dans le plan (B) y est contenue tout entière. Donc le point B' appartient au plan (B). Il est facile de voir de la même manière que le point B' appartient aussi au plan (A).

Maintenant prenons un point quelconque M dans le plan (B). Il sera par rapport à AC, soit du côté B, soit du côté B'. Quoi qu'il en soit, le plan (B) est partagé par AC en deux régions telles que pour tous les points de l'une on a : $MB > MB'$ et pour tous les points de l'autre : $MB < MB'$.

Pour éviter toute confusion, appellons β celui des deux points B et B' qui est du côté opposé à M par rapport à AC, et β' celui qui est du même côté.

Joignons le point M à β. Sur la ligne droite $M\beta$, un point mobile m, allant de β vers M, appartiendra d'abord à la

région $m\beta < m\beta'$ puisque $m\beta$ part de zéro. Quand le point m est venu en M, on a au contraire $m\beta > m\beta'$.

Le point m passera donc par une position pour laquelle $m\beta = m\beta'$, c'est-à-dire par un point de la droite AC qui est le lieu d'équidistance à B et B' dans le plan.

Soit m' ce point; m' étant sur AC appartient au plan (A). La droite $m'\beta$ a donc deux points communs avec le plan, et par suite y est contenue tout entière. En conséquence, le point M appartient au plan (A); or M est un point quelconque du plan (B). Donc les plans (B) et (A) se confondent.

On serait arrivé à la même conclusion avec le plan (C) ou tout autre plan construit sur trois points quelconques de AB, BC et CA ou de droites joignant ces points entre eux deux à deux. On ne peut donc par les trois points A, B et C faire passer qu'un seul plan.

C'est ce qu'on exprime en disant qu'*un plan est déterminé par trois points non en ligne droite* ou *par deux droites qui se coupent* ou par *une droite et un point extérieur à cette droite.*

Conséquences. — 1° Dans le 1er cas, étant donnés trois points, A, B et C, joignons-les deux à deux par les lignes droites AB, BC et CA; puis joignons le sommet C à un point quelconque m entre A et B sur AB (fig. 22); enfin joignons un point ω pris entre C et m sur Cm à un point μ mobile sur le périmètre CAB.

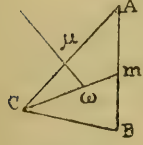


Fig. 22.

Quand le point μ parcourra le périmètre entier, la droite $\omega\mu$ décrira toute la surface du plan;

2° Il en est de même dans le cas où l'on donne deux droites qui se coupent, AX et AY. En effet d'un point M

quelconque sur une sécante commune BC, menons les perpendiculaires MP et MQ et prenons $QA'' = QA$ sur AX et $PA' = PA$ sur AY (fig. 23).

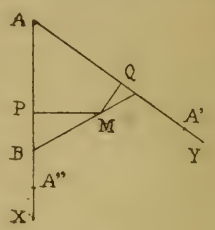


Fig. 23.

Les trois points A, A' et A'' étant équidistants du point M, appartiennent à la circonférence qui a pour centre M et pour axe la normale commune à MP et à MQ en ce point, circonférence qui définit la surface plane. Il en résulte que la droite Mm, qui joint le point M à un point m mobile sur cette circonférence, décrira toute la surface du plan ;

3° Considérons maintenant une droite indéfinie XX' et un point extérieur M. Décrivons dans le plan MXX' (fig. 24) une circonférence de centre M et de rayon $r < MP$. Joignons à M un point m mobile sur XX' et prenons à chaque instant les intersections m' de Mm avec la circonférence. Si dans son mouvement continu le point m' ne décrit pas une demi-circonférence complète, la droite MY laissera un secteur du plan inexploré. Le plan ne serait donc pas entièrement déterminé par une droite XX' et un point M en dehors de cette droite. Nous verrons ce qu'il faut en penser quand nous préciserons la notion du parallélisme, qui est en effet la caractéristique dernière et définitive de la surface plane.

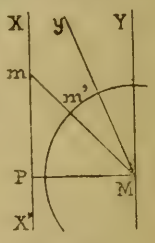


Fig. 24.

Pour le moment, nous nous bornerons à remarquer que pendant sa rotation autour du point M, Mm' a en général un point d'intersection avec XX' de part ou d'autre de la perpendiculaire MP. Or si l'on considère la position MY pour laquelle la droite mobile est elle-même perpendiculaire à MP, il n'y a plus d'intersection à distance finie ; car du

point de rencontre on pourrait mener deux perpendiculaires à MP, ce qui entraînerait, comme nous l'avons vu, une contradiction avec l'axiome de distance. Il en résulte nécessairement que pendant la rotation de MY définie par le déplacement continu d'un point mobile m', qui décrit une circonférence autour du point M dans le plan, le point d'intersection m de Mm' avec PX', après s'être éloigné au delà de toute distance assignable, quitte la continuité XX'; c'est ce qu'on exprime en disant que le point m est rejeté à l'infini; on représente la distance correspondante par le symbole conventionnel $Pm = \infty$.

Or deux droites quelconques sont congruentes au delà de toute distance, dans les deux sens, à partir d'un point quelconque arbitrairement choisi sur l'une comme sur l'autre; il n'y a donc aucune distinction à établir entre les continuités infinies développées sur une droite fixe quelconque à partir d'nn point fixe P, par le déplacement d'un point mobile M, quand la distance PM varie de 0 à ∞. Ce sont des *indiscernables*.

Axiome V. — Nous admettrons en conséquence que les étendues linéaires infinies, considérées ainsi dans les deux sens à partir d'une origine fixe arbitraire sur une droite quelconque, sont toutes égales entre elles; nous appellerons *demi-droites* les continuités ainsi désignées et nous conviendrons que toutes les demi-droites sont d'égale étendue.

Le symbole $PX = \infty$ aura donc une représentation unique pour tout notre espace géométrique.

Je montrerai plus loin que cette convention équivaut précisément à celle qui définit le plan et l'espace euclidiens.

Mais il convient d'abord d'énoncer rapidement les quelques propositions de Géométrie plane qui sont indépendan-

tes du parallélisme, en exceptant toutefois les *propriétés projectives des figures,* qui sont indépendantes de toute idée de grandeur et doivent constituer une étude à part (*Homographie).*

Proposition. — *Toute ligne continue fermée qui enveloppe un polygone rectiligne convexe est plus longue que le périmètre de ce dernier.*

J'entends par polygone rectiligne une figure fermée composée seulement de lignes droites. Les points d'intersection sont les sommets, et les portions de droites entre deux sommets consécutifs s'appellent côtés.

La figure est dite convexe, si aucun côté prolongé n'en rencontre un autre entre les sommets qui limitent ce dernier.

Prolongeons les côtés dans le même sens jusqu'à rencontrer la ligne enveloppante. Soient b_1, b_2, b_3, etc., les prolongements (dans le même sens) des côtés a_1, a_2, a_3, etc., et c_1, c_2, c_3, etc., les portions de ligne enveloppante interceptées successivement par ces prolongements ; on aura :

$$a_1 + b_1 < b_n + c_1$$
$$a_2 + b_2 < b_1 + c_2$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_n + b_n < b_{n-1} + c_n$$

En additionnant membre à membre, nous aurons :

$$\Sigma a + \Sigma b < \Sigma b + \Sigma c$$

ou $$\Sigma a < \Sigma c$$

Si un des prolongements rencontrait la ligne enveloppante en plusieurs points, on remplacerait la partie courbe par la partie droite entre les points extrêmes, et la démonstration serait valable à fortiori.

Définition de l'angle. — On appelle *Angle* la mesure de

la rotation exprimée par le rapport de l'arc à la circonférence entière ou à une de ses parties aliquotes choisie pour unité.

Les divisions de la circonférence le plus fréquemment usitées sont le *degré* et le *quadrant*.

Le degré est la 360^e partie de la circonférence. Il se divise lui-même en 60′ (minutes) comprenant chacune 60″ (secondes). On emploie aussi la division en *grades*, centièmes de quadrant.

Le rapport au quadrant est plus habituellement employé en Géométrie. L'angle correspondant s'appelle angle droit, et l'on exprime la valeur d'une rotation en angles droits et fractions d'angles droits. Une révoluton complète a pour mesure quatre angles droits.

L'angle est indépendant de la grandeur du rayon de la circonférence considérée. Il définit donc entièrement la position relative de deux droites indéfinies qui se coupent. La figure déterminée par deux segments rectilignes issus d'un même point peut donc être agrandie par l'allongement de ces segments sans que l'angle soit modifié.

On appelle *sommet d'un angle* le point d'intersection des deux droites qui le déterminent.

Il résulte de l'axiome IV que l'angle est indépendant de la position de son sommet dans le plan et de la position du plan dans l'espace.

Cas d'égalité des triangles. — Nous avons montré que le système formé par trois points dont les distances sont invariables est indéformable. La figure constituée par les trois droites qui relient les points se nomme un *triangle*. Nous dirons donc que *deux triangles sont égaux quand ils ont leurs trois côtés égaux chacun à chacun*. Il en sera de même lorsque deux triangles seront définis par les mêmes

déplacements angulaires des côtés qui les déterminent. Par conséquent, *deux triangles sont égaux quand ils ont un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun — ou quand ils ont un côté égal adjacent à deux angles égaux chacun à chacun.* Ces égalités résultent de la définition même de la congruence (axiome II).

Bissectrice d'un angle. — La droite menée par le sommet de l'angle de façon à former des angles égaux avec les deux côtés se nomme bissectrice. Il est évident que les bissectrices de deux angles supplémentaires sont perpendiculaires, puisqu'elles comprennent entre elles la moitié de deux angles droits.

Propositions. — *La bissectrice est le lieu des points équidistants des deux côtés de l'angle.* — Démonstration courante, par l'égalité des triangles.

Quand deux triangles ont deux côtés égaux et que l'angle compris est plus grand dans le premier que dans le second, le côté opposé est aussi plus grand et inversement. — Démonstration courante, au moyen des propriétés de la bissectrice.

Dans tout triangle, au plus grand côté est opposé le plus grand angle, et inversement. — Démonstration courante.

Deux droites coupées sous le même angle par une sécante commune ne se rencontrent pas à distance finie. — En effet, soit I le milieu de la sécante $A\,B$. Menons $I\,P$ perpendiculaire sur $A\,A'$ et prolongeons en $I\,Q$. Les triangles $I\,Q\,B$ et $A\,I\,P$ sont égaux (un côté égal adjacent à deux angles égaux). Donc l'angle Q est droit comme l'angle P. Les deux droites $B\,B'$ et $A\,A'$ ayant une perpendiculaire commune ne peuvent se rencontrer à distance finie.

Dans un quadrilatère dont les côtés opposés sont égaux, les diagonales se coupent en leurs milieux. — De l'égalité des triangles $A\,B\,D$ et $D\,C\,B$ (3 côtés égaux) on tire l'égalité des angles alternes internes. De même pour $A\,B\,C$ et $A\,D\,C$ et les angles formés par la diagonale $A\,C$. D'où l'égalité des triangles $A\,I\,B$ et $D\,I\,C$ (un côté égal adjacent à deux angles égaux) et par suite l'égalité des segments de diagonales $A\,I = I\,C$ et $D\,I = I\,B$.

Tangente. — *Limite de la sécante à une courbe, quand les deux points d'intersection voisins se rapprochent jusqu'à se confondre en un seul point.*

La tangente au point M d'une circonférence est la limite des cordes perpendiculaires à $O\,M$. Elle est donc *normale au rayon.*

Mener une tangente à une circonférence par un point extérieur. — Soit le point M extérieur à la circonférence $O\,R$ (fig. 25). Au point R menons la perpendiculaire $R\,T$ au rayon. Elle sera tangente à la circonférence, puisque toute oblique $O\,S$ est plus grande que le rayon et que par suite $R\,T$ n'a pas d'autre point commun que R avec la circonférence. Décrivons la circonférence $O\,M$ qui coupe $R\,T$ en M', puis faisons tourner $O\,R\,T$ de l'angle $M\,O\,M'$; $O\,R$ viendra en $O\,R'$ et $R'\,M$ sera la tangente cherchée.

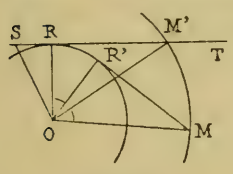


Fig. 25.

Définitions. — *Ellipse*, lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes est constante.

Hyperbole, lieu des points dont la différence des distances à deux points fixes est constante.

Le lieu des points équidistants de deux circonférences

est une ellipse ou une hyperbole, suivant que la circonférence la plus petite est intérieure ou extérieure à la plus grande.

On a en effet, soit:

$$MO + MO' = MR + OR + O'R' - MR' = R + R'$$

ou bien:

$$mO' - mO = mO' - mr' - mO + mr = r' - r$$

Quand les deux circonférences sont égales, l'hyperbole devient une ligne droite : $MO = MO'$.

Des divers modes de génération du plan et de ses déplacements sur lui-même. — Des glissements de rotation et de translation et de leur mesure. — Définition du parallélisme.

Plan, lieu d'équidistance. — Le plan, lieu d'équidistance à deux points fixes, est défini par un cercle de rayon croissant de 0 à ∞, intersection de deux sphères qui ont leurs centres aux deux points fixes et dont les rayons varient d'une manière continue en restant constamment égaux entre eux.

Appelons P (1) le plan ainsi défini.

Ce mode de génération entraîne la reversibilité du plan sur lui-même, de laquelle résulte le second mode de génération, au moyen d'une droite qui tourne autour d'un point fixe en restant perpendiculaire à un axe donné.

Appelons P (2) la surface plane ainsi engendrée. Chaque point de la génératrice rectiligne, pendant la rotation, décrit une des circonférences de la première surface P (1).

Chaque point de P (1) appartient aussi à P (2) et inversement; c'est-à-dire que les surfaces P (1) et P (2) sont congruentes.

Cette congruence détermine toutes les propriétés du plan.

Plan, surface de révolution. — Si l'on considère deux surfaces P (2) et P' (2) en coïncidence et que, laissant fixe la surface P (2), on fasse tourner la surface P' (2) autour de l'axe ZZ', il résulte du mode même de génération du plan que pendant le mouvement de P' (2) chaque point mobile décrira une circonférence de P (2).

Donc, à chaque point de la première surface correspondra toujours un point de la seconde et réciproquement; en sorte que la coïncidence ne sera pas altérée.

Cette propriété est commune à toutes les surfaces engendrées par la rotation d'une génératrice continue quelconque, autour d'un axe auquel elle est invariablement liée. Au bout d'un tour, la surface est décrite en entier; toute rotation ultérieure ne fait que déplacer la génératrice sur la surface déjà décrite, et si l'on suppose qu'elle entraîne avec elle une surface mobile juxtaposée sur la première, celle-ci ne fera que glisser sur la position initiale.

Ces surfaces sont dites *Surfaces de révolution.*

Nous avons montré que le plan peut admettre pour origine un quelconque de ses points et pour axe principal la normale en ce point quelconque. Il présente donc cette particularité *d'admettre pour axe de révolution une quelconque de ses normales.*

Plan, surface de translation. — Revenons à P (1), premier mode de génération de la surface, et considérons à chaque instant sur la circonférence de rayon croissant, une corde de longueur constante dont le milieu décrive un rayon vecteur fixe ωX. Cette corde est perpendiculaire au plan $Z\omega X$.

Soit P (3) la surface engendrée par cette corde indéfiniment prolongée ; chacun de ses points appartient aussi à P (1) puisqu'il est sur une droite qui a deux points

communs avec une circonférence de cette première surface.

Je dis, de plus, qu'à chaque point de P (1) correspond un point de P (3).

En effet, soit M un point de P (1) (fig. 26). M est sur une circonférence de rayon ωM.

Soit M' le point de la circonférence situé de l'autre côté de ωX et déterminé par la même longueur d'arc, à partir de cet axe. La corde MM' appartient tout entière à P (1). Elle coupe ωX en un point m'', où elle lui est perpendiculaire. Prenons $m''A'' = m''B'' = \omega A$.

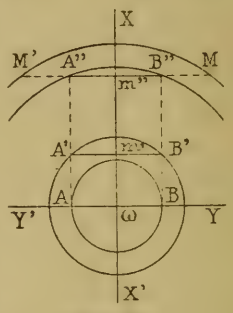


Fig. 26.

A'' et B'' appartiennent à une circonférence de la surface P (3). Donc M est sur une corde génératrice de P (3).

Par suite, tout point de P (1) coïncide avec un point de P (3) et inversement; en sorte que les surfaces P (1) et P (3) sont identiques.

Je puis donc indifféremment engendrer le plan par l'une ou l'autre des deux méthodes, soit par rotation d'une droite autour d'un axe fixe ZZ' qui lui est perpendiculaire en un de ses points, soit par translation d'une droite le long d'un axe XX' perpendiculairement à un plan fixe $Z\omega X$ passant par cet axe. Les deux surfaces seront entièrement congruentes.

Mesure des glissements. — *Paramètres de rotation et de translation.* — Considérons le secteur engendré par la rotation de la droite OA autour du point O.

Le déplacement de la droite étant homogène, les secteurs circulaires consécutifs sont entre eux comme les arcs correspondants (axiome IV), c'est-à-dire dans un rapport qui est indépendant de la valeur du rayon OA et qui est égal au rapport des angles qui mesurent les rotations.

Le rapport d'un secteur circulaire au cercle tout entier est donc indépendant de la valeur du rayon. Ce rapport subsiste quand le rayon devient infini. Appelons *secteur plan* la surface illimitée du secteur circulaire pour $R = \infty$; nous dirons que *les aires des secteurs plans sont entre elles comme les angles correspondants.*

Quand la demi-droite fait un tour complet, elle décrit quatre secteurs droits dont l'ensemble constitue le cercle de rayon infini qui n'est autre chose que l'étendue totale du plan, puisqu'il contient tous les points possibles du plan sans répétition et que d'autre part la convention de la demi-droite entraîne par application de l'axiome IV pour l'étendue de ce cercle une représentation unique, indépendante du point choisi arbitrairement pour centre de rotation.

L'étendue totale du plan ainsi définie ne peut donc avoir qu'une mesure par rapport à un secteur déterminé. Soit P cette étendue et appelons l'angle droit D.

Quelque petit que soit le paramètre de rotation, l'angle correspondant α a une valeur finie et déterminée, et si l'on désigne par S l'aire du secteur plan, on aura :

$$\frac{S}{P} = \frac{\alpha}{4D}$$

Au contraire, considérons une translation, et mesurons-la par la longueur comptée suivant l'axe entre les deux positions de la génératrice qui la limitent ; appelons cette longueur paramètre de translation et désignons par T la surface engendrée par le déplacement de la génératrice entre ces deux limites.

Soient deux aires T' et T'' déterminées par des glissements de translation, de paramètres t' et t''. Ces aires sont entre elles comme les paramètres correspondants :

$$\frac{T'}{T''} = \frac{t'}{t''} \text{ (axiome IV).}$$

Mais l'axe XX' n'étant pas une ligne fermée, sa longueur est indéfinie et les paramètres t' et t'', quelque grands qu'ils soient, ne peuvent pas être dans un rapport fini et déterminé avec la longueur totale de l'axe.

Or pour engendrer le plan par ce mode de déplacement, il faut parcourir toute la longueur de l'axe, de $-\infty$ à $+\infty$, c'est-à-dire au delà de toute distance dans un sens comme dans l'autre en prenant pour origine du mouvement un point quelconque de XX'.

L'aire de la surface engendrée par une translation ne peut donc être dans un rapport fini et déterminé avec l'étendue totale du plan. Quelque grande que soit une surface ainsi engendrée, il est bien évident qu'on peut la répéter sur le plan un nombre de fois quelconque sans recouvrir celui-ci. Or, nous avons montré que la surface du secteur S pour un tour complet et la surface de translation T de $-\infty$ à $+\infty$ sont identiques à la surface du plan défini comme lieu d'équidistance à deux points fixes. *Elles ont donc la même étendue*, en vertu de l'axiome IV généralisé.

Du parallélisme. — Considérons dans un plan une droite indéfinie XY et un point M, en dehors de cette droite. Abaissons la perpendiculaire MQ sur XY et élevons en M la perpendiculaire $X'Y'$ à MQ. Nous savons que $X'Y'$ ne peut pas rencontrer XY. Supposons que l'on puisse faire décrire à MY' dans le plan, autour de M, une rotation $\frac{1}{n}$ sans rencontrer XY; soit MZ la position de la droite après cette rotation. Prenons un point quelconque R sur MY', tel que $MR > MQ$. Dans la rotation $\frac{1}{n}$, le point R vient quelque part en R' sur MZ (fig. 27).

Considérons d'autre part un déplacement par transla-

tion de $X'Y'$ le long de MQ. Dans ce déplacement, le point R décrit une ligne $Rr'r''$. Je dis que cette ligne est tout entière en dehors de la circonférence décrite par la rotation du point R.

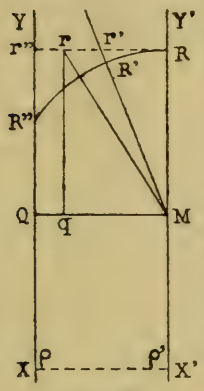


Fig. 27.

En effet soit r un point quelconque de cette ligne.

La perpendiculaire rq abaissée du point r sur QM n'est autre que la position de MR lorsque la translation amène le point R en r. Cette perpendiculaire, égale à MR par hypothèse, est plus courte que l'oblique rM, ce qui signifie que le point r est en dehors de la circonférence. Il en sera de même des points r' et r'' où la ligne Rr rencontre MZ et XY.

D'autre part MR est plus grand que MQ par hypothèse. Il en résulte que la circonférence coupera QY en un point R'' compris entre Q et r'' [1].

La surface de translation $MRr''Q$ est donc plus grande que le secteur RMR'' augmenté même de la surface $R''QM$, qui croît à mesure que le rayon augmente.

Donc, à fortiori

$$\frac{MRr''Q}{RMR''} > 1$$

D'autre part, les secteurs plans sont entre eux comme les arcs :

$$\frac{RMR''}{RMR'} = \frac{RR''}{RR'}$$

Or ce rapport est plus grand que l'unité, puisque par hypothèse $R'R''$ n'est jamais nul (MZ ne rencontrant pas XY).

Considérons la surface de translation décrite du côté de

[1] Tracer le rayon vecteur MR'', qui a été omis sur la figure 27.

MX' par une portion de droite égale à MR soit M_ρ ; désignons par T' l'ensemble des deux aires de translation décrites par MR et M_ρ, et appelons S' l'aire du secteur RMR', on a :

$$\frac{T'}{RMR''} > 2 \quad \text{et} \quad \frac{RMR''}{RMR'} > 1; \quad \text{d'où} \quad \frac{T'}{S'} > 2$$

Cette inégalité est indépendante de la valeur du rayon MR. Elle subsiste quand ce rayon croît au delà de toute distance et devient infini.

On aurait donc $\frac{T}{S} > 2$; or $S = \frac{P}{n}$, d'où $\frac{P}{T} > \frac{2}{n}$; de sorte qu'en répétant la translation un nombre de fois égal à $\frac{n}{2}$ on engendrerait une surface dont l'étendue serait au moins égale à l'étendue totale du plan, proposition sinon absurde, du moins incompatible avec notre axiome IV, à moins que n ne soit infini, ce qui signifie que la rotation est nulle, c'est-à-dire que MZ se confond avec MY'.

Il en résulte que dans un plan MXY on ne peut, par le point M pris en dehors de la droite XY, faire passer qu'une seule droite qui ne rencontre pas cette dernière. C'est celle qui a avec XY une perpendiculaire commune en MP.

Cette droite est dite *parallèle à* XY.

TITRE IV.

LA MESURE ET LES DIMENSIONS DE L'ESPACE GÉOMÉTRIQUE.

Le parallélisme euclidien.

Comparaison avec l'axiome V. — Nous avons montré au Titre III que le postulatum d'Euclide ne contient pas autre chose que l'extension à l'infini [1] de l'hypothèse sur l'homogénéité de l'espace; par le mot *espace* nous entendons désigner le lieu géométrique de toutes les positions que peut occuper un point qui se déplace librement sans aucune condition de milieu, et quand nous supposons l'espace homogène pour toute distance de 0 à ∞, nous exprimons simplement, sous une forme concise, que les continuités géométriques, diversement étendues sont supposées indépendantes du milieu et entièrement déterminées de forme et de grandeur par les seules conditions arbitraires du mouvement, même au cas où ces conditions comportent des distances infinies.

La définition de la droite $d.\overline{AM} + d.\overline{MB} = d.\overline{AB}$ est valable, quelque petit que soit AB, que l'on peut réduire à un déplacement élémentaire, ou, en quelque sorte, à un point double orienté ; les continuités qui résultent de cette définition sont congruentes de part et d'autre du point et congruentes avec toutes celles de même définition.

Elles constituent des lieux géométriques identiques de forme et de grandeur, qui ne diffèrent entre eux que par leur position relative et auxquels l'application de l'axiome

[1] Par l'axiome V.

IV généralisé assigne une seule et même étendue de 0 à ∞.

Les continuités qu'elles engendrent par leurs déplacements sont congruentes et égales en étendue, à la seule condition que les déplacements soient les mêmes; ainsi tous les secteurs plans de même angle ont la même grandeur, et en particulier tous les plans sont égaux en étendue; d'autre part l'étendue du plan est indépendante du mode de génération de la surface, pourvu que la surface engendrée soit congruente avec le plan défini comme lieu d'équidistance à deux points fixes; c'est ainsi que sont identiques en étendue les surfaces engendrées par une rotation égale à quatre angles droits d'une demi-droite autour d'un axe qui lui est perpendiculaire, ou par la translation de $-\infty$ à $+\infty$ d'une droite illimitée, le long d'une droite fixe perpendiculairement à un plan fixe passant par cette droite.

Cette invariabilité de l'étendue du plan entraîne le parallélisme euclidien.

Réciproquement, l'hypothèse d'Euclide entraîne l'invariabilité de la somme des angles d'un triangle, l'étendue unique et définie de la surface plane, la similitude des figures et par suite l'homogénéité de l'espace géométrique, sans aucune restriction ni limite.

Nous avons vu qu'en effet l'hypothèse de Lobatschewsky suppose une indétermination dans l'étendue illimitée du plan et n'est pas conciliable avec l'axiome IV généralisé : nous reviendrons ailleurs[1] sur cette hypothèse.

Mais il convient d'abord de préciser la notion du parallélisme euclidien et de passer rapidement en revue ses principales conséquences.

On voit d'abord qu'étant donnée une droite XX', la per-

[1] Etude de l'Homographie et de ses rapports avec la Mesure des continuités géométriques.

pendiculaire MP et la sécante mobile Mm, si l'on éloigne indéfiniment le point m (fig. 28), l'hypothèse de l'égalité des demi-droites infinies PX' et MY' a pour conséquence directe l'égalité, dans les mêmes conditions, des angles $X'PM$ et PMY'; c'est-à-dire que la parallèle à XY menée par le point M est perpendiculaire à MP. C'est l'extension à l'infini de la propriété du triangle isocèle.

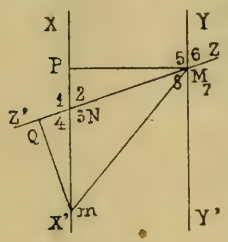


Fig. 28.

Il en résulte que le point à l'infini sur XX' est commun à toutes les parallèles à XX' et que de ce point spécial on peut mener une infinité de perpendiculaires à la droite MP, prolongée dans les deux sens. Au lieu de considérer la perpendiculaire à XX', menons une sécante fixe quelconque MN. Les points d'intersection M et N sont toujours du même côté de la perpendiculaire MQ à cette sécante; or les obliques Mm et Nm sont égales à la limite; c'est-à-dire quand le point m s'éloigne à l'infini, il en résulte que les angles $Z'N'X'$ et $Z'M'Y'$ formés par les parallèles avec la sécante sont égaux et que par conséquent : *Les angles déterminés par une sécante sur deux droites parallèles sont égaux entre eux lorsqu'ils occupent la position de correspondants,* comme 1-5, 2-6, 3-7 et 4-8; *d'alternes internes,* comme 1-7 et 6-4, ou *d'alternes externes*, comme 3-5 et 2-8. *Ils sont supplémentaires dans les autres cas (internes ou externes d'un même côté).*

Conséquences. — Le quadrilatère formé par quatre segments rectilignes, tels que les segments opposés sont égaux deux à deux, est un *parallélogramme*. Les côtés opposés sont parallèles. — Si tous les côtés sont égaux, la figure est un *losange*.

Réciproquement, dans le quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles, ces côtés sont égaux deux à deux et les angles opposés sont égaux. — Si un angle est droit les trois autres le sont aussi ; la figure s'appelle alors *rectangle*.

Le *carré* est un rectangle dont les quatre côtés sont égaux.

Corollaire. — *La distance entre deux parallèles est constante.*

L'hypothèse d'une valeur unique et déterminée pour l'étendue infinie du plan permet également de donner une démonstration directe du théorème sur la somme des angles d'un polygone.

Lemme. — *Le rapport de l'aire d'un polygone fermé convexe à l'étendue totale du plan est un infiniment petit du second ordre.*

Soient deux droites rectangulaires, telles que le polygone soit tout entier dans l'un des angles droits qu'elles déterminent (axes YY' et ZZ' et angle YCZ). Donnons à chaque droite un déplacement perpendiculaire à l'autre, jusqu'à ce que le polygone soit entièrement contenu dans le quadrilatère $ABCD$ rectangle en B, C et D (fig. 29).

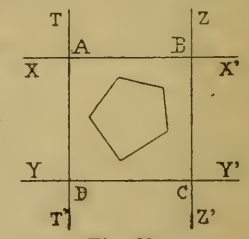


Fig. 29.

Je puis reporter $ABCD$ autant de fois que je le voudrai le long de YY' sans sortir de la bande plane indéfinie XX' YY', parce que, dans l'hypothèse d'Euclide, l'écartement des droites XX' et YY' est constant, et que, dans l'hypothèse contraire, cet écartement augmente à mesure que l'on s'éloigne de la perpendiculaire commune BC. La surface du polygone est donc un infiniment petit par rapport à l'aire illimitée de la bande plane.

D'autre part, cette bande elle-même est une surface de translation engendrée par le déplacement de YY' perpendiculairement à ZZ'. Le rapport de son aire à la surface totale du plan est égal au rapport du paramètre BC à la longueur totale de l'axe ZZ', c'est-à-dire un infiniment petit. L'aire du polygone est donc un infiniment petit du 2e ordre par rapport à l'étendue totale du plan.

Théorème. — *La somme des angles intérieurs d'un polygone est égale à autant de fois deux droits qu'il y a de côtés, moins 2.*

Parcourons le périmètre du polygone dans un sens quelconque et prolongeons indéfiniment chaque côté dans le sens du mouvement. Soient E_1, E_2, E_3, etc., les secteurs illimités détachés dans le plan par ces côtés.

Appelons P l'étendue totale du plan et p l'aire du polygone.

$\Sigma. E = P - p.$

Chaque secteur intérieur est la différence entre deux secteurs droits et le secteur extérieur correspondant. Donc en appelant D le secteur droit, et I_1, I_2, I_3, etc., les secteurs plans intérieurs, on aura :

$$\begin{aligned} I_1 &= 2D - E_1 \\ I_2 &= 2D - E_2 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ I_n &= 2D - E_n \end{aligned}$$

et en totalisant : $\Sigma. I = 2nD - \Sigma. E$

$$\Sigma. E = P - p = 4D - p$$

Donc
$$\begin{aligned} \Sigma. I &= 2nD - 4D + p \\ &= 2(n-2)D + p \end{aligned}$$

$$\Sigma. \frac{I}{D} = 2(n-2) + \frac{p}{D}$$

$\frac{p}{D}$ est un infiniment petit du 2e ordre, puisque D est le quart de l'étendue totale du plan.

Donc la somme des angles intérieurs est égale à autant de fois deux angles droits qu'il y a de côtés moins 2.

En particulier la somme des angles d'un triangle est égale à deux angles droits.

Réciproquement, de la somme des angles d'un triangle on peut déduire la somme des angles d'un polygone quelconque en décomposant ce dernier en triangles.

Ainsi, *la convention de l'égalité des demi-droites* ou *d'une étendue unique et déterminée pour le plan, l'hypothèse du parallélisme euclidien,* ou bien encore *l'égalité à deux angles droits de la somme des angles d'un triangle,* sont des *propositions équivalentes,* que l'on peut invoquer à son choix, suivant les commodités de la démonstration.

Conséquences. — 1° *Le lieu des points équidistants de trois points donnés est une ligne droite* perpendiculaire au plan des trois points et passant par le centre de la circonférence que ces trois points déterminent.

2° *Il existe en général un point équidistant de quatre points donnés.* Ce point est commun aux six plans perpendiculaires aux milieux des droites définies par les points pris deux à deux, ou aux quatre perpendiculaires élevées sur les plans déterminés par les points pris trois à trois, aux centres des circonférences définies par les trois points.

3° *Quatre points quelconques* (c'est-à-dire non situés dans un même plan) *déterminent une sphère.*

Pour caratériser le rôle de l'hypothèse d'Euclide nous allons montrer par un exemple comment son emploi peut simplifier une démonstration, dans certains cas où la proposition énoncée est cependant indépendante du parallélisme.

Théorème. — *Un triangle qui a deux bissectrices égales est isocèle.*

Je vais d'abord démontrer cette proposition sans recourir au postulatum d'Euclide.

Je m'appuierai pour cela sur les deux lemmes suivants :

Lemme I. — Si l'on joint un point A à un point mobile sur une continuité linéaire quelconque située dans le même plan, il peut arriver que AM devienne tangente. Soit T le point de contact le plus voisin de l'origine O du mouvement. Tant que M est compris entre O et T, la variation de la longueur de l'arc est de même sens que la variation de l'angle OAM (fig. 30).

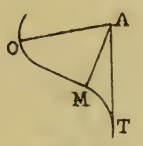


Fig. 30.

Lemme II. — Si le point A, au lieu d'être fixe, se déplace sur OA en entraînant avec lui une droite AM dont l'angle avec OA reste constant, on voit de même que la longueur d'arc OM varie dans le même sens que la distance OA, dans les mêmes limites, c'est-à-dire tant que le point M est entre O et le point de contact le plus voisin (fig. 31).

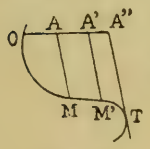


Fig. 31.

Ces deux lemmes sont basés uniquement sur l'axiome de continuité. Dans le déplacement de MA, si nous ne considérons pas au delà du point de contact le plus voisin du point O, tout accroissement de l'angle OAM ou de la longueur OA déplace la droite mobile AM et l'amène dans une région non parcourue; par suite tant que OM ne deviendra pas tangente, c'est-à-dire ne quittera pas la continuité, le point M qui appartient à la fois à la droite et à la courbe sera amené lui aussi dans une région encore inexplorée; cela signifie que le déplacement de M s'effectue dans le sens de l'accroissement de l'arc OM.

Soit maintenant un triangle ABC dont les deux bissectrices des angles A et B sont égales; soit l leur longueur. Si du point A pour centre avec l pour rayon je décris une

circonférence, l'extrémité de la bissectrice de l'angle A sera à l'intersection de cette circonférence avec le côté BC. De même la circonférence de rayon l décrite du point B comme centre coupera le côté AC à l'extrémité de la bissectrice de l'angle B (fig. 32).

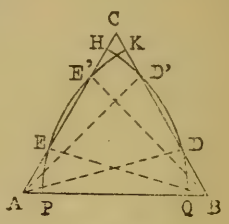


Fig. 32.

Considérons le cas le plus compliqué, où chacune des circonférences coupe le côté opposé en deux points à l'intérieur du triangle, ce qui suppose les trois angles aigus et $AB > l >$ la plus grande des deux hauteurs.

La bissectrice de l'angle A sera AD ou AD'. La bissectrice de l'angle B sera BE ou BE'.

Soient d'autre part P et K les intersections de la circonférence de centre B avec les côtés AB et BC, et soient Q et H les intersections de la circonférence de centre A avec les côtés AB et AC.

Si le triangle n'est pas isocèle, les angles à la base sont inégaux.

Soit $B > A$.

Voyons si les bissectrices peuvent être AD et BE. L'angle B étant plus grand que l'angle A, l'arc QD sera plus grand que l'arc PE d'après le *Lemme I*, puisque les circonférences sont égales et que $QB = AP$. Or ces arcs mesurent, dans des circonférences égales, les angles au centre $DAB = \frac{1}{2} A$ et $EBP = \frac{1}{2} B$. On aurait donc $A > B$, ce qui est contraire à l'hypothèse.

A fortiori, on aurait arc $QD' > EP$, c'est-à-dire que BE ne peut pas être bissectrice avec AD', pas plus qu'avec AD.

Essayons BE' avec AD'.

B étant plus grand que A, le côté AC opposé à B est plus grand que le côté BC opposé à A, et si l'on retran-

che de chaque côté la longueur de la bissectrice $KB = HA = l$, il reste $HC > KC$.

Par conséquent, l'arc $E'K$, vu sous l'angle C de la hauteur KC, est plus petit que l'arc HD' vu sous le même angle de la hauteur HC, par application du *Lemme II*.

Or ces arcs mesurent les angles au centre $E'BK$ ou $\frac{B}{2}$ et HAD' ou $\frac{A}{2}$ dans des circonférences de même rayon. On aura donc $B < A$, ce qui est contraire à l'hypothèse.

A fortiori, on aurait arc $E'K <$ arc HD. Par conséquent la bissectrice BE' ne peut s'associer ni avec AD' ni avec AD.

L'hypothèse de l'inégalité des angles à la base n'est donc pas admissible, ce qui veut dire que le triangle est isocèle.

Démonstration basée sur le parallélisme d'Euclide.

Soit un triangle ABC quelconque, ayant deux bissectrices égales $BD = AE$.

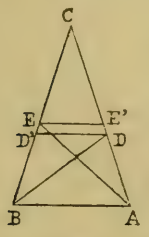


Fig. 33.

Menons par D et par E les parallèles DD' et EE' à la base AB (fig. 33).

Les triangles $EE'A$ et BDD' sont isocèles par suite de l'égalité des angles en E et A, comme d'autre part en D et B. On a donc :

$$DD' = BD' \text{ et } EE' = E'A.$$

Maintenant supposons $B > A$.

Le triangle isocèle $BD'D$ ayant son angle à la base plus grand que le triangle isocèle $EE'A$, le côté opposé DD' est plus grand que EE', et par suite $BD' > AE'$.

Pour que DD' soit plus grand que EE' qui lui est parallèle dans l'angle C, il faut qu'il soit plus près de la base, ce qui s'exprime par les inégalités $BE > BD'$ et $E'A > DA$.

Dans la première remplaçons BD' par son égale DD', on aura $BE > DD' > EE'$; mais $EE' = E'A$.

Donc : $BE > E'A$, et comme $E'A > DA$, on aurait enfin $BE > DA$, ou en comparant les triangles BEA et DAB, $\frac{A}{2} > \frac{B}{2}$, ce qui est contraire à l'hypothèse. Donc $B = A$, les parallèles se confondent et le triangle est isocèle.

Mesure des continuités diversement étendues.

C'est principalement dans l'étude des relations métriques entre les lignes et dans la mesure des surfaces et des volumes en fonction de leurs éléments linéaires, que l'hypothèse du parallélisme intervient comme principe fondamental de la Géométrie. Nous nous bornerons ici à résumer succinctement la suite des propositions basées sur ce principe.

Géométrie à deux dimensions. — *Mesure des angles. — Angles inscrits. — Angles de deux sécantes quelconques. — Segment capable d'un angle donné. — Figures semblables. — Propriétés des bissectrices. — Triangles semblables. — Polygones semblables. — Puissance d'un point par rapport à un cercle. — Relations métriques entre les éléments d'un triangle. — Problèmes sur les lignes proportionnelles. — Polygones réguliers ; leur inscription dans un cercle. — Rapport de la circonférence au diamètre. — Aires du rectangle, du parallélogramme, du triangle, du trapèze. — Aire du cercle en fonction du diamètre.*

Géométrie à trois dimensions. — *Mesures des angles dièdres. — Plans parallèles. — Projections. — Angle d'une droite et d'un plan. — Distance de deux droites quelconques.*

Angles polyèdres. — La somme des faces est moindre que quatre *secteurs droits*.

Si dans un *trièdre* deux dièdres sont égaux, les faces opposées sont égales ; s'ils sont inégaux, au plus grand dièdre est opposée la plus grande face, et réciproquement.

Mesure des volumes. — *Parallélipipède.* — Dans un parallélipipède, deux faces opposées quelconques sont égales et parallèles. Les quatre diagonales se coupent mutuellement en parties égales. *Parallélipipède droit rectangle. Cube, unité de volume.* Le parallélisme d'Euclide a pour conséquence de permettre la décomposition d'un cube en cubes plus petits dont le côté est une partie aliquote du côté du premier.

Le rapport des volumes de deux cubes quelconques est le nombre obtenu en élevant à la 3^{me} puissance le rapport des côtés.

Le rapport des volumes de deux parallélipipèdes rectangles qui ont même base est égal au rapport de leurs hauteurs. — Le rapport des volumes de deux parallélipipèdes rectangles qui ont même hauteur est égal au rapport de leurs bases.

Le volume du parallélipipède rectangle a pour mesure le produit de la mesure de la base par la mesure de la hauteur, les unités de volume et d'aire étant le cube et le carré construits sur l'unité de longueur. — Tout parallélipipède droit est équivalent au parallélipipède rectangle, de base équivalente et de même hauteur.

Prisme. — Le volume du prisme droit a pour mesure le produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Tout prisme oblique est équivalent au prisme droit qui a pour base la section droite du prisme oblique et pour hauteur une de ses arêtes latérales.

Le volume d'un parallélipipède quelconque a pour mesure le produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Les deux prismes triangulaires déterminés par les diagonales des bases d'un parallélipipède sont équivalents.

Le volume d'un prisme quelconque a pour mesure le produit de sa base par sa hauteur.

Pyramides. — Deux pyramides triangulaires sont équivalentes, lorsqu'elles ont des bases équivalentes et des hauteurs égales.

Le volume d'une pyramide a pour mesure le tiers du produit de sa base par sa hauteur.

Le volume du tronc de pyramide est la somme des volumes de trois pyramides dont la hauteur commune est celle du tronc et dont les bases sont B, b et $\sqrt{B\,b}$.

Le volume du tronc de prisme triangulaire est la somme des volumes des trois pyramides qui ont pour base commune l'une des bases du tronc et pour sommets chacune un des sommets de l'autre base.

Tétraèdres semblables. — Polyèdres semblables. — Aires et volumes des corps ronds, cylindre, cône et sphère.

Telles sont les propositions principales, fondées sur le postulatum d'Euclide, qui servent de base à la mesure des grandeurs géométriques usuelles, aussi bien qu'à la théorie générale des surfaces.

De la forme et de la position.

Nous avons vu que la ligne droite, la sphère, le plan et les diverses figures formées par leurs combinaisons sont définis au moyen de points fixes qui servent de repères aux mouvements, et de relations entre ces points et les points mobiles dont le déplacement engendre les figures.

La Géométrie est l'étude de toutes les figures, systèmes ou lieux ainsi définis par des relations entre des éléments fixes et des éléments mobiles, engendrés eux-mêmes par le déplacement du point géométrique. Ces relations contiennent des coefficients dont la détermination définit entièrement le système.

Si l'on fait varier d'une façon continue un coefficient quelconque, le système se déplace ou se déforme d'une manière continue. Ainsi se déforme la sphère dont on fait varier le rayon en laissant son centre fixe.

Lorsque la forme est indépendante des coefficients, comme pour la ligne droite et le plan, le système est indéformable ; dans ce cas, toutes les figures de même définition sont congruentes et ne diffèrent que par le choix des points pris pour origine du mouvement, c'est-à-dire par leur position respective.

Les coefficients dont la variation modifie la grandeur ou la forme d'une figure, sont dits coefficients de *forme* ou de *congruence* ou de *déformation*.

Ceux dont les variations n'intéressent pas la grandeur ni la forme du système, sont dits coefficients de *déplacement* ou de *position*.

Des dimensions en Géométrie.

La considération de l'équivalence permet de ramener toutes les continuités géométriques à trois ordres ou trois espèces de grandeurs comparables entre elles dans les limites d'une même espèce, chaque espèce pouvant être considérée comme engendrée par les précédentes et comportant une nouvelle dimension pour sa détermination.

Si dès lors, en outre de ces trois dimensions, nous faisons entrer, dans la genèse des êtres idéaux, de nouvelles variables, densité, temps, etc., nous constituerons des es-

pèces nouvelles, à quatre, cinq, etc., dimensions auxquelles les mêmes principes sont applicables et qui paraîtront, par leur diversité croissante, se rapprocher de plus en plus des choses contingentes, éléments constitutifs du monde physique dont nous sommes des organismes conscients.

L'objet des sciences positives est la recherche et la détermination de ces diverses dimensions, ou variables indépendantes, à l'aide desquelles nous représentons les phénomènes complexes de la nature, entités multiples et changeantes, impénétrables dans leur essence, dont nous ne percevons que les rapports et dont la mesure seule nous intéresse en effet.

Jusqu'à ces dernières années, il n'était venu à l'esprit de personne de faire entrer dans le domaine de la Géométrie d'autres entités que celles dont la représentation exige seulement trois variables indépendantes. On ne concevait pas qu'il pût être intéressant d'étendre la Géométrie au delà de l'espace à trois dimensions.

Il n'en est plus de même aujourd'hui ; et s'il faut en croire certains précurseurs, la perception d'une quatrième dimension ne demanderait qu'un peu d'exercice et ne serait qu'une affaire d'habitude. (Voir *A New Era of thought,* par Ch. Howard Hinton ; Londres, 1883).

Bien que nous considérions l'espace comme le simple cadre des déplacements du point géométrique, et non comme un milieu particulier ayant une essence propre, nous ne voyons aucune raison pour que toutes les relations analytiques soient susceptibles d'être représentées sous forme de continuité appartenant à quelque lieu géométrique.

Tant que cette représentation simplifie le travail de l'esprit et donne plus de clarté ou de précision à nos idées, il y a intérêt à y recourir ; mais un fait expérimental domine toute hypothèse concernant les dimensions des êtres géo-

métriques ; c'est que toute continuité dont nous pouvons nous figurer simultanément l'ensemble et les détails est définie par des paramètres qui ne comprennent pas plus de trois variables indépendantes, alors que l'idée d'un être géométrique distinct suppose la conception de son existence dans l'instant, avec toutes les propriétés qui le caractérisent ; il semble donc qu'au delà de trois dimensions, ce n'est plus un être que nous analysons, mais un phénomène géométrique ou supposé tel.

Considérons en effet la fonction $f(x, y) = 0$; on peut la figurer aisément dans le plan, sous la forme d'une courbe rapportée à deux axes de coordonnées. Chaque forme de fonction caractérise une famille de courbes.

Dans chaque famille, une courbe diffère d'une autre par quelque paramètre ; ainsi la variation continue des demi-axes d'une ellipse représente toutes les ellipses que l'on peut imaginer.

Supposons que dans l'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ (1) z représente un paramètre variable. Pour chaque valeur de z, portons cette longueur sur un axe perpendiculaire au plan des xy à l'origine des coordonnées ; menons en ce point un plan parallèle au plan des xy et projetons à chaque instant sur ce plan la courbe qui correspond dans la fonction (1) à la valeur déterminée de z.

L'ensemble de toutes les courbes décrira ainsi un ellipsoïde, solide à trois dimensions, dont nous pouvons avoir une représentation instantanée complète, en considérant comme simultané l'ensemble continu des projections successives.

L'idée d'une telle représentation nous est suggérée par le fait expérimental de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, qui nous fournit en effet un moyen de réaliser cette représentation à l'aide d'un appareil de projection.

Supposons que l'on projette sur un même tableau d'abord l'image d'un ellipsoïde sur lequel on a tracé une série régulière de sections planes parallèles, suffisamment rapprochées, puis la succession rapide des images de ces diverses sections planes. Ce second mode de projection nous donnera la même sensation que le premier, à condition que les images des diverses sections planes se succèdent assez vite et assez régulièrement pour produire sur la rétine une impression uniforme et continue.

Considérons maintenant la fonction : (2)
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + \frac{t^2}{d^2} = 1$. A chaque valeur de t correspondra un ellipsoïde que l'on pourra représenter par la première méthode, c'est-à-dire par la projection simultanée de toutes les sections parallèles obtenues en le coupant par une série de m plans régulièrement espacés et convenablement choisis.

Supposons que la série des divers ellipsoïdes correspondants à des valeurs régulièrement croissantes de t, soit projetée successivement de la même manière. Nous aurons ainsi, grâce à la persistance des impressions visuelles et à la mémoire, la représentation du phènomène de la déformation de l'ellipsoïde exprimée en fonction de t par l'équation (2).

C'est ainsi que le cinématographe nous donne l'illusion du mouvement et de la vie, au moyen d'images successives dont chacune ne représente qu'une phase instantanée d'une même action ou d'un même ensemble d'actions simultanées.

Ce que nous avons exposé en prenant t pour paramètre de déformation peut être répété en choisissant de même l'une quelconque des autres variables, ce qui donne quatre représentations différentes et définit les quatre espaces conjugués de la Géométrie quadridimensionnelle.

On voit qu'il est possible, en faisant appel au concours

de la mémoire, d'imaginer une représentation complète de la fonction de quatre variables indépendantes ; mais si réduite que soit la durée de la succession des images, il est nécessaire que le temps y intervienne, parce que notre organisation physique et intellectuelle est incompatible avec le concept simultané de plus de trois coordonnées indépendantes pour déterminer un point quelconque ou en d'autres termes avec la perception d'une étendue à plus de trois dimensions [1].

Si l'on résume en effet la suite des considérations par lesquelles on passe de l'idée du point à celle de l'espace, on voit qu'un point étant donné, on peut imaginer un autre point en dehors de lui et relier ces deux points par la continuité ligne droite ; puis un point fixe étant pris en dehors de cette ligne, un point mobile assujetti à la parcourir tout entière peut être relié au point fixe par une infinité d'autres lignes droites dont l'ensemble constitue la continuité du plan ; enfin un point étant pris en dehors du plan, on peut le joindre par un plan à chacune des droites mobiles précédentes et explorer ainsi toute la continuité de l'espace. Mais pour aller plus loin, il faudrait tout d'abord prendre un point en dehors de l'espace ; et c'est précisément ce que nous ne savons pas faire. Notre seule manière de concevoir un tel point est de le supposer quittant la continuité linéaire pour disparaître à l'infini, comme le point d'intersection d'une sécante qui devient parallèle ; mais à distance finie et déterminée d'un point fixe donné, nous ne pouvons pas nous représenter d'autres points que ceux dont la surface de la sphère est précisément le *lieu géométrique*.

Cela n'empêche pas que les méthodes de la géométrie soient applicables à l'étude de la fonction de n variables

[1] Il y a lieu d'observer que le temps intervient déjà par l'idée de succession dans la définition et l'analyse des trois premières continuités géométriques.

indépendantes et même que l'on puisse, si l'on y tient beaucoup, appeler cette étude une Géométrie à n dimensions.

Quant à rechercher si les étendues à quatre dimensions et au-delà peuvent avoir une existence concrète, et si leur découverte doit éclairer d'une vive lumière les mystères de la nature, voilà certes un problème tout à fait étranger à la science qui nous occupe. Mais le propre de l'imagination n'est-il pas d'attribuer une apparence de vie aux êtres idéaux qu'elle enfante, et faut-il s'étonner que certains explorateurs n'aient pu se lancer à pleines voiles sur l'océan insondé de l'Hypergéométrie, sans toucher de temps en temps sur les hauts-fonds de la Métaphysique, écueil inévitable des nouvelles hypothèses qui entr'ouvrent des horizons où le regard se perd et suggèrent d'abord des espérances illimitées? Les parages les plus fréquentés ne sont pas à l'abri de ces surprises.

Nous traiterons, dans une autre étude, de l'Homographie et de ses rapports avec la mesure des continuités géométriques.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

DE LA DÉFINITION DÉGUISÉE QUE CONTIENT L'AXIOME FONDAMENTAL SUR LE PARALLÉLISME.

Sans doute il n'est pas indispensable, pour les progrès de la Géométrie, que les axiomes contiennent autre chose que de simples conventions ou, si l'on veut, des *définitions déguisées*. Une telle opinion dépend évidemment de l'idée que l'on se fait de la Géométrie elle-même, et si l'on est déterminé à envisager cette science comme un groupe

plus ou moins complexe de spéculations purement abstraites, ses axiomes ne sont plus, en effet, que des hypothèses arbitraires.

Que peut-on dès lors demander à ces hypothèses, sinon d'être distinctes et surtout de ne pas comporter des affirmations incompatibles ? Ce serait déjà une faute, au point de vue didactique, d'énoncer un même principe fondamental sous deux formules présentées comme indépendantes; mais une incompatibilité aurait des conséquences autrement graves, par les contradictions qu'elle entraînerait entre les diverses propositions qui peuvent se déduire de ces hypothèses.

J'avoue que dans la théorie du parallélisme de Lobatschewsky, certains enchaînements ne sont pas sans présenter à mon esprit quelque obscurité; mais la plupart des géomètres s'accordent à reconnaître que la nouvelle doctrine forme une suite logique dont les déductions sont aussi rigoureuses que les théorèmes basés sur le postulatum d'Euclide. Elle constituerait, en quelque sorte, une géométrie plus générale; et ses développements, exempts de toute contradiction, auraient autant de raison d'être et de validité que la doctrine euclidienne, qui n'en serait, au besoin, qu'un cas particulier.

Il y aurait lieu peut-être de se demander si l'on a bien défini ce qu'il convient de comprendre sous le terme générique de Géométrie, et si les théories nouvelles répondent précisément à cette classification fondamentale.

Mais définir la Géométrie n'est pas chose facile, à l'heure actuelle, même en s'éclairant des aperçus de Chasles sur l'ordre et la mesure, et sur le principe de dualité; et ce n'est pas en quelques lignes qu'un tel sujet peut être approfondi.

D'autre part, l'intelligence humaine est douée d'une décevante et dangereuse faculté, qui est la liberté de nier

jusqu'aux données de l'expérience, jusqu'aux lois mêmes de la pensée, à la seule condition de supposer à quelque être imaginaire une organisation appropriée, dans un milieu spécial. On ne saurait dès lors assigner au libre essor de l'imagination d'autres bornes que le principe de contradiction ; et toute proposition indépendante, que l'on pourra concevoir et énoncer dans ces limites, aura le caractère d'une hypothèse légitime.

Je me bornerai donc à poser la question suivante : Pour qu'une doctrine soit valable, suffit-il qu'elle soit basée sur des énoncés arbitraires, distincts et compatibles entre eux, et ne faut-il pas en outre qu'aucun de ces énoncés ne contienne un contre-sens, ou une antinomie entre les termes qui l'expriment.

Que l'on analyse le postulatum d'Euclide, ou l'hypothèse de Lobatschewsky, l'on aboutira toujours à cette conclusion que l'axiome fondamental sur le parallélisme n'est qu'une « définition déguisée » de ce qu'il faut entendre par les mots « distance infinie ». Sur une droite quelconque, à partir d'une origine arbitraire, la longueur mesurable entre 0 et ∞ est-elle un tout invariable qui ne dépend d'aucune condition de position ou de milieu ? Ou bien peut-on traiter ce symbole comme une variable susceptible d'augmentation ou de diminution en fonction de quelque paramètre arbitraire ? Deux droites quelconques étant, par définition, superposables entièrement et sans limite, peut-on admettre quelque distinction de grandeur entre les continuités illimitées qui s'étendent sur l'une comme sur l'autre, de part et d'autre d'une origine quelconque ? Et si ces continuités sont indiscernables, ne faut-il pas les concevoir comme des identités et poser en principe que toutes les demi-droites sont égales en étendue ?

Or l'hypothèse de Lobatschewsky est incompatible avec une telle conception de la demi-droite.

En effet, dans cette hypothèse, l'angle de parallélisme diffère d'autant plus de l'angle droit que le point d'où l'on mène la parallèle est plus distant de la base, c'est-à-dire que si l'on considère le triangle formé par une droite fixe, la perpendiculaire $A\,P$ et une sécante mobile $A\,M$, l'angle $P\,A\,M$ diffère encore de l'angle droit à la limite, lorsque la sécante devient parallèle, et la différence croît de 0 à $\frac{\pi}{2}$ lorsque la distance $p = A\,P$ varie de 0 à ∞. Il en résulte nécessairement que les côtés $A\,M$ et $P\,M$ demeurent inégaux à la limite et que leur différence-limite croît avec p.

Il faut pourtant choisir : *ou bien $A\,M$ est moindre qu'une longueur donnée, et alors les deux droites sont encore sécantes ; ou bien $A\,M$ est plus grand que toute longueur concevable, et dès lors il n'est plus susceptible d'aucun accroissement.*

Il est vrai que la Géométrie de Lobatschewsky est construite, comme la Géométrie usuelle, sur une droite et un plan qui ne sont pas désignés avec une précision mathématique. Cherchons donc à établir des définitions plus satisfaisantes.

Je puis d'abord déterminer le concept de distance par l'hypothèse d'un minimum de continuité entre deux points distincts, cette continuité minima unique de forme et de grandeur constituera la seule relation nécessaire entre les deux points donnés, relation mutuelle indépendante de toute condition extérieure de milieu ou de position ; ensuite je puis considérer la droite comme le lieu des points tels que la somme algébrique de leurs distances à deux points fixes A et B soit égale à la distance de ces points, les distances étant comptées positivement dans le sens $A\,B$ et négativement dans le sens contraire. On voit que si l'on prend sur la continuité ainsi définie deux autres points quelconques C et D, la définition est valable avec ces deux points pour origine, en sorte que la droite est définie par deux points,

indépendamment de la grandeur de la distance qui les sépare. Elle constitue d'ailleurs un lieu de moindre continuité entre deux quelconques de ses points ou, en d'autres termes, un lieu de distances. Nous admettrons que sur toutes les droites la longueur intégrale, d'un point quelconque à l'infini, est un symbole unique et invariable, c'est-à-dire que toutes les demi-droites sont égales en étendue virtuelle[1].

D'autre part, ayant établi préalablement que la sphère, lieu d'équidistance à un point fixe, est une surface continue et fermée, et que par suite le lieu des points communs à deux sphères, ou leur intersection, dénommée circonférence, est une courbe continue et fermée, je puis concevoir le plan soit comme le lieu des points équidistants de deux points fixes O et O', c'est-à-dire comme le lieu des circonférences d'intersection de deux sphères de centres O et O' dont les rayons croissent indéfiniment en demeurant toujours égaux entre eux, soit comme la surface décrite par la rotation, autour de OO', de la demi-droite qui joint, au milieu ω de OO', un point quelconque M équidistant des deux points fixes.

En comparant les deux modes de génération, et en observant que les deux sphères égales sont interchangeables, il est facile de montrer par cette permutation que la demi-droite $M\omega$ est le plus court chemin d'un quelconque de ses points M à OO', et que deux sécantes MQ et MQ' menées à OO', sont égales lorsque Q et Q' sont à égale distance de ω. Nous appellerons cette droite *normale* ou *perpendiculaire* à OO' en ω, indépendamment de toute idée d'angle.

Ces notions préliminaires étant acquises, on démontrera aisément que :

[1] En définitive, tous les axiomes de la Géométrie se ramènent a une détermination complète de 0 à 8 du concept de distance.

1° Une surface ainsi définie est indépendante de la distance entre les points fixes O et O' qui la déterminent.

2° Elle est le lieu de toutes les droites qui ont avec elle deux points communs ; ce qui signifie que chacune de ces droites y est contenue tout entière. Le plan est donc un lieu de distances, ou de continuité minima.

3° Deux surfaces planes sont congruentes, indépendamment des points choisis pour centres d'équidistance ; en sorte qu'elles peuvent glisser l'une sur l'autre, avec ou sans retournement, de toutes les manières imaginables ; elles coïncideront entièrement dès que trois points de l'une seront sur l'autre. Le plan est donc complètement défini par trois points.

4° Le même lieu peut être décrit entièrement *par la translation d'une droite mobile* perpendiculaire à une droite fixe. La surface ainsi engendrée est *identique* à celle définie par la rotation d'une demi-droite. Tout point de la première peut être considéré comme appartenant à l'autre et réciproquement.

5° Lorsqu'on fait tourner une demi-droite dans le plan autour d'un point fixe, cette rotation est entièrement déterminée par la longueur de l'arc de circonférence tracé par un point quelconque ; à chaque position de la demi-droite, les arcs décrits par les divers points sont tous dans un même rapport avec la circonférence correspondante ; la rotation est donc définie par le rapport de cet arc à la circonférence entière, ou à son quadrant, indépendamment de la grandeur du rayon. Nous désignerons sous le nom *d'angle* un paramètre de rotation proportionnel à ce rapport et nous appellerons *angle droit* le paramètre qui correspond au quadrant; en sorte que toute rotation sera définie par son angle, multiple ou sous-multiple de l'angle droit.

Les aires de deux secteurs de cercle de même rayon seront entre elles comme les angles correspondants, indépendamment de la grandeur du rayon ; par conséquent il en sera de même des secteurs infinis compris entre deux demi-droites.

Si maintenant nous considérons l'étendue infinie décrite par une rotation complète de la demi-droite, c'est-à-dire par une rotation de quatre angles droits, cette étendue, composée de quatre secteurs droits, constituera l'aire totale du plan, puisque nous ne pouvons concevoir aucun point du plan en dehors de cette surface. Nous conviendrons, bien entendu, de ne comprendre sous le nom d'aire totale du plan que l'ensemble des éléments qui y figurent sans répétition, c'est-à-dire sans qu'un même élément puisse être compté deux fois dans l'ensemble ; cette convention écartera toute possibilité, pour un tel ensemble, de se contenir plusieurs fois lui-même, et ainsi l'étendue virtuelle du plan, quoique infinie, sera représentée d'une manière unique, sans indétermination et sans équivoque.

Ceci posé, décrivons le plan par la translation d'une droite mobile perpendiculaire à une droite fixe, et décomposons le déplacement en une série de translations partielles, à paramètre constant, tels que $AA' = A'A''$, etc. (fig. 34).

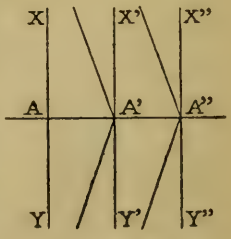


Fig. 34.

Ces déplacements partiels déterminent des aires congruentes et égales. Le plan sera ainsi partagé en une infinité de bandes de translation, en sorte que la superficie de chaque bande sera infiniment petite par rapport à l'aire totale ; une telle bande ne saurait donc contenir le moindre secteur plan, puisque l'aire de ce dernier représente une fraction finie et déterminée de l'aire totale du plan.

Supposons cependant, avec Lobatschewsky, que l'on puisse mener de A' une demi-droite autre que $A'X'$, ne rencontrant pas AX; cette demi-droite fera donc un angle avec $A'X'$. Il en sera de même du côté AY. Soit $\frac{1}{n}$ le rapport de cet angle à l'angle droit; le secteur plan correspondant aura de même pour aire $\frac{1}{n}$ de l'aire du secteur droit, qui est le quart de l'aire du plan. Soit D l'aire du secteur droit, P l'aire du plan, et B l'aire de la bande de translation. L'ensemble des deux secteurs plans contenus dans cette bande a pour superficie :

$$\frac{2D}{n} \text{ ou } \frac{P}{2n} \text{ ; donc } B > \frac{P}{2n}.$$

Répétons $2n$ fois la translation AA', suivant $A'A''$, etc. Nous aurons ainsi un ensemble de $2n$ bandes de translation dont la superficie serait plus grande que l'aire totale du plan, et comme cette opération peut se répéter sans fin, le plan se contiendrait ainsi lui-même autant de fois que l'on voudrait.

Que faut-il en conclure?

Rien autre chose que ce que nous avons énoncé au début, à savoir que le postulatum d'Euclide équivaut à notre hypothèse sur l'étendue virtuelle de la demi-droite, et n'est qu'une définition de la « distance infinie ».

Tandis que l'axiome euclidien suppose ce symbole constant, l'hypothèse de Lobatschewsky admet sa variation, qui entraîne l'indétermination de l'étendue virtuelle de la droite et du plan.

La question reste donc de savoir s'il n'y a point, dans les termes mêmes de ces définitions, quelque raison purement logique de préférer l'une à l'autre.

Sans doute, l'idée d'infini entraînera toujours quelque contradiction, lorsqu'elle sera énoncée comme représentant la limite d'une grandeur finie dont on a supposé précisément que l'accroissement n'est susceptible d'aucune limite

et peut se poursuivre indéfiniment comme la série des nombres. — Dans l'analyse algébrique, l'infiniment grand est la quantité inverse de l'infiniment petit, qui a lui-même une valeur essentiellement relative, déterminée seulement de telle sorte que son introduction dans les calculs, ou sa suppression, reste sans influence sur les résultats finis. Il peut y avoir ainsi des infiniment petits et des infiniment grands de différents ordres. Mais si l'on admet l'infini comme symbole de la limite d'une grandeur finie, il en résulte nécessairement, si je ne m'abuse, que l'on doit s'interdire toute comparaison de mesure entre cette limite et la grandeur elle-même. Il faut le représenter comme incompatible avec les caractères de la contingence et comme la notation de quelque concept intégral, définitif et absolu, qui n'a pas de rapport à la grandeur finie et échappe à toute idée de forme ou de variation.

On s'en rendra compte en se reportant à l'origine de cette notion et en analysant les conditions dans lesquelles elle a pris naissance. Or c'est précisément dans la définition du parallélisme que ce symbole intervient pour la première fois avec sa véritable signification spatiale.

Considérons en effet le mouvement illimité d'un point dans un même sens sur une continuité linéaire.

Si la continuité est fermée, le point mobile repassera périodiquement par les mêmes positions. Dans le cas contraire, il parcourra sans cesse des régions nouvelles, et c'est tout ce que nous pouvons en dire. C'est le cas de la ligne droite, et rien ne fait supposer que le point puisse quitter la continuité en poursuivant sans fin sa route. Cependant, imaginons deux points tels que le produit de leurs distances X et Y à un point fixe sur la droite demeure constant; soit $XY = K^2$.

Lorsque x passera du positif au négatif, en s'annulant, y changera de signe en même temps et passera par la

valeur $\frac{k^2}{0}$ ou ∞. Comme le point y ne quitte la continuité de la ligne que pour une seule valeur particulière de la variable x, on peut dire qu'il n'y a pas là, à proprement parler, de discontinuité.

Supposons maintenant un point A en dehors de XY. Joignons-le à chaque intant, par une droite AM, à un point M mobile sur XY, et soit AP la perpendiculaire à XY. L'angle PAM augmente constamment à mesure que M s'éloigne de P. Mais il tend vers une limite qu'il ne peut franchir tant que M reste sur la continuité. Il ne peut en effet atteindre l'angle droit PAY'.

Joignons un point quelconque B de AY' à un point Q sur XY et prenons un point mobile N sur BQ, pour déterminer la sécante AM. A mesure que N se rapproche de B, le point M s'éloigne sur XY et sur AN. Il arrivera nécessairement un moment où AM ne rencontrera plus XY; on dit alors que le point d'intersection est rejeté à l'infini, et la distance est dite infinie, comme y dans la fonction $xy = k^2$, quand la variable passe par zéro.

L'hypothèse la plus conforme aux propriétés générales et à la définition même de la droite et du plan serait sans doute celle qui conserverait cette même continuité à l'intersection des deux droites, et qui ferait correspondre une seule valeur de la distance à chaque valeur de l'angle PAM, sans admettre aucun cas d'indétermination. Mais bornons-nous à préciser notre notion de l'infini.

Quand nous disons que les deux droites deviennent parallèles et que le point d'intersection est rejeté à l'infini, nous supposons évidemment que ce point quitte la continuité finie en même temps sur la droite fixe et sur la sécante mobile, après avoir, par définition, *effectué tout le trajet possible et parcouru toute la longueur concevable* sur l'une comme sur l'autre. Est-il admissible que la longueur concevable sur AY' diffère de la longueur concevable sur

P Y et que la différence, toujours inférieure à *A P*, varie avec cette distance ?

Sans doute une telle hypothèse ne saurait être en contradiction avec les autres axiomes de la Géométrie, puisqu'elle n'a avec eux aucune corrélation ; mais cela suffit-il pour qu'elle soit acceptable, et ne comporte-t-elle pas en elle-même une opposition de termes en impliquant une variation pour ce qui est, par sa définition même, en dehors de toute variation ?

Si l'on ne veut pas appeler cela une contradiction, il faut tout au moins y reconnaître une certaine inconséquence, un défaut de suite dans les idées, qui nous écarte du véritable terrain et de l'objet même de notre étude.

Et ce n'est pas sans raison, ou par le simple effet d'une illusion habituelle, que je préfère considérer la longueur virtuelle d'une demi-droite comme une constante, limite invariable de la distance, à l'égard de laquelle toutes les différences finies disparaissent, et que j'admets une même étendue, unique et invariable, pour toutes les surfaces planes qu'engendre la demi-droite quand elle fait une rotation complète autour d'un axe qui lui est perpendiculaire, sans m'inquiéter de la position qu'elle occupe dans un espace qui ne serait rien sans elle et que son seul déplacement objective et définit.

EXTRAITS DES PROCÈS-VERBAUX

DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ.

Séance du 9 octobre 1903.

Présidence de M. Le Jolis, directeur.

M. Nicollet fait une communication relative à des insectes océaniens qu'il a reçus récemment de M. Picquenot, de Tahiti, et qu'il dépose sur le bureau. Ce sont : un Bupreste (sp. ?) de Fatou-Hiva (îles Marquises), un longicorne *(Ptychodes trilineatus)* de Tahiti, un papillon *(Danais plexippe)* des Marquises, et enfin, à titre comparatif, le *Buprestis gigantea* de l'Amérique du Sud.

M. Corbière annonce que M. de Baissé et lui, dans une excursion faite le 23 septembre dernier à la mare de Gatteville, ont constaté que l'unique station pour la Normandie du *Crambe maritima* est fortement compromise, par suite de l'enlèvement du sable entre Gatteville et Gouberville : il ne reste plus guère, à l'heure actuelle, qu'une vingtaine de tout jeunes pieds n'ayant pas encore fleuri. D'autre part, M. l'abbé Anfray, curé de Tocqueville, leur a montré, aux environs de l'église de Gouberville, une abondante station de *Gnaphalium undulatum* L., et M. Corbière a trouvé, près du château de Gouberville, et en assez grande quantité, le *Riccia sorocarpa* Bisch., hépatique assez rare, dont le *R. Raddiana*, précédemment signalé (séance du 13 juin 1902), semble bien n'être qu'une forme robuste.

Séance du 13 novembre 1903.

Présidence de M. le Dr Collignon, président.

A la demande de M. Autran, membre correspondant, et sur la proposition de M. Le Jolis, transmise par M. Corbière, M. le Dr Dominguez, de Buenos-Ayres, est élu membre correspondant de la Société.

M. Mottez annonce qu'il compte présenter à la séance de dé-

cembre un mémoire dont il est l'auteur et qui aura pour titre : « La matière, l'éther et les forces physiques », dans lequel se trouve développée une théorie générale des forces physiques de la nature. M. Mottez indique les grandes lignes de son travail, promettant de revenir sur ce sujet à la prochaine séance.

M. Nicollet dépose sur le bureau de curieuses cristallisations de sulfate de chaux, connues sous le nom de « rose du Sahara », qu'il a reçues d'Algérie.

M. le Dr Collignon fait passer sous les yeux des membres de la Société deux photographies d'un objet en plomb, trouvé il y a quelques mois près de Jaulny (Meurthe-et-Moselle), au lieu dit « Granfontaine », lors des fouilles pratiquées en cet endroit. L'usage de cet objet reste énigmatique. A propos du nom de *Granfontaine* (ou Grand Fontaine), M. le Dr Collignon rappelle qu'antérieurement (séance du 10 mars 1899) il avait signalé l'opinion de M. Lièvre, d'après laquelle une racine gauloise, *igoranda*, signifiant frontière, se rencontrait dans une foule de mots géographiques, tels que Ingrande, Eygurande, Yvrandes, Délivrande, etc., et que de ses propres recherches, comme de celles de M. Lièvre, il résultait que de tels noms se rencontraient, en effet, en grand nombre sur les limites des *civitates* romaines. Il avait pensé que ce nom de Granfontaine, au lieu de signifier « grande fontaine », pourrait bien avoir une origine tout autre et se rattacher à quelques frontières territoriales romaines. La découverte de l'objet en question, et de beaucoup d'autres vraisemblablement romains, est un argument de plus en faveur de la thèse de M. Lièvre.

Séance du 11 décembre 1903.

Présidence de M. le Dr Collignon, président.

Lecture est donnée d'une circulaire de M. le Ministre de l'Instruction publique relative à la réunion des sociétés savantes qui se tiendra à la Sorbonne le 5 avril 1904.

M. Grandin de l'Eprevier, capitaine au 25e de ligne, présenté par MM. Collignon et Corbière, est élu membre titulaire de la Société.

M. Bertin, secrétaire honoraire de la Société, vient d'être nom-

mé membre de l'Institut (Académie des Sciences). La Société est heureuse et légitimement fière de cette haute distinction accordée à l'un de ses membres les plus anciens et toujours fidèle, et elle décide que mention sera faite au procès-verbal de la séance de la vive satisfaction que lui a fait éprouver cette bonne nouvelle.

Sur le rapport très élogieux de M. Treboul, la Société vote l'impression dans le 34e volume de ses Mémoires du travail dont l'auteur, M. Mottez, l'avait entretenu dans sa dernière séance, et qui a pour titre : « La matière, l'éther et les forces physiques ».

Le Secrétaire dépose sur le bureau deux exemplaires du 33e volume des Mémoires de la Société, dont l'impression vient d'être terminée. La distribution de ce volume commencera dans quelques jours.

M. Le Cannellier fait le récit d'une éruption volcanique dont il a été le témoin il y a quelques mois, pendant son séjour en Islande. Étant donnés la direction du nuage de cendres qui s'est abattu sur le pont du navire que commandait M. Le Cannellier, et le jalonnement de sa marche par le dépôt noirâtre laissé sur les montagnes des environs couvertes de neige, il s'agit d'un volcan bien distinct de tous ceux qui sont actuellement connus. Au reste, ajoute M. Le Cannellier, l'Islande n'ayant jamais été traversée de part en part, dans aucun sens, toute la partie centrale est encore inconnue.

M. Martin présente quelques mousses intéressantes récoltées par lui dans un voyage fait en 1902 aux environs de Cauterets (Hautes-Pyrénées) : *Orthotrichum obtusifolium* en belles fructifications, *Audreæa petrophila* et sa variété *alpestris*, puis *Andreæa rupestris* var. *falcata* forma *minor;* ces deux dernières espèces recueillies près de Gavarnie.

Le scrutin pour le renouvellement du Bureau donne les résultats suivants. Sont élus pour 1904 :

Vice-président, M. Le Cannellier ;
Secrétaire, M. Corbière ;
Trésorier, M. Bénard.

M. Jacques-Le Seigneur, vice-président en 1903, devient de droit président.

Sur la proposition de MM. Le Jolis et Collignon, M. Corbière est, à l'unanimité, élu secrétaire perpétuel de la Société.

M. Corbière, très touché de cette marque de haute estime de la part de ses collègues, les remercie vivement de leur confiance et les assure de son dévouement le plus complet aux intérêts de la Société.

Séance du 15 janvier 1904.

Présidence de M. Jacques-Le Seigneur, président.

Les ouvrages reçus pendant l'année 1903 sont inscrits au catalogue de la Bibliothèque du n° 72.436 au n° 75.156.

Sont élus membres titulaires de la Société : M. Chalufour, pharmacien principal de la marine, présenté par MM. Collignon et Corbière, et M. Sornein, colonel de l'artillerie coloniale, présenté par MM. Treboul et Le Cannellier.

M. le Dr Collignon entretient la Société de la réunion à Cherbourg en 1905, du Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences et des entrevues à cet effet qui ont déjà eu lieu à l'Hôtel de Ville entre les présidents des diverses Sociétés locales particulièrement désignées.

M. le Dr Turbert présente :

1° un exemplaire de *Filaria oculi*, ver nématode dont il a pratiqué récemment l'extraction de l'œil de l'un de ses clients;

2° un échantillon d'*uranite*, minéral extrêmement rare, qu'il a rapporté du département de Saône-et-Loire.

M. le Dr Ardouin montre le dessin d'un botryomicome qu'il a observé au Dispensaire de la Croix-Rouge le 4 janvier 1904. Il s'agit d'une petite tumeur ressemblant fort à un simple bourgeon charnu, néoplasie inflammatoire bénigne, siégeant sur l'éminence Thénar de la main gauche. Cette petite tumeur a débuté il y a trois mois, sans cause nette, chez une femme âgée de 54 ans, et actuellement elle présente le volume d'un gros pois, est à peu près hémisphérique, gris rosé, très vasculaire, séparée par un sillon d'un bourrelet d'épiderme épaissi, comme c'est l'ordinaire. Elle a résisté aux divers traitements institués jusqu'à présent et le Dr Ardouin a dû en faire l'ablation le 14 janvier. Un examen histologique sera pratiqué et communiqué à la Société. Les

petites tumeurs de ce genre furent décrites chez l'homme pour la première fois comme affection spéciale en 1897 par MM. Poncet et Dor (de Lyon), qui constatèrent la structure d'un adénofibrome sudoripare et la présence d'amas mûriformes analogues au botryomyces du champignon de castration du cheval. Depuis lors divers travaux ont été publiés sur la question, et les observations avec examen histologique et bactériologique (au nombre de 20 environ) ont permis de discuter les opinions de MM. Poncet et Dor. Il semble acquis à l'heure actuelle qu'il s'agit d'un fibropapillome muqueux vasculaire et que cette prolifération n'est pas due chez l'homme à un parasite spécifique, mais à des microbes vulgaires ne différant pas par leur aspect du staphylocoque.

M. le Dr Ardouin dépose ensuite deux notes destinées aux Mémoires de la Société et qui, selon le règlement, sont soumises, pour rapport, à l'examen de M. le Dr Hubert.

M. Lephay, capitaine de vaisseau, est, sur la proposition de MM. Le Cannellier et Corbière, élu membre correspondant de la Société.

M. Bénard lit une lettre de M. Léonard, qui se rappelle au bon souvenir de ses collègues et exprime tout le plaisir qu'il éprouvera, s'il lui est possible de revenir à Cherbourg lors du Congrès de l'Association française en 1905.

M. Le Cannellier expose la situation particulière des officiers de marine en activité faisant partie de la Société. Forcés par leur service de s'éloigner, ordinairement pour deux ans, ils hésitent à venir à nous, précisément à cause de ces absences périodiques. Ne serait-il point possible de les mettre en congé, c'est-à-dire de les dispenser de toute cotisation pendant ces périodes d'absence ? — Sur la demande de M. Treboul cette question est renvoyée à l'examen du Bureau.

M. le colonel Sornein fait connaître les grandes lignes d'un travail destiné à nos Mémoires et qu'il dépose sur le bureau. Ce travail, intitulé *Essai sur l'origine et les fondements de la Géométrie*, est renvoyé à l'examen de M. Treboul, conformément aux statuts.

Séance du 11 mars 1904.

Présidence de M. Jacques-Le Seigneur, président.

Sur le rapport très favorable de M. Treboul, la Société vote l'impression, dans le 34e volume de ses Mémoires, du travail présenté par M. le colonel Sornein à la dernière séance.

D'après les conclusions de M. le Dr Hubert, elle vote également l'impression, dans le même volume, d'un travail de M. le Dr Ardouin sur trois cas de chirurgie présentés en séances : deux cas intéressant les voies biliaires, et le troisième la voûte crânienne.

Un mémoire, récemment reçu par la Société et intitulé *Theoria geometrica de las lineas alabeados*, par M. Ed. Torroja y Caballé, est renvoyé à l'examen de M. le colonel Sornein.

M. Bénard fait part d'une lettre de M. de Baissé, qui, en envoyant sa cotisation, charge M. le Trésorier de présenter à ses collègues ses meilleurs compliments et son bon souvenir persistant.

Séance du 15 avril 1904.

Présidence de M. Jacques-Le Seigneur, président.

Comme suite à la proposition faite par M. Le Cannellier à la séance du 12 février, au sujet des officiers de marine en activité, la Société adopte, à l'unanimité, le projet ci-après de règlement rédigé par M. le Président :

« Les membres de la Société qui quittent temporairement Cherbourg peuvent, s'ils le demandent, obtenir un congé.

» Aucune cotisation n'est due par les membres en congé lorsque leur absence s'étend sur une ou plusieurs années entières, de 1er janvier à 1er janvier ; mais ils ne reçoivent pas les volumes de Mémoires afférents aux années pendant lesquelles ils n'ont pas payé de cotisation.

» Il n'est pas tenu compte, pour l'admission de nouveaux membres, du nombre des Sociétaires en congé. Si, au retour de ceux-ci, la section à laquelle ils appartiennent est complète, il n'y reprennent place qu'au fur et à mesure des vacances qui viennent à se produire, tout en conservant le droit d'assister aux séances ».

M. le Dr Ardouin fait hommage à la Société de deux brochures dont il est l'auteur :

1° *Enchondrome de l'annulaire droit : amputation ;*

2° *Énorme angiome de la paroi abdominale ; ablation, guérison.*

Séance du 13 mai 1904.

Présidence de M. Jacques-Le Seigneur, président.

Le Secrétaire perpétuel annonce à la Société la perte récente qu'elle a faite de six de ses membres correspondants : M. le professeur Karl Schumann, conservateur du Museum de Berlin ; MM. Foucaud, botaniste à Rochefort-sur-Mer; Fouqué, professeur au Collège de France ; Marey, membre de l'Institut ; Sahut, président de la Société d'Horticulture de Montpellier, et Zittel, professeur à l'Université de Munich.

M. le colonel Sornein analyse le travail de M. Eduardo Torroja y Caballé sur la Théorie géométrique des courbes gauches et des surfaces développables, qui avait été soumis à son examen à la séance du 11 mars. A la suite de ce compte-rendu très élogieux, M. Ed. Torroja y Caballé est élu membre correspondant.

M. Grandin de l'Eprevier dépose sur le bureau et fait passer sous les yeux de ses collègues les échantillons les plus remarquables de sa collection de mollusques gastéropodes recueillis aux environs de Cherbourg. Il promet de faire apporter à l'une des prochaines séances la série des lamellibranches.

Séance du 10 juin 1904.

Présidence de M. Le Cannellier, vice-président.

En son nom et en celui de M. le Dr Collignon, M. Corbière présente, comme membre titulaire, M. le capitaine Chaudron, de l'Infanterie coloniale.

M. le Président entretient la Société de la mort récente de M. Eynaud, ancien directeur des constructions navales, décédé inspecteur général de la marine. M. Eynaud, qui avait à un degré éminent toutes les qualités de l'esprit et du cœur, fut long-

temps membre de notre Société et la présida en 1898. Sa mort a causé les plus vifs regrets à tous ceux qui l'ont connu.

Les membres présents examinent ensuite la question de la bibliothèque de la Société et décident que M. le Président, empêché d'assister à la séance, sera prié d'écrire à M. le Maire pour l'engager à hâter de tout son pouvoir la solution de cette question, si intéressante pour la Société, et qui reste pendante depuis plus de quatre ans.

Séance du 8 juillet 1904.

Présidence de M. Jacques-Le Seigneur, président.

Les ouvrages reçus depuis le 1er janvier dernier jusqu'au 30 juin sont inscrits au catalogue de la Bibliothèque du n° 75.157 au n° 75.930.

M. le Président annonce à la Société la mort de l'un de ses membres titulaires, M. Em. Sorel, ex-ingénieur des manufactures de l'État, décédé tout récemment, et il exprime les sentiments de regret que la Société éprouve de la disparition de ce savant très distingué.

M. le Président donne ensuite connaissance de la correspondance qu'il a échangée, depuis la dernière séance, avec M. le Maire de Cherbourg, conformément au mandat qu'il avait reçu à cette même séance.

Lecture est ensuite donnée d'une lettre par laquelle la Société botanique de France invite notre Société à envoyer un délégué aux fêtes de son jubilé cinquantenaire, qui auront lieu à Paris le 1er août et jours suivants. M. Corbière, secrétaire perpétuel, est désigné à cet effet.

M. le capitaine Chaudron, présenté à la précédente séance, est élu membre titulaire de la Société.

M. Grandin de l'Eprevier fait passer sous les yeux des membres de la Société les principaux types de sa collection de coquilles de lamellibranches provenant de notre littoral.

OUVRAGES REÇUS PAR LA SOCIÉTÉ.

Octobre 1903 à Juillet 1904.

EUROPE.

France.

§ 1. — *Ouvrages publiés par le Gouvernement.*

Ministère de l'Instruction publique. — Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes de Paris et des départements en 1903. Section des Sciences. 1904. 8°.

Ministère du Commerce. — Annales du commerce extérieur. 1903 (10-12), 1904 (1-5). 8°.

§ 2. — *Publication des Sociétés correspondantes.*

Angers. *Société d'études scientifiques.* — Bulletin, XXXII. 1902. 8°.

Angers. *Société d'horticulture de Maine-et-Loire.* — Annales, 1903 (3-4). 8°.

Annecy. *Société florimontane.* — Revue Savoisienne, XLIV (3-4), XLV (1-2). 1903-1904. 8°.

Autun. *Société d'histoire naturelle.* — Bulletin, XVI. 1903. 8°.

Auxerre. *Société des sciences historiques et scientifiques de l'Yonne.* — Bulletin, LVII (1). 1903. 8°.

Avranches. *Société d'archéologie, de littérature, sciences et arts.* — Revue de l'Avranchin, VIII (3), XI (3-4, 7-8), XII (1). 1896-1904. 8°.

Besançon. *Académie des sciences, belles-lettres et arts.* — Procès-verbaux et mémoires, 1903. 8°.

Besançon. *Société d'émulation du Doubs.* — Mémoires, 7e série, VII. 1902. 8°.

Béziers. *Société d'études des sciences naturelles.* — Bulletin, VII, VIII, IX, X. 1882-1887. 8°.

Bone. *Académie d'Hippone.* — Bulletin, XXX. 1899-1900. 8°. — Comptes rendus, 1901, 1902. 8°.

Bordeaux. *Académie des sciences, belles-lettres et arts.* — Actes, 3e sér., LXIII. 1901. 8°.

Bordeaux. *Société Linnéenne.* — Actes, LVIII. 1903. 8°.

BORDEAUX. *Société des sciences physiques et naturelles.* — Mémoires, 6e sér., III. 1903. 8°. — Procès-verbaux des séances, 1902-1903. 8°. — Observations pluviométriques et thermométriques, 1902-1903. 8°.

BOURG. *Société des naturalistes de l'Ain.* — Bulletin, IX (14). 1904. 8°.

BOURGES. *Société historique, littéraire, artistique et scientifique du Cher.* — Mémoires, 4e sér., XVI, XVII, XVIII. 1901-1903. 8°.

BREST. *Société Académique.* — Bulletin, 2e sér., XXVIII. 1902-1903. 8°.

CAEN. *Académie des sciences, arts et belles-lettres.* — Mémoires. 1903. 8°.

CAEN. *Assises scientifiques, littéraires et artistiques fondées par A. de Caumont.* — Compte rendu de la 2e session tenue à Caen les 4-6 juin 1903, I-II. 8°. — Rapport sur le mouvement littéraire et artistique. 1897. 8°.

CHALONS-SUR-MARNE. *Société d'agriculture, commerce, sciences et arts.* — Mémoires, 2e sér., V. 1901-1902. 8°.

CHAMBÉRY. *Académie des sciences, belles-lettres et arts de Savoie.* — Mémoires, 4e sér., X. 1903. 8°. — Tableau de tous les membres de l'Académie et table des noms et des matières contenus dans chacun des volumes des mémoires et des documents. 1903. 8°.

CHERBOURG. *Société Artistique et Industrielle.* — Bulletin, nos 25-26, 27. 1901-1903. 8°.

CHERBOURG. *Société d'horticulture.* — Bulletin, n° 35. 1903. 8°.

CLERMONT-FERRAND. *Académie des sciences, lettres et arts.* — Bulletin historique et scientifique de l'Auvergne, 2e sér., 1903 (5-9). 8°.

DAX. *Société de Borda.* — Bulletin, XXVIII (3-4), XXIX (1). 1903-1904. 8°.

GUÉRET. *Société des sciences naturelles et archéologiques de la Creuse.* — Mémoires, 2e sér., IX (1). 1903. 8°.

LE HAVRE. *Société havraise d'études diverses.* — Recueil des publications, LXVIII (4), LXIX (1-4). 1901-1902. 8°. — Bibliographie méthodique de l'arrt du Havre. n° 5. 1902. 8°. — Bio-bibliographie des écrivains de l'arrt du Havre, nos 1-3. 1902. 8°. — Notice sur la société, suivie du catalogue de ses publications. 1903. 8°.

LE HAVRE. *Société géologique de Normandie.* — Bulletin, XXII. 1902. 8°.

LYON. *Société d'agriculture, sciences et industrie.* — Annales, 8e sér., I. 1903. 8°.

LYON. *Société Linnéenne.* — Annales, L. 1903. 8°.

MACON. *Académie.* — Annales, 3e sér., VII. 1902. 8°.

MARSEILLE. *Académie des sciences, lettres et beaux-arts.* — Mémoires, 1901-1903. 8°.

MARSEILLE. *Faculté des sciences.* — Annales, XIII. 1903. 4°.

MONTBÉLIARD. *Société d'émulation.* — Mémoires, XXX. 1903. 8°.

MONTPELLIER. *Académie des sciences et lettres.* — Mémoires, 2e sér., sect. des sciences, III(3); sect. des lettres, IV (2). 1903-1904. 8°. — Séance publique de l'année 1847. 4°. — Rapports de M. de Bonald. 1856, 1858. 4°. — Mémoire historique et biographique sur l'ancienne société royale des sciences de Montpellier par Junius Castelnau. 1858. 4°.

NANCY. *Société des sciences.* — Bulletin des séances, 3e sér., IV (4), V (1). 1903-1904. 8°.

NANTES. *Société académique de Nantes et du département de la Loire-Inférieure.* — Annales, 8e sér., IV. 1903. 8°.

NANTES. *Société des sciences naturelles de l'Ouest de la France.* — Bulletin, 2e sér., III (2-4). 1903. 8°.

NIMES. *Société d'étude des sciences naturelles.* — Bulletin, XXX. 1902. 8°.

ORLÉANS. *Société d'agriculture, sciences, belles-lettres et arts.* — Mémoires, 3e sér., III (1-2), IV (1). 1903-1904. 8°.

PARIS. *Association française pour l'avancement des sciences.* — Comptes-rendus, XXX (2), XXXI (1-2). 1901-1902. 8°. — Bulletin de l'AFAS, nos 108-109. 1903-1904. 8°. — Bulletin mensuel, nos 1 à 7 suppl^{t}. 1904. 8°.

PARIS. *Comité ornithologique international.* — Ornis, XII (2-3). 1903-1904. 8°.

PARIS. *Ecole polytechnique.* — Journal de l'Ecole polytechnique, 2e sér., no IX. 1904. 4°.

PARIS. Feuille des jeunes naturalistes, nos 397 à 404. 1903-1904. 8°.

PARIS. *Société d'anthropologie.* — Bulletins et mémoires, 5e sér., IV (4-6). 1903. 8°.

PARIS. *Société botanique de France.* — Bulletin, XLVI (10), XLVIII (8-9), XLIX (sess. extr.), L (7-9), LI (1-7). 1899-1904. 8°.

PARIS. *Société de géographie.* — La Géographie, VIII (4-6), IX (1-6), X (1). 1903-1904. 8°. — Rapports annuels sur les progrès de la géographie, 1867-1892, par C. Maunoir. I, II, III. 1895-1898. 8°.

PARIS. *Société nationale d'horticulture de France.* — Journal, 4e sér., IV (9-12), V (1-6). 1903-1904. 8°. — Liste des membres, 1904, 8°.

PARIS. *Société philomathique.* — Bulletin, 9e sér., V. 1902-1903. 8°.

PARIS. *Société de secours des amis des sciences.* — Compte-rendu du 46e exercice. 1903. 8°.

PARIS. *Société zoologique.* — Bulletin, XXVIII. 1903. 8°.

ROCHEFORT. *Société de géographie.* — Bulletin, XXV (3-4), XXVI (1). 1903-1904. 8°.

ROUEN. *Académie des sciences, belles-lettres et arts.* — Précis ana-

lytique des travaux, 1902-1903. 8°. — Liste générale des membres, 1903. 8°.

ROUEN. *Société des amis des sciences naturelles.* — Bulletin, XXXVIII. 1902. 8°.

St-ETIENNE. *Société d'agriculture, industrie, sciences, arts et belles-lettres.* — Annales, 2e sér., XXIII (3-4), XXIV (1). 1903-1904. 8°.

St-LÔ. *Société d'agriculture, d'archéologie et d'histoire naturelle.* — Notices, mémoires et documents, XXI. 1903. 8°.

TOULOUSE. *Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres.* — Mémoires, 10e sér., III. 1903. 8°.

TOULOUSE. *Société d'histoire naturelle.* — Bulletin, XXXVI (8-9), XXXVII (1-2). 1903-1904. 8°.

TROYES. *Société académique d'agriculture, des sciences, arts et belles-lettres du département de l'Aube.* — Mémoires, 3e sér., XL. 1903. 8°.

VALOGNES. *Société archéologique, artistique, littéraire et scientifique.* — Mémoires, VI. 1900-1903. 8°.

Iles Britanniques.

CAMBRIDGE. *Société scientifique.* — Transactions of the Cambridge Philosophical Society, XIX (3). 1904. 4°. — Proceedings, XII (3-4). 1903. 8°. — List of fellows. 1903. 8°.

DUBLIN. *Académie Royale d'Irlande.* — The Transactions of the Royal Irish Academy, XXXII (A. 7-10; B. 3-4; C. 2-3). 1903. 4°. — Proceedings, XXIV (A. 3-4; B. 4-5; C. 4-5). XXV (C. 1-4). 1903-1904. 8°.

DUBLIN. *Société Royale.* — The scientific Transactions of the Royal Dublin Society 2d ser., VIII (2-5). 1903. 8°. — The scientific Proceedings, new ser., X (1). 1903. 8°. — The economic Proceedings, I (4). 1903., 8°.

EDIMBOURG. *Société botanique.* — Transactions and Proceedings of the Botanical Society, XXII (1-2). 1901-1902. 8°.

EDIMBOURG. *Société Royale.* — Proceedings of the Royal Society, XXIII. 1899-1901. 8°.

EDIMBOURG. *Société Royale de Physique.* — Proceedings of the Royal Physical Society, XV (2). 1902-1904. 8°.

GREENWICH. *Observatoire Royal.* — Astronomical and Magnetical and Meteorological Observations made at the Royal Observatory of Greenwich, in the year 1900. (1902). 4°.

LIVERPOOL. *Société littéraire et scientifique.* — Proceedings of the Literary and Philosophical Society, LVI. 1901-1902. 8°.

LONDRES. *Société Royale.* — Proceedings of the Royal Society, LXXII (482-487), LXXIII (488-496), LXXIV (497). 1903-1904. 8°. — Reports to the Malaria Committee, VIII. 1903. — Reports of the Sleeping sickness Commision, nos 2-4. 1903. 8°. — Obituary notices of fellows, I (3). 1904. 8°.

LONDRES. *Société Royale astronomique.* — Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, LXIII (9), LXIV (1-8). 1903-1904. 8°.

LONDRES. *Société Linnéenne.* — The Journal of the Linnean Society : Zoology, XXIX (188-189). — Botany, XXXV (247-248), XXXVI (252-253). 1903-1904. 8°. — Proceedings, 115e session. 1902-1903. 8°. — List of members, 1903-1904. 8°.

LONDRES. *Société Royale de microscopie.* — Journal of the Royal Microscopical Society, 1903 (5-6), 1904 (1-3). 8°.

LONDRES. *Institut des Ingénieurs civils.* — Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers, CLI, CLII, CLIII. 1903. 8°. — Subject-Index, vol. CXIX-CL. 1894-1902. 8°.

MANCHESTER. *Société littéraire et scientifique.* — Memoirs of the Literary and Philosophical Society, 4th ser. XLVIII (6), XLVIII (1-2). 1902-1904. 8°.

Belgique.

BRUXELLES. *Académie Royale de Belgique.* — Bulletin de la classe des sciences, 1903 (8-12), 1904 (1-2). 8°. — Annuaire, 1904. 18°

BRUXELLES. *Musée du Congo.* — Annales. Botanique : 5e sér., I (2) ; 6e sér., I (1). 1904. F°. — Zoologie : 3e sér., I (1), II (1). 1903. F°. — Annexe aux Annales. Ethnographie et Anthropologie : 4e sér., fasc. 1-5. 1903-1904. F°.

BRUXELLES. *Société Royale de botanique.* — Bulletin, XL (1-3). 1901. 8°.

BRUXELLES. *Société entomologique de Belgique.* — Annales. XLVII. 1903. 8°. — Mémoires. X, XI. 1903. 8°.

BRUXELLES. *Société Royale Linnéenne.* — Bulletin, XXIX (1-8). 1903-1904. 4°.

LIÈGE. *Société géologique de Belgique.* — Annales, XXX (2), XXXI (1). 1904. 8°.

Pays-Bas.

AMSTERDAM. *Académie Royale des sciences.* — Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Eerste Sectie : VIII (3-5). 1903. 8° ; Tweede Sectie : IX (4-9). 1903. 8°. — Verslag van de gewone Vergaderingen der Wis-en Natuurkundige Afdeeling,

XI (1-2). 1902-1903. — Proceedings of the Section of Sciences, V (1-2). 1904. 8°. — Jaarboek, 1902. 8°.

AMSTERDAM. *Société mathématique.* — Nieuw Archief voor Wiskunde, 2e sér., VI (2). 1903. 8°. — Wiskundige opgaven met de oplossingen, IX (1). 1904. 8°. — Revue semestrielle des publications mathématiques, XII (1). 1904. 8°.

GRONINGUE. *Société des sciences naturelles.* — Verslag van het Natuurkundig Genootschap. CII. 1902. 8°.

HARLEM. *Société Hollandaise des sciences.* — Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, 2e sér., VIII (5), IX (1-3). 1903-1904. 8°.

HARLEM. *Musée Teyler.* — Archives du Musée Teyler, 2e sér., VIII (4-5). 1903-1904. 4°. — Catalogue de la bibliothèque, III. 1888-1903. (1904). 4°.

MIDDELBOURG. *Société des sciences de la Zélande.* — Archief. Vroegere en latere mededeelingen voornamelyk in betrekking tot Zeeland. VIII (5). 1902, 1903. 8°. — Zelandia illustrata, 3e vervolg. 1902. 8°.

UTRECHT. *Société provinciale des arts et des sciences.* — Verslag van het verhandelde in de algemeene vergadering van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, 1903. 8°. — Aantekeeningen van het verhandelde in de sectie-vergaderingen, ter gelegenheid van de algemeene vergadering. 1903. 8°.

Danemark.

COPENHAGUE. *Académie Royale des sciences.* — Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter, 6e série, Naturvidenskabelig och mathematisk afdeling, XI (5-6), XII (3-4) ; 7e sér., II (1). 1903-1904. 4°. — Oversigt over det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger, 1903 (2-6), 1904 (1-3). 8°.

COPENHAGUE. *Société botanique.* — Botanisk Tidsskrift, XXV (3). 1903. 8°.

COPENHAGUE. *Société d'histoire naturelle.* — Videnskabelige Meddelelser fra Naturhistorisk Forening i Kjöbenhavn, 6e sér., V. 1903. 8°.

Suède et Norvège.

CHRISTIANIA. *Société des sciences naturelles.* — Nyt Magazin for Naturvidenskaberne, XLI (1-4). 1903. 8°.

GŒTEBORG. *Société des sciences.* — Götebogrs Kungl. Vetenskaps och Vitterhets Samhälles Handlingar, 4e sér., V-VI. 1903. 8°.

LUND. *Université.* — Acta Universitatis Lundensis. II. Fysiografiska Sällskapets Handlingar, XXXVIII, XXXIX. 1902-1903. 4°.

STOCKHOLM. *Académie Royale des sciences.* — Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar, XXXVII (4-8). 1903-1904. 4°. — Arkiv för botanik, I (1-4), II (1-3). 1903-1904. 8°. — Arkiv för zoologi, I (1-2). 1903. 8°. — Arkiv för kemi, mineralogi och geologi, I (1-2). 1903-1904. 8°. — Arkiv för matematik, astronomi, och fysik, I (1-2). 1903. 8°. — Årsbok för år 1903. 8°. — Sveriges offentliga Bibliotek. Accessions-katalog, I, II, III, IV, V, VI. 1887-1892. 8°.

TRONDHJEM. *Société Royale des sciences.* — Det Kongelige Videnskabers Selskabs Skrifter, 1902. 8°.

UPSAL. *Observatoire.* — Bulletin météorologique mensuel de l'Observatoire de l'Université d'Upsal, XXXV. 1903. 4°.

Russie.

HELSINGFORS. *Société finlandaise des sciences.* — Observations publiées par l'Institut météorologique central, XVI, XVII. 1897-1898. F°. — État des glaces et des neiges en Finlande pendant l'hiver 1892-1893. (1904). F°.

MOSCOU. *Société Impériale des Naturalistes.* — Bulletin, 2e série, 1902 (4), 1903 (2-3). 8°.

RIGA. *Société des Naturalistes.* — Correspondenzblatt des Naturforscher-Vereins zu Riga. XLVI. 1903. 8°.

SAINT-PÉTERSBOURG. *Observatoire physique central de Russie.* — Annalen des physikalischen Central Observatoriums. 1901 (1-2). 1903. 4°.

SAINT-PÉTERSBOURG. *Société Impériale russe de géographie.* — Izviéstiia Imperatorskago Rousskago geographitcheskago Obchtchestva, XXXVII (6), XXXVIII (5), XXXIX (1-5). 1901-1903. 8°. — Ottchett, 1902 (1-2). 8°.

Allemagne.

ANNABERG. *Société des sciences naturelles.* — Bericht über den Annaberg-Buchholzer Verein für Naturkunde, XI. 1898-1903. 8°.

BERLIN. *Académie Royale des sciences.* — Sitzungsberichte der königlich preussichen Akademie der Wissenschaften, 1903 (40-53), 1904 (1-24). 4°.

BERLIN. *Société botanique.* — Verhandlungen des botanischen Vereins der Provinz Brandenburg, XLV. 1903. 8°.

BERLIN. *Société de géographie.* — Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde, 1903 (7-10), 1904 (1-6). 8°.

BERLIN. *Société géologique.* — Zeitschrift der deustchen geologischen Gesellschaft, LV (2-4). 1903. 8°.

BERLIN. *Société de physique.* — Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft, neue Folge, V (3-24), VI (1-2). 1903-1904. 8°.

BERLIN. *Société des Naturalistes.* — Sitzungsberichte der Gesellschaft Naturforschender Freunde, 1903. 8°.

BONN. *Société d'histoire naturelle.* — Verhandlungen des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande und Westfalens, LX (1-2). 1903. 8°.

BONN. *Société des sciences naturelles et médicales.* — Sitzungsberichte der Niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde, 1903 (1-2). 8°.

BRÊME. *Société des sciences naturelles.* — Abhandlungen herausgegeben von naturwissenschaftlichen Vereine, XVII (3). 1903. 8°.

BRUNSWICK. *Société des sciences naturelles.* — Jahresbericht des Vereins für Naturwissenschaft zu Braunschweig, IX, XII, XIII. 1893-1903. 8°.

CHEMNITZ. *Société des sciences naturelles.* — Bericht der naturwissenschaftlichen Gesellschaft, XV. 1899-1903. 8°.

DARMSTADT. *Sociétés géographique et géologique.* — Notizblatt des Vereins für Erdkunde und der Grossh. geologischen Landesanstalt, 4e Folge, XXIII. 1902. 8°.

DRESDE. *Société Isis.* — Sitzungsberichte und Abhandlungen der naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis, 1903. 8°.

DRESDE. *Société des sciences naturelles et médicales.* — Jahresbericht der Gesellschaft für Natur- und Heilkunde, 1902-1903. 8°.

DRESDE. *Société de géographie.* — Verein für Erdkunde. Mitglieder-Verzeichnis, 1904. 8°. — Litteratur der Landes-und Volkskunde des königreichs Sachsen. Nachtrag, IV. 1903. 8°.

ERFURT. *Académie des sciences.* — Jahrbücher der kön. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften, neue Folge, XXX. 1904. 8°.

ERLANGEN. *Société physico-médicale.* — Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Societät, XXXIV. 1902. 8°. — Verhandlungen, I, II. 1865-1870. 8°.

FRANCFORT-SUR-MEIN. *Société des sciences naturelles.* — Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft, 1903. 8°. — Abhandlungen, XXVII (2-3), XXIX (1). 1903-1904. 4°.

GŒRLITZ. *Société des sciences.* — Neue Lausitzisches Magazin herausgegeben von der Oberlausitzischen Gesellschaft der Wissenschaften, LXXIX. 1903. 8°. — Codex diplomaticus Lusatiæ superioris, II (4). 1903. 8°.

GOETTINGUE. *Société Royale des sciences.* — Nachrichten von der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften. Geschäftliche Mittheilungen, 1903 (2), 1904 (1); Mathematisch-physische Klasse, 1903 (5-6), 1904 (1-2). 8°.

HALLE. *Académie des Curieux de la Nature.* — Nova Acta Academiæ Cæsareæ Leopoldino-Carolinæ germanicæ Naturæ Curiosorum, LXXI, LXXII, LXXIV, LXXV, LXXVI, LXXX, LXXXI. 1898-1903. 4°. — Leopoldina, XXXV, XXXVII, XXXVIII, XXXIX. 1898-1903. 4°.

HAMBOURG. *Société des sciences naturelles.* — Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften, herausgegeben von naturwissenschaftliche Verein, XVIII. 1904. 4°. — Verhandlungen, 3e Folge, XI. 1903. 8°.

HAMBOURG. *Société d'Histoire naturelle.* — Verhandlungen des Vereins für naturwissenschaftliche Unterhaltung, XII. 1904. 8°.

HANAU. *Société des sciences.* — Bericht der Wetterauischen Gesellschaft. 1899-1903. 8°.

HEIDELBERG. *Société d'histoire naturelle et de médecine.* — Verhandlungen des naturhistorisch-medizinischen Vereins, neue Folge, VII (3-5). 1904. 8°.

KASSEL. *Société des sciences naturelles.* — Abhandlungen und Bericht des Vereins für Naturkunde, XLVIII. 1902-1903. 8°.

KIEL. *Commission pour l'exploration scientifique des mers d'Allemagne.* — Wissenschaftliche Meeruntersuchungen, herausgegeben von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und der biologischen Anstalt auf Helgoland, VII, VIII. 1903. 4°.

KOENISBERG. *Société physico-économique.* — Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft, XLIV. 1903. 8°.

LEIPZIG. *Journal botanique.* — Botanische Zeitung, LXI (I. 10-12; II. 20-24). 1903. 4°.

LEIPIZG. *Société Royale des sciences.* — Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der königlich-sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, XXVIII (4-7). 1903. 8°. — Berichte über die Verhandlungen, mathematisch-physische Classe, LV (3-6), LVI (1-3). 1903-1904. 8°.

LEIPZIG. *Société Jablonowski.* — Jahresbericht der fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft, 1904. 8°.

LEIPZIG, *Société de géographie.* — Mittheilungen des Vereins für Erdkunde. 1903 (1). 8°. — Wissenschaftliche Veröffentlichungen, VI. 1904. 8°.

LEIPZIG. *Société des sciences naturelles.* — Sitzungsberichte der Naturforschenden Gesellschaft. 1901-1902. 8°.

LUNEBOURG. *Société des sciences naturelles.* — Jahreshefte des naturwissenschaftlichen Vereins für das Fürstenthum Lüneburg, XVI. 1902-1904. 8°.

METZ. *Académie.* — Mémoires de l'Académie, 3e série, XXX. 1900-1901. 8°.

MULHOUSE. *Société industrielle.* — Bulletin de la Société industrielle, LXXIII (8-12), LXXIV (1-4). 1903-1904. — Enquête décennale sur les institutions d'initiative privée destinées à favoriser l'amélioration de l'état matériel et moral de la population dans la Haute-Alsace. 1878. 8°.

MUNICH. *Académie royale des sciences.* — Sitzungsberichte der matematisch-physikalischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften, XXXIII (3-5), XXXIV (1). 1903-1904. 8°. — Abhandlungen, XXII (1). 1903. 4°. — Rede, 1902. 4°. — Festrede. 1903. 4°.

NUREMBERG. *Société d'histoire naturelle.* — Jahresbericht der naturhistorischen Gesellschaft, 1902. 8°. — Abhandlungen, XV (1). 1903. 8°.

RATISBONNE. *Société des sciences naturelles.* — Berichte des naturwissenschaftlichen Vereines zu Regensburg, IX. 1901-1902. 8°.

RATISBONNE. *Société Royale de botanique.* — Denkschriften der Kgl. botanischen Gesellschaft in Regensburg, neue Folge, II. 1903. 8°.

STUTTGART. *Société des sciences naturelles.* — Jahreshefte des Vereins für vaterländischen Naturkunde in Württemberg, LX. 1904. 8°. — Verzeichniss der mineralogischen, geologischen, urgeschichtligen und hydrologischen Litteratur von Württemberg Hohenzollern und der angrenzenden Gebieten, III. 1904. 8°.

WIESBADEN. *Société des sciences naturelles.* — Jahrbücher der Nassauischen Vereins für Naturkunde, LVI. 1903. 8°.

WURZBOURG. *Société physico-médicale.* — Verhandlungen der physikalisch-medicinischen Gesellschaft, neue Folge, XXXV (4-8), XXXVI (1-7). 1903-1904. 8°. — Sitzungsberichte, 1902 (1-6), 1903 (1-8). 8°.

Autriche-Hongrie.

AGRAM (ZAGREB). *Société d'histoire naturelle de Croatie.* — Glasnik hrvatskoga naravostovnoga drŭstva, XIV (1-2), XV (1-2). 1902-1904. 8°.

BRUNN. *Société des sciences naturelles.* — Verhandlungen des Naturforschenden Vereines, XLI. 1902. 8°. — Bericht der meteorologischen Commission, XXI. 1901. 8°.

BUDAPEST. *Institut central ampélologique hongrois.* — Annales, III (1). 1904. 8°.

CRACOVIE. *Académie des sciences.* — Bulletin international, 1903 (7-10), 1904 (1-3). 8°. — Sprawozdanie komisyi fizyograficznej, XXXVII, 1903. 8°. — Katalog literatury naukowej polskiej, III (1-3). 1903. 8°.

GRAZ. *Société des médecins.* — Mitteilungen des Vereines der Ärzte in Steiermark, XL, 1903. 8°.

HERMANNSTADT. *Société des sciences naturelles de Transylvanie.* — Verhandlungen und Mitteilungen des Siebenbürgischen Vereins für Naturwissenschaften, LII. 1902. 8°. — Abhandlungen, I, II. 1901-1902. 8°.

INNSBRUCK. *Muséum.* — Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol und Vorarlberg, 3e Folge, XLVII. 1903. 8°.

KLAGENFURT. *Muséum d'histoire naturelle.* — Meitteilungen des naturhistorischen Landesmuseums für Kärnten. Carinthia, II, XCXIII (4-6), XCXIV (1-3). 1903-1904. 8°.

KOLOZSVART. *Muséum d'histoire naturelle.* — Ertesitö az Erdélyi Múzeum-Egylet. Orvos-természet tud. zettudományi szakosztályából. II. Természettudományi szak, XXV (1-2). 1903. 8°.

POLA. *Bureau hydrographique de la Marine Impériale.* — Mitteilungen aus dem Gebiete des Seewesens, XXXI (11-12), XXXII (1-8). 1903-1904. 8°. — Veröffentlichungen des Hydrographischen Amtes der kais.-königl. Kriegs-marine in Pola, Fortlaufende nos 16, 17, 18, 1903-1904. 4°. — Meteorologische Termin-Beobachtungen in Pola, Senebico und Teodo, 1903 (9-12), 1904 (1-5). 4°.

PRAGUE. *Observatoire.* — Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte, LXIV. 1903. 4°.

PRAGUE. *Société d'histoire naturelle « Lotos ».* — Sitzungsberichte des deutschen naturwissenschaftlich-medicinischen Vereines für Böhmen « Lotos », neue Folge, XXIII. 1903. 8°.

ROVERETO. *Académie des sciences, lettres et arts.* — Atti dell' I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati, serie 3a, IX (3-4), X (1). 1903-1904. 8°.

VIENNE. *Académie Impériale des sciences.* — Sitzungsberitchte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften : Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe, CX (1-10, IIa. 4-10, IIb. 2-10, III. 1-10), CXI (I. 1-9, IIa. 1-10, IIb. 1-10, III. 1-10). 1901-1902. 8°. — Anzeiger, XLI (18-27, XLII (1-13). 1903-1904. 8°. — Register, XV. 1902. 8°. — Mittheilungen der Erdbeben. Commission, neue Folge, nos I-XIII. 1901-1902. 8°.

VIENNE. *Institut géologique.* — Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt, LII (3-4), LIII (1-3). 1902-1903. 4°. — Verhandlungen, 1903 (12-18), 1904 (1-8). 4°.

VIENNE. *Musée d'histoire naturelle.* — Annalen der k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Jahresbericht für 1902. 8°.

VIENNE. *Société de zoologie et de botanique.* — Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft, LIII. 1903. 8°.

Suisse.

BALE. *Société des sciences naturelles.* — Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft, XV (2). 1904. 8°.

BERNE. *Société de botanique.* — Berichte der Schweizerischen botanischen Gesellschaft; XIII. 1903. 8°.

COIRE. *Société des sciences naturelles.* — Jahres-Bericht der Naturforschenden Gesellschaft Graubündens, neue Folge, XLVI. 1902-1904. 8°.

FRIBOURG. *Société Fribourgeoise des sciences naturelles.* — Bulletin, XI. 1902-1903. 8°.

GENÈVE. *Société de physique et d'histoire naturelle.* — Mémoires, XXXIV (4). 1904. 4°.

LAUSANNE. *Société vaudoise des sciences naturelles.* — Bulletin XXXIX (147-148), XL (149). 1903-1904. 8°.

NEUCHATEL. *Société neuchâteloise des sciences naturelles.* — Bulletin, XXVIII. 1899-1900. 8°.

SAINT-GALL. *Société des sciences naturelles.* — Bericht über die Thätigkeit der St. Gallischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft. 1900-1901. 8°. — Jarbuch, 1901-1902. 8°.

SION. *Société Murithienne.* — Bulletin des travaux, XXXII. 1903. 8°.

ZURICH. *Société des sciences naturelles.* — Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gesellschaft, XLVIII (3-4). 1903. 8°.

Italie.

CATANE. *Académie des sciences naturelles.* — Bullettino delle sedute dell' Accademia Gioenia di scienze naturali, fasc., 78, 79. 1903. 8°.

FLORENCE. *Académie des Géorgophiles.* — Atti della Reale Accademia economico-agraria dei Georgofili, 4ª ser., XXVI (3-4) ; 5ª ser., I (1). 1903-1904. 8°.

FLORENCE. *Société entomologique italienne.* — Bullettino della Società entomologica italiana, XXXV (1-4). 1903. 8°.

GÊNES. Malpighia. Rassegna mensuale di Botanica, XVII (9-12), XVIII (1-5). 1903-1904. 8°.

MILAN. *Institut Royal des sciences et lettres.* — Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze

matematiche e naturali, XXXVI (10-20), XXXVII (1-3). 1903-1904. 8°. — Memorie. Classe di scienze matematiche e naturali, XIX (9-11), XX (1-2), 1903-1904. 4°.

MILAN. *Observatoire.* — Osservazioni meteorologiche eseguite nell' anno 1902. 4°.

MILAN. *Société italienne des sciences naturelles.* — Atti della Società italiana di scienze naturali, XLII (3-4), XLIII (1-2). 1903-1904. 8°.

MODÈNE. *Académie Royale des sciences, lettres et arts.* — Memorie della Regia Accademia di scienze, lettere ed arti, 3ª ser., IV. 1902. 4°.

NAPLES. *Société des naturalistes.* — Bullettino della Società dei naturalisti, XVII. 1903. 8°.

PISE. *Société des sciences naturelles.* — Atti della Società toscana di scienze naturali. Processi-verbali, XIII (9), XIV (1-4). 1903-1904. 8°. — Memorie, XIX. 1903. 4°.

ROME. *Académie Pontificale des Nuovi Lincei.* — Atti dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, LVI (1-7). 1903. 4°.

ROME. *Académie Royale des Lincei.* — Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei, 5ª ser., XII (II; 6-12), XIII (I; I-12), XIII (II; 1). 1903-1904. 4°. — Rendiconto dell' adunanza solenne del 5 giugno 1904. 4°.

ROME. *Revue d'artillerie et génie.* — Rivista di artigliera e genio, XX (ottobre-dicembre), XXI (gennaio-giugno). 1903-1904. 8°.

SIENNE. *Académie.* — Atti della Reale Accademia dei Fisiocritici 4ª ser., XV (7-10). 1903. 8°.

SIENNE. *Jardin botanique.* — Bullettino dell laboratorio ed orto botanico, VI (1-4). 1904. 8°.

TURIN. *Académie Royale des sciences.* — Atti della R. Accademia delle scienze, XXXVIII (8-15). 1903. 8°.

VENISE. *Institut Royal vénitien des sciences, lettres et arts.* — Atti del Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti, LXI (10), LXII (1-10). 1902-1903. 8°. — Memorie, XXVII (1-2). 1902-1903. 4°.

Roumanie.

BOUCAREST. *Académie roumaine.* Discursurile de receptiune ale Membrilor Academiei Române, XXV. 1903. 4°.

BOUCAREST. *Institut météorologique de Roumanie.* — Analele Institutului meteorologic al României, XVI. 1900. 4°. — Buletinul lunar al observatiunilor meteorologice din România, XI, XII. 1892-1903. 4°. — Index des publications de l'Institut, 1885-1903. 8°.

Espagne.

MADRID. *Académie des sciences.* — Revista de la Real Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales, I (1-4). 1904. 8°. — Anuario, 1904. 16°.

SAN-FERNANDO. *Observatoire de la Marine.* — Anales del instituto y Observatorio de Marina. Secc. 2ª. Observaciones meteorologicas, año 1901, año 1902, año 1903. F°. — Almanaque nautico, 1905. 8°.

Portugal.

COIMBRE. *Société botanique.* — Sociedade Broteriana. Bolletim, XIX. 1902. 4°.

AFRIQUE.

Egypte.

LE CAIRE. *Institut Egyptien.* — Bulletin, 4e sér., III (5-8), IV (1-2). 1902-1903. 8°.

Cap de Bonne-Espérance.

LE CAP. *Association pour l'avancement des sciences.* — Report of the south African Association for the advancement of science, I. 1903. 8°.

LE CAP. *Observatoire.* — Annals of the Cape Observatory, II (3), XI (1). 1901. 4°.

AMÉRIQUE.

AMÉRIQUE DU NORD.

Canada.

OTTAWA. *Société Royale du Canada.* — Proceedings and Transactions of the Royal Society of Canada, 2d ser., VIII. 1902. 8°.

États-Unis.

ALBANY. *Université de l'État de New-York.* — New-York State Library. Annual Report, LXXXIV, LXXXV (1-2). 1901-1902. 8°. — New-York State Museum. Annual Report. LIV (1-4), LV (1). 1900-1901. 8°. — Bulletin, nos 44, 52-62, 64-67. 1901-1903. 8°. — College Department. Annual report, IV, V. 1901-1902. 8°.

BALTIMORE. *Université.* — American Journal of Mathematics. XXV (2-4). 1903. 4°. — John Hopkins University circulars, XXII (163). 1903. 4°.

BERKELEY. *Université de Californie.* — Publications of the Lick Observatory, II, IV, V, VI. 1901-1904. 4°. — Bulletin, II (48-57). 1903-1904. 4°.

BOSTON. *Académie des arts et sciences.* — Proceedings of the American Academy of arts and sciences. XXXVIII (26), XXXIX (1-21). 1903-1904. 8°. — Memoirs, XIII (1). 1904. 4°.

BROOKLYN. *Institut des arts et sciences.* — Cold Spring Harbor Monographs, I, II. 1903. 8°.

CAMBRIDGE. *Muséum de zoologie comparée.* — Mémoirs of the Museum of comparative Zoology at Harvard College XXIX, plates. 1903. 4°. — Bulletin, XXXIX (9), XL (7), XLI (2), XLII (5), XLIII (1), XLIV, XLV (1-2), XLVI (1). 1903-1904. 8°. — Annual Report of the Keeper, 1902-1903. 8°.

CAMBRIDGE. *Observatoire.* — Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College, XLIII (3), XLVI (1), XLVIII (5-9), LI. 1903. 4°. — Annual Report of the Director, LVIII. 1903. 8°. — Circulars, nos 72-75. 1903-1904. 4°.

CHAPEL HILL. *Société scientifique.* — Journal of the Elisha Mitchell scientific Society, XX (1-2), 1904. 8°.

CINCINNATI. *Bibliothèque Lloyd.* — Bulletin of the Lloyd Library. VI. 1903. 8°.

COLORADO SPRINGS. *Société scientifique.* — Colorado College Studies, XI. 1904. 8°.

GRANVILLE (Ohio). *Université.* — Bulletin of the scientific laboratories of the Denison University, XII (5-7). 1902-1903. 8°.

LAWRENCE. *Université.* — Bulletin of the University of Kansas. Science Bulletin, II (1-9). 1903. 8°.

MADISON. *Académie des sciences, arts et lettres.* — Transactions of the Wisconsin Academy of sciences, arts and letters, XIII (2), XIV (1), 1901-1902. 8°.

MINNEAPOLIS. *Exploration du Minnesota.* — Geological and natural history Survey of Minnesota. Zoological series, III, IV. 1897-1903. 8°.

MISSOULA. *Université de Montana.* — Bulletin of the University of Montana, VII, IX, XIII, XIV, XVI, XVII, XVIII, XX. 1902-1903. 8°.

NEW-YORK. *Académie des Sciences.* — Annals of the New-York Academy of science, XIV (3-4), XV (1). 1903-1904. 8°.

NEW-YORK. *Musée d'histoire naturelle.* — Bulletin of the American Museum of natural history, XVIII (2), XIX. 1903-1904. 8°. — Annual Report, 1903. 8°. — Memoirs, I (8). 1903. 4°.

NEW-YORK. *Société de géographie.* — Bulletin of the American geographical Society, XXXV (4-5), XXXVI (1-7). 1903-1904. 8°.

NEW-YORK. *Société mathématique.* — Bulletin of the American Mathematical Society, 2d ser., X (8-10). 1904. 8°.

PHILADELPHIE. *Académie des sciences naturelles.* — Proceedings of the Academy of natural sciences, LV (1-3). 1903. 8°.

PHILADELPHIE. *Société scientifique américaine.* — Proceedings of the American Philosophical Society, XLII (173-174), XLIII (175). 1903-1904. 8°.

ROCHESTER. *Académie des sciences.* — Proceedings of the Rochester Academy of science, IV (2-7). 1901-1903. 8°.

SAINT-LOUIS. *Jardin botanique.* — Missouri botanical Garden, Annual Report, XIV, XV. 1903-1904. 8°.

SAN-FRANCISCO. *Académie des sciences.* — Proceedings of the California Academy of sciences, 3d ser., Zoology, III (5) ; Botany, II (10); Geology, II (1); Math.-Phys., I (8). 1902-1903. 8°.

TOPEKA. *Académie des sciences.* — Transactions of the Kansas Academy of science, XVIII. 1903. 8°.

WASHINGTON. *Département de l'Agriculture.* — Yearbook. 1903. 8°.

WASHINGTON. *Département de l'Intérieur.* — U. S. Geological Survey. Professional Paper, nos 9-15. 1902-1903. 4°. — Water supply and Irrigation Paper, nos 80-87. 1903. 8°.

WASHINGTON. *Bureau hydrographique.* — Report of the Superintendent of the U. S. Coast and geodetic Survey, 1902-1903. 4°.

WASHINGTON. *Observatoire de la Marine.* — Publications, 2d ser., V. 1903. 4°. — Report of the Superintendent of the U. S. Naval Observatory for the year 1903. 8°.

WASHINGTON. *Académie nationale des sciences.* — Memoirs of the national Academy of sciences, VIII (7). 1902. 4°.

WASHINGTON. *Institution Smithsonienne.* — Smithsonian Contributions to Knowledge, XXIX (1413). 1904. 4°. — Miscellaneous Collections, XXXVII (856), XLIV (1374), XLV (1419). 1893-1904. 8°. — Annual report of the Board of Regents. 1902. 8°.

WASHINGTON. *Bureau d'Ethnologie.* — Annual Report of the Bureau of American Ethnology, XX. 1898-1899. 4°.

WASHINGTON. *Musée national.* — Proceedings of the U. S. National Museum, XXV, XXVI. 1903. 8°. — Annual Report 1901, 1902. 8°.

Mexique.

MEXICO. *Institut géologique.* — Boletin del Instituto geologico de Mexico, nos 7-9. 1897. 4°. — Parergones, I (1). 1903. 8°.

MEXICO. *Observatoire météorologique central.* — Boletin mensual del Observatorio meteorologico central de Mexico, 1902 (3-5). 4°.

MEXICO. *Société scientifique.* — Memorias de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate », XVIII (3-6), XIX (1-7), XX (1-4). 1902-1903. 8°.

AMÉRIQUE CENTRALE.

Salvador.

SAN SALVADOR. *Musée national.* — Anales del Museo national, I (3-8). 1903-1904. 8°.

AMÉRIQUE DU SUD.

Brésil.

RIO DE JANEIRO. *Observatoire national.* — Annuario publicado pelo Observatorio, XIX, XX. 1903-1904. 12°. — Boletin mensal, 1903 (1-6). 4°.

République Argentine.

BUENOS-AIRES. *Musée national.* — Anales del Museo nacional de Buenos-Aires, ser., 3, II. 1903. 8°.

BUENOS-AIRES. *Institut géographique.* — Boletin del Instituto geographico argentino, XXII (1-6). 8°.

BUENOS-AIRES. *Observatoire météorologique.* — Boletin meteorologico del Observatorio Mñor. Lasagna del Colegio Pio IX de Artes e Oficios en Buenos-Aires-Almagro, V (9). 1899-1900. 8°.

BUENOS-AIRES. *Société scientifique Argentine.* — Anales de la Sociedad cientifica Argentina, LVI (1-6), LVII (1-4). 1903-1904. 8°.

LA PLATA. *Musée.* — Anales del Museo. Sección botánica, I. 1897. F°.

Uruguay.

MONTEVIDEO. *Musée national.* — Anales del Museo nacional. V (1). 1903; ser. 2, n° 1. 1904. 4°.

MONTEVIDEO. *Observatoire météorologique.* — Boletin mensual del Observatorio meteorologico del Colegio Pio de Villa Colon, XV (10-12), XVI (1-6), XVII (7-12). 1902-1903. 4°.

ASIE.

Inde.

CALCUTTA. *Société asiatique du Bengale.* — Journal of the Asiatic Society of Bengal, part 2: LXXII (1-4); part 3: LXXII (1-2) 1903. 8°. — Proceedings, 1902 (11), 1903 (1-10). 8°.

KODAIKANAL. *Observatoire.* — Report of the Kodaikanal and Madras Observatories for the period 1st January to 31st December 1903. F°.

OCÉANIE.

Java.

BATAVIA. *Observatoire.* — Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië, XXIV. 1902. 8°.

Australie.

MELBOURNE. *Société Royale de Victoria.* — Proceedings of the Royal Society of Victoria, XVI (1-2). 1903-1904. 8°.

SYDNEY. *Société Linnéenne de la Nouvelle-Galles du Sud.* — The Proceedings of the Linnean Society of New South Wales, 2d ser., XXIV (1-3). 1899. 8°.

SYDNEY. *Jardin botanique.* — Botanic Gardens and Domains. Report of Director for the year 1902. F°.

§ 3. — *Ouvrages divers.*

ARDOUIN (P.). — Enorme Angiome de la paroi abdominale. Ablation. Guérison. Caen. 1904. 8°. — Enchondrome de l'annulaire droit. Amputation. Caen. 1904. 8°.

BIGOT (A.). — Notes sur l'histoire physique de la vallée de l'Orne. I. Les anciennes terrasses de Feuguerolles (Calvados). Rouen. 1903. 8°. — Progrès des Sciences géologiques en Basse-Normandie de 1875 à 1895. Caen. 1897. 8°. — Contribution à l'étude de la faune jurassique de Normandie. 2e mémoire. Sur les Opis. Caen. 1895. 4°. — Sur les dépôts pléistocènes et actuels du littoral de la Basse-Normandie. Paris, 1897. 4°. — Leçon d'ouverture du cours de géologie de la Faculté des sciences de Caen de l'année 1896-97. Caen. 1897. 8°. — Echinodermes bathoniens du Calvados. Caen. 1898. 8°. —La vallée de l'Orne aux environs de Caen. Caen. 1898. 8°. — Sur le projet d'alimentation de la ville d'Argentan en eaux potables. Caen. 1898. 8°. — Observations à propos d'un travail de M. Masse sur le Synclinal de la Brèche-au-Diable et le Silurien normand. Caen. 1903. 8°. — Voir DESLONGCHAMPS, ŒHLERT.

BODENHEIMER (C.). — Le bill Mac-Kinley. Ses origines et ses effets. Mulhouse. 1891. 8°.

Bois (D.). — Contribution à l'étude de l'*Oligostemon pictus* Benth. Paris. 1903. 8°. — Visites de cultures. Paris. 1903. 8°. — Une nouvelle espèce de pommier, le *Pirus Doumeri* originaire du Lang Bian (Annam). Paris. 1904. 8°. — Les plantes potagères à cultiver dans les pays chauds. Paris. 1904. 8°.

Bureau (Emile) et Camus (Fernand). — Les sphaignes de Bretagne. Nantes. 1896. 8°.

Caballé. — Voir Torroja (Eduardo).

Camus (Fernand). — Catalogue des sphaignes de la flore parisienne. Paris. 1903. 8°. — Muscinées recueillies en Corse en mai et juin 1901. Paris. 1902. 8°. — Notice sur M. Em. Bescherelle. Paris. 1903. 8°. — Le *Sphagnum Russowi* Warnst. aux environs de Paris. Paris. 1903. 8°. — Voir Bureau.

Cardot (J.) et Thériot (I.). — Mousses du Kouy-Tcheou (Chine) récoltées par Em. Bodinier. — Mousses de la Nouvelle-Calédonie récoltées par le Dr de La Combe. Le Mans. 1904. 8°.

Caullery (Maurice) et Mesnil (Félix). — Sur un organisme nouveau (*Pelmatosphæra polycirri* n. g., n. sp.) parasite d'une Annélide (*Polycirrus hæmatodes* Clap.) et voisin des Orthonectides. Paris. 1904. 8°. — Sur un type nouveau (*Sphæractinomyxon stolci* n. g., n. sp.) d'Actinomyxidies, et son développement. Paris. 1904. 8°.

Chiabrera (C.). — Voir Penzig.

Deslongchamps (J.-A. Eudes). — Histoire d'une vocation. Découverte du premier individu du *Teleosaurus cadomensis*. Manuscrit inédit communiqué par M. A. Bigot. Caen. 1896. 8°.

Dominguez (Juan A.). — Datos para la materia médica argentina, I. Buenos-Aires. 1903. 8°. — Nota sobre *Tagetes glandulifera* Schr. Buenos-Aires. 1901. 8°. — Contribucion al estudio micrográfico de los medicamentos simples de origen vegetal. Buenos-Aires. 1902. 8°.

Dollfus-Ausset. — Matériaux pour la coloration des étoffes. Paris. 1865. 2 vol. 8°.

Fauvel (Pierre). — Une expérience d'alimentation. Paris. 1903. 8°. —Un nouvel Oligochète des puits (*Trichodriloides intermedius* n. g., n. sp.). Paris. 1903. 8°. — Les prétendus Otocystes des Alciopiens (Annélides polychètes). Paris. 1903. 8°.

Forir (Henri). — Voir Lohest.

Foucaud (J.). — Note sur le *Spergularia rubra* var. *pinguis* Fenzl. Rochefort. 1903. 8°.

Gadeau de Kerville (Henri). — Notes de tératologie mammalogique et ornithologique. Rouen. 1902. 8°. — Matériaux pour la faune des hyménoptères de la Normandie. 1re, 2e, 3e et 4e no-

tes. Rouen, 1903. 8°. — Allocution prononcée à la séance du 9 janvier 1902 de la Société des amis des sciences naturelles. Rouen. 1902. 8°. — L'accouplement des hémiptères. Rouen. 1902. 8°. — I. L'accouplement des forficulidés (orthoptères). —. II. Description de coléoptères anomaux des genres Mecinus et Galerita, et de lépidoptères albins du genre Ocneria. Paris. 1903. 8°. — Veau et poulain à double tête. Paris. 1903. 8°. — Quelques réflexions sur l'intelligence du cheval domestique. Paris. 1903. 8°. — Sur les moyens employés par les oiseaux pour se faire comprendre de l'homme. Paris. 1903. 8°.

GIARD (Alfred). — Bulletin scientifique de la France et de la Belgique, XXXVIII. Paris. 1904. 8°.

GODLEWSKI (Emil). — Ein weiterer Beitrag zur Kenntnis der Intramolekularen Atmung der Pflanzen. Cracovie. 1904. 8°.

GRUNER (H.). — Les égouts de la ville de Mulhouse. Mulhouse. 1898. 8°.

HABETS (Alfred). — Voir LOHEST.

HALLOCK-GREENEWALT (Mary). — Pulse and rhythm. Philadelphia. 1903. 8°.

HEPITES (Stefan C.). — Esquisse historique des travaux astronomiques exécutés en Roumanie. Bruxelles. 1903. 8°.

HINRICHS (Carl Gustav). — First course in microchemical analysis. Saint-Louis. 1904. 8°.

HUSNOT (T.). — Revue bryologique, XXX (6), XXXI (1-3). Caen. 1903-1904. 8°.

ISTVANFFI (Gy de). — Sur l'hivernage de l'oïdium de la vigne. — Sur la perpétuation du mildiou de la vigne. Paris. 1904. 8°.

KARAMZINE. — Voyage en France. (1789-1790). Traduit par A. Legrelle. Paris. 1885. 18°.

KLUNZINGER (C. B.). — Zum Andenken an Dr. med. Wilhelm Steudel. Stuttgart. 1904. 8°. — Entgegnung auf Nüsslin's Ausführungen in der Gangfisch — Blaufelchen — Frage vom September 1903. Stuttgart. 1904. 8°.

LEGRELLE (Arsène). — Le Volga. Notes sur la Russie. Paris. 1877. 18°. — Marcus Ulpius Trajan. Paris. 1868. 12°. — Le Mont Alaric. Gand. 1888. 8°. — La révolte des Camisards. Braine-le-Comte. 1897. 8°. — Rapport sur la visite faite au jardin des plantes de Montpellier. Paris. 1893. 8°. — Voir KARAMZINE, OSTROVSKII.

LINDELÖF (L.). — Sur les polygones au plus petit périmètre, circonscrits à une ellipse donnée. Helsingfors. 1903. 4°.

LOHEST (Max.), HABETS (Alfred) et FORIR (Henri). — La géologie et la reconnaissance du terrain houiller du Nord de la Belgique. Liège. 1904. 8°.

MAIDEN (J.-H.). — A critical revision of the genus Eucalyptus, IV. Sydney. 1904. 4°.

MASTERS (Maxwell T.). — A general view of the genus Pinus. London. 1904. 8°.

MESNIL (F.) et MOUTON (H.). — Sur une diastase protéolytique extraite des infusoires ciliés. Paris. 1903. 8°. — Voir CAULLERY.

MOUTON (F.). — Voir MESNIL.

OEHLERT (D.-P.) et BIGOT (A.). — Note sur le Massif silurien d'Hesloup. Paris. 1898. 8°.

OSTROVSKII (A.-N.). — L'orage. Traduit par A. Legrelle. Gand. 1885. 12°.

PENNINGTON (Miles-Stuart). Uredineas del delta del Rio Paraná. 2ª parte. Buenos-Aires. 1903. 8°.

PENZIG (O.) et CHIABRERA (C.). — Contributo alla conoscenza delle piante acarofile. Genova. 1903. 8°.

PENOT (Dr. A.). — Les cités ouvrières de Mulhouse. Leurs bains et lavoirs, 4e édition. Mulhouse. 1902. 8°.

POLMAN MOOY. — La tulipe. Son histoire et sa culture. Haarlem. 1889. 12°.

ROSENSTIEHL (A.). — Les premiers éléments de la science de la couleur. Mulhouse. 1884. 8°.

ROUXEL (Georges). — Les « pierres encouplées » de Tourlaville. — Cherbourg. 1904. 8°.

[SAHUT]. — Félix Sahut (1835-1904). Notes bibliographiques et biographiques. Montpellier. 1904. 8°.

SCHOPP (H.). — Beiträge zur Kenntnis der diluvialen Flussschotter im westlichen Rheinhessen. 4°.

STAHL (Ernst). — Die Schutzmittel der Flechten gegen Tierfrass. Jena. 1904. 4°.

TASSI (Fl.). La ruggina dei crisantemi *(Puccinia chrysanthemi* Roze). Siena. 1903. 8°.

THÉRIOT (J.). — Voir CARDOT.

THIEULLEN (A.). — Le mammouth et le renne à Paris. Paris. 1903. 4°. — Hommage à Boucher de Perthes. Paris. 1904. 4°.

TORROJA Y CABALLÉ (Eduardo). — Teoria geometrica de las lineas alabeadas y de las superficies desarrollables. Madrid. 1904. 8°. — Tratado de geometria de la posición y sus aplicaciones a la geometria de la medida. Madrid. 1899. 8°.

URBAN (Ign.). — Flora Portoricensis. Lipsiae. 1903. 8°.

WILDEMAN (Emile de). — Icones selectæ Thenensis, IV (5-8). Bruxelles. 1903-1904. 8°. — Notice sur des plantes utiles ou intéressantes de la flore du Congo. I. Bruxelles. 1903. 8°.

LISTE DES MEMBRES

DE LA SOCIÉTÉ NATIONALE

DES SCIENCES NATURELLES ET MATHÉMATIQUES

DE CHERBOURG.

Fondateurs.

MM.

† Aug. LE JOLIS, I. ✿, directeur et archiviste perpétuel. († 20 août 1904).

† Emm. LIAIS, ❋, secrétaire honoraire. († 5 mars 1900).

† Comte Th. DU MONCEL, O. ❋, de l'Institut. († 16 février 1884).

Bureau pour 1904.

MM.

JACQUES-LE SEIGNEUR, ❋, président.

LE CANNELLIER, O. ❋, vice-président.

L. CORBIÈRE, I. ✿, secrétaire perpétuel.

BÉNARD, O. ❋, trésorier.

Membre honoraire.

M. le Dr Ed. BORNET, ❋, I. ✿, membre de l'Institut, à Paris.

Membres titulaires.

1re section. Sciences médicales.

MM.

LÉONARD, O. ✻, I. ✿, pharmacien en chef de la Marine, à Paris.

Dr R. COLLIGNON, ✻, I. ✿, médecin-major de 1re cl. au 25e de ligne.

Dr LE DUIGOU, médecin.

Dr MICHEL, O. ✻, I. ✿, directeur du service de santé de la Marine.

Dr LEFRANÇOIS, médecin spécialiste.

Dr ARDOUIN, chirurgien.

Dr HUBERT, A. ✿, médecin.

Dr Paul RENAULT, médecin.

Dr DELISLE, ✻, médecin de la Marine en retraite.

Dr TURBERT, médecin.

Dr FOLEY, médecin-major de 2e cl. au 2e zouaves, El Aricha (Alg.).

Dr BONNEFOY, ✻, médecin de 1re cl. de la Marine.

Dr DESLANDES, médecin.

CHALUFOUR, ✻, pharmacien principal de la Marine.

2e section. Histoire naturelle et Agriculture.

MM.

Baron Arthur de SCHICKLER, au château de Martinvast.

L. CORBIÈRE, I. ✿, professeur au Lycée.

DUTOT, I. ✿, ancien adjoint au maire de Cherbourg.

NICOLLET, I. ✿, ancien professeur.

Émile LE MAOUT, imprimeur-éditeur.

Pierre FAUVEL, professeur à l'Université catholique d'Angers.

L. A. MARTIN, commis principal de la Marine.

JACQUES-LE SEIGNEUR, ✻, commissaire principal de la Marine.

F. PICARD, entomologiste.

GRANDIN DE L'ÉPREVIER, capitaine au 25e de ligne.

3e section. Géographie et Navigation.

MM.

H. JOUAN, O. ✠, A. ✠, capitaine de vaisseau en retraite.

ARNAULT, ✠, lieutenant de vaisseau en retraite.

Lucien MOTTEZ, ✠, capitaine de frégate.

LE CANNELLIER, O. ✠, capitaine de vaisseau.

FÉPOUX, enseigne de vaisseau.

GAUCHET, ✠, capitaine de frégate.

CHAUDRON, capitaine d'infanterie coloniale.

4e section. Sciences physiques et mathématiques.

MM.

L. L. FLEURY, physicien.

E. BERTIN, C. ✠, I. ✠, directeur des Constructions navales, secrétaire honoraire de la Société.

CARLET, C. ✠, I. ✠, ancien directeur des Constructions navales.

MINARD, ✠, directeur des Travaux hydrauliques.

JUIN DE BAISSÉ, ✠, lieutenant-colonel du Génie, à Grenoble.

BÉNARD, O. ✠, sous-intendant militaire en retraite.

TREBOUL, ✠, ingénieur en chef de la Marine.

GUILLON, ✠, ingénieur civil.

JOMIER, ingénieur des Ponts-et-Chaussées.

GELLÉ, professeur de mathématiques, à Paris.

MÉTIVIER, architecte de la Ville.

CARÉ, électricien.

ROMAZZOTTI, O. ✠, ingénieur en chef de la Marine.

SORNEIN, O. ✠, colonel d'artillerie coloniale.

Membres correspondants.

MM.

ABELEVEN, secrétaire de la Société botanique, à Nymègue.
ABENDROTH, secrétaire de la Société de géographie de Dresde.
AGASSIZ (Alex.), directeur du Musée zoologique de Cambridge.
AGUILAR, secrétaire de la Société « Antonio Alzate », à Mexico.
AMEGHINO, directeur du Musée national de Buenos-Aires.
AMMON, anthropologiste, à Carlsruhe.
ARCANGELI, directeur du Jardin botanique de Pise.
ARECHEVALETA, directeur du Musée de Montevideo
ARDISSONE, professeur de botanique, à Milan.
ARESCHOUG (F. W. C.), professeur à l'Université de Lund.
ASCHERSON, professeur de botanique, à Berlin.
AUTRAN, botaniste, à Cordoba (République Argentine).
AVEBURY (John-Lubbork, Lord), Londres.
BAIL, professeur à l'Université de Dantzig.
BAKER, ancien conservateur des herbiers de Kew.
BALFOUR (J. B.), directeur du Jardin botanique d'Edimbourg.
BALL, professeur à l'Université de Dublin.
BARANIECKI, professeur à l'Université de Kiew.
BARBEY (W.), botaniste, à Valleyres-sous-Rances (Vaud).
BARBOZA DU BOCAGE, directeur du Musée de Lisbonne.
BARNABY (Sir Nathaniel), membre de la Société royale de Londres.
BECCARI, directeur du Jardin botanique de Florence.
BECK von MANNAGETTA, direct. du Jardin botanique de Prague.
BERGEVIN (Ernest de), botaniste, à Paris.
BERTHELOT, membre de l'Institut, à Paris.
BERTHOLD, professeur à l'Université de Gœttingue.
BERTRAND, professeur à la Faculté des sciences de Lille.
BEZOLD, directeur de l'Institut météorologique de Berlin.
BIESIADECKI, professeur d'anatomie à l'Université de Cracovie.
BIGOT, professeur à la Faculté des sciences de Caen.
BLANCHARD (Raph.), secrétaire de la Société zoologique de Paris.
BLASERNA, professeur à l'Université de Rome.
BLUMENTHAL, secrétaire de la Société des sciences de Francfort.

BOHNENSIEG, bibiothécaire du Musée Teyler, à Harlem.
BOIS, assistant de la Chaire de culture au Muséum, à Paris.
BOLAU, naturaliste, à Hambourg.
BOLLE, botaniste, à Berlin.
BONNET (Dr Edmond), botaniste, à Paris.
BONNIER, membre de l'Institut, à Paris.
BORODINE, directeur du Jardin botanique de Saint-Pétersbourg.
BORZI, directeur du Jardin botanique de Palerme.
BOULAY (abbé), professeur à la Faculté catholique de Lille.
BOUSSINESQ, membre de l'Institut, à Paris.
BOUTCHINSKI, président de la Soc. des Sciences nat. d'Odessa.
BOUVIER, professeur au Muséum, Paris.
BRAITHWAITE, botaniste, à Londres.
BREDICHINE, directeur de l'Observatoire de Pulkowa.
BRIOSI, directeur du Laboratoire botanique de Pavie.
BRIQUET (J.), directeur du Jardin botanique de Genève.
BRITTEN, naturaliste au British Museum, Londres.
BROTHERUS (V. F.), botaniste, à Helsingfors.
BUCHENAU, botaniste, à Brême.
BUREAU (Ed.), professeur de botanique au Muséum, Paris.
BUREAU (L.), directeur du Musée de Nantes.
CALORI, professeur à l'Université de Bologne.
CAMINHOA, professeur à l'Université de Rio-de-Janeiro.
CAMPBELL, directeur de l'Observatoire de Lick, Californie.
CAMUS (Edm.), botaniste, à Paris.
CAMUS (Fernand), botaniste, à Paris.
CAMUSAT, ingénieur, au Creusot.
CANNIZARO, professeur de chimie à l'Université de Rome.
CANTONI, professeur de physique, à Pavie.
CARDOT, botaniste, à Charleville (Ardennes).
CARPENTIER (J.), ingénieur, à Paris.
CARRUTHERS, conservateur au British Museum, Londres,
CARTAILHAC, naturaliste, à Toulouse.
CAULLERY, maître de conférences à l'Université de Lyon.
CELORIA, astronome à l'Observatoire de Brera, Milan.
CERRUTI, professeur de mécanique à l'Université de Rome.

CHATENAY, secrétaire de la Société d'horticulture, à Paris.
CHEVALIER (Auguste), botaniste explorateur, Paris.
CHRIST, botaniste, à Bâle.
CHRISTIE, directeur de l'Observatoire de Greenwich.
CLERMONT (DE), chimiste, à Paris.
CLOS, directeur du Jardin des plantes de Toulouse.
COCCHI, professeur de géologie, à Florence.
COLLIGNON (Ed.), inspecteur des Ponts-et-Chaussées, à Paris.
COLNUET D'HUART, professeur de physique, à Luxembourg.
CONIL, professeur à l'Université de Cordoba (Rép. Argentine).
CONWENTZ, secrétaire de la Société des Sciences de Dantzig.
COPELAND, directeur de l'Observatoire d'Edimbourg.
CRIÉ, professeur à la Faculté des sciences de Rennes.
CRISP, secrétaire de la Société de microscopie de Londres.
CRULS, directeur de l'Observatoire de Rio-de-Janeiro.
DANGEARD, professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers.
DARWIN (Francis), naturaliste à Cambridge.
DAVEAU, conservateur du Jardin botanique de Montpellier.
DE CANDOLLE (Casimir), botaniste, à Genève.
DELOGNE, botaniste, à Bruxelles.
DE SANCTIS, professeur à l'Université de Rome.
DE TONI (G. B), directeur du Jardin botanique de Modène.
DEWALQUE, professeur de géologie, à Liège.
DIXON, président de la Société des sciences nat. de Philadelphie.
D'OCAGNE, ingénieur des Ponts-et-Chaussées, à Paris.
DOERING, professeur à l'Université de Cordoba.
DOLLFUS (Adrien), naturaliste, à Paris.
DOLLFUS (Gust.), géologue, à Paris.
DOMINGUEZ, directeur du Musée de pharmacologie, à Cordoba.
DORIA (marquis), directeur du Musée civique, à Gênes.
DRUDE, directeur du Jardin botanique de Dresde.
DURAND (Th.), directeur du Jardin botanique de Bruxelles.
DUVAL (Mathias), professeur à l'École de médecine, Paris.
DYER (Thyselton), directeur des Jardins de Kew.
EHLERS, secrétaire de la Société des sciences de Gœttingue.
ENGLER, directeur du Jardin botanique de Berlin.

ERRERA, professeur de botanique, à Bruxelles.
FALKENBERG, professeur à l'Université de Rostock.
FAMINTZINE, professeur à l'Université de Saint-Pétersbourg.
FARLOW, professeur à l'Université de Cambridge (E.-U.).
FAUVEL, entomologiste, à Caen.
FISCHER DE WALDHEIM, direct. du Jardin bot. de St-Pétersbourg.
FLAHAULT, professeur à la Faculté des sciences de Montpellier.
FOLIE, ancien directeur de l'Observatoire de Bruxelles.
FORREST, anc. secrétaire de l'Institut des Ingén. civils, à Londres.
FÖRSTER, directeur de l'Observatoire de Berlin.
FOSLIE, conservateur du Muséum, à Trondhjem.
FRESENIUS, professeur de chimie, à Wiesbaden.
FRIES (Th.), professeur à l'Université d'Upsal.
FRITSCH, secrétaire de la Société zoologico-botanique de Vienne.
GADEAU DE KERVILLE, naturaliste, à Rouen.
GADECEAU, botaniste, à Nantes.
GARIEL, ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées, à Paris.
GAUDRY, professeur au Muséum, à Paris.
GEMMELLARO, professeur de minéralogie, à Palerme.
GESTRO, directeur du Musée civique de Gênes.
GIARD, professeur à la Sorbonne, Paris.
GILKINET, professeur à l'Université de Liège.
GILL, directeur de l'Observatoire du Cap.
GILLOT (Dr), botaniste, à Autun.
GOBI, professeur à l'Université de Saint-Pétersbourg.
GODLEWSKI, professeur à l'Université de Cracovie.
GŒBEL, directeur du Jardin botanique de Munich.
GOLTZ, professeur de physiologie, à Strasbourg.
GOMONT, botaniste, à Paris.
GOROJANKINE, directeur du Jardin botanique, à Moscou.
GRAND'EURY, ingénieur des Mines, à Saint-Étienne.
GRANDIDIER, membre de l'Institut, à Paris.
GRECESCU, professeur de botanique, à Boucarest.
GRUNOW, botaniste, à Bernsdorf.
GUIGNARD, membre de l'Institut, à Paris.
GUILLON, botaniste, à Angoulême.

GUIMARÃES, officier du génie, à Lisbonne.
GUNTHER, naturaliste au British Museum, à Londres.
HABERLANDT, directeur du Jardin botanique de Grätz.
HAMY, conservateur du Musée ethnographique, à Paris.
HANSEN, professeur à l'Académie d'agriculture, à Copenhague.
HARIOT, botaniste au Muséum, à Paris.
HATON DE LA GOUPILLIÈRE, membre de l'Institut, à Paris.
HAYDEN, géologue de l'État, à Washington.
HECKEL, professeur à la Faculté des sciences de Marseille.
HEGELMAIER, professeur à l'Université de Tubingen.
HENRIQUES, directeur du Jardin botanique de Coimbre.
HENSEN, président de la Société des sciences naturelles, à Kiel.
HEPITES, directeur de l'Observat. météorologique, à Boucarest.
HERIBAUD (frère), professeur de botanique, à Clermont-Ferrand.
HERWAGEN, président de la Soc. des sc. natur. de Nuremberg.
HIERONYMUS, botaniste, à Berlin.
HILDEBRAND, directeur du Jardin botanique de Freiburg.
HINRICHS, professeur de chimie à Saint-Louis.
HOLMES, secrétaire de l'Institut des Naval Architects, à Londres.
HOOKER (sir J.-D.), ancien dir. des jardins de Kew, à Sunningdale.
HOUZEAU DE LEHAIE, professeur à l'École des Mines, à Mons.
HUBLARD, secrétaire de la Société des sciences de Mons.
HUGGINS (sir William), astronome, à Londres.
HULOT (baron), secrétaire de la Société de Géographie de Paris.
HUSNOT, botaniste, à Cahan.
HY (abbé), professeur à l'Université catholique d'Angers.
HYADES, médecin en chef de la Marine, à Lorient.
INOSTRANTZEFF, professeur à l'Université de Saint-Pétersbourg.
ISTVANFFI, directeur de l'Institut ampélologique de Hongrie.
JACKSON (B. Daydon), secrét. de la Société linnéenne de Londres.
JAMSHEDJI EDALJI, professeur de mathématiques, à Ahmedabad.
JANCZEWSKI (Éd. DE), professeur à l'Université de Cracovie.
JOLY (Emile), médecin-major de l'Armée.
JORET, ancien professeur à la Faculté d'Aix.
JOURDAIN, ancien professeur de Faculté, à Portbail.
KAMIENSKI, professeur à l'Université de Varsovie.

KELVIN (William Thomson, Lord), Neterhall, Largs, Ayrshire.
KINDBERG, professeur de botanique, à Linköping.
KINDEREN, président de la Société des sciences de Batavia.
KJELLMAN, professeur à l'Université d'Upsal.
KLUNZINGER, professeur à l'Université de Stuttgart.
KNY, professeur de botanique, à Berlin.
KOEHNE, professeur de botanique, à Berlin.
KŒLLIKER, professeur d'anatomie à l'Université de Wurzbourg.
KŒRNICKE, professeur de botanique, à Bonn.
KOLTZ, inspecteur général des forêts, à Luxembourg.
KORISTKA, secrétaire de la Société des sciences de Prague.
KRAUS, directeur du Jardin botanique de Halle.
KUNCKEL D'HERCULAIS, professeur au Muséum, à Paris.
LANDOLT, professeur de chimie, à Berlin.
LANGLEY, secrétaire de l'Institution Smithsonienne, à Washington.
LANKESTER, professeur à l'Université d'Oxford.
LAPOUGE, professeur à la Faculté des sciences de Montpellier.
LAPPARENT (DE), géologue, membre de l'Institut, à Paris.
LAUSSEDAT, directeur du Conservatoire des Arts-et-Métiers, Paris.
LAVOCAT, ancien directeur de l'École vétérinaire, à Toulouse.
LEFEVRE (Th.), naturaliste, à Bruxelles.
LENNIER, directeur du Musée du Havre.
LEPHAY, capitaine de vaisseau.
LEROUX, secrétaire de la Société florimontane, à Annecy.
LÉVEILLÉ (Mgr), secrétaire perpétuel de l'Académie internationale de géographie botanique, au Mans.
LEVIER, botaniste, à Florence.
LEYDEN, professeur de pathologie, à Berlin.
LIGNIER, professeur à la Faculté des sciences de Caen.
LILLJEBORG, professeur de zoologie à l'Université d'Upsal.
LINDELOF, secrétaire de la Société des sciences de Helsingfors.
LINDER, inspecteur général des Mines, à Paris.
LINDSAY (Lord), Comte DE CRAWFORD, astronome, à Londres.
LOEWY, membre de l'Institut, à Paris.
LUDWIG, professeur à l'Université de Giessen.
LUERSSEN, directeur du Jardin botanique de Königsberg.

MACALISTER, professeur de zoologie, à Dublin.
MAC GREGOR, président de la Société des sciences de Halifax.
MAGNUS, professeur de botanique, à Berlin.
MAIDEN, directeur du Jardin botanique de Sydney.
MAKOWSKY, professeur à l'Université de Brünn.
MALARD, sous-directeur du laboratoire maritime de Tatihou.
MALINVAUD, secrétaire de la Société botanique, à Paris.
MAN (J. DE), naturaliste, à Middelbourg.
MARCHAND, professeur à l'École de pharmacie, à Paris.
MARTIN, géologue, à Dijon.
MARTY, naturaliste, à Toulouse.
MASCART, membre de l'Institut, à Paris.
MASCLEF, botaniste, à Paris.
MASSALONGO, directeur du Jardin botanique de Ferrare.
MASSOL, directeur de l'École de pharmacie, à Montpellier.
MASTERS (Maxwell T.), botaniste, à Londres.
MATHIEU, directeur de la Station œnologique, à Beaune.
MENDIZABAL JAMBOREL, professeur de géodésie, à Mexico.
MERCKLIN, membre de l'Académie de Saint-Pétersbourg.
MERINO, membre de l'Observatoire de Madrid.
MESNIL (Félix), à l'Institut Pasteur, Paris.
METSCHNIKOFF, présid. de la Société des naturalistes, à Odessa.
MITTEN, botaniste, à Hurstpierpoint.
MOHN, directeur de l'Observatoire, à Christiania.
MOORE (Ch.), ancien directeur du Jardin botanique de Sydney.
MORTENSEN, botaniste, à Copenhague.
MORANDI, directeur de l'Observatoire de Villa-Colon.
MOROT, aide-naturaliste au Muséum, à Paris.
MUELLER (Albert), directeur du Jardin zoologique de Bâle.
NACHTRIEB, zoologiste, à Saint-Paul (Minnesota).
NEUMAYER, directeur de l'Observatoire maritime de Hambourg.
NEWCOMB, astronome, à Washington.
NIESSL von MEYENDORF, professeur de botanique, à Brunn.
NORDSTEDT, conservateur du Musée botanique, à Lund.
OLIVER, ancien conservateur des herbiers de Kew, à Londres.
OUDEMANS, ancien directeur du Jardin botanique d'Amsterdam.

OUMOFF, président de la Société des naturalistes de Moscou.
OUSTALET, professeur au Muséum, à Paris.
PACKARD, naturaliste, à Providence.
PAPPENHEIM, professeur à l'Université de Kiel.
PARIS (général), botaniste, à Dinard.
PASTRANA, directeur de l'Observatoire météorologique de Mexico.
PAULSEN, directeur de l'Observatoire météorol. de Copenhague.
PAULOW, secrétaire de la Société des naturalistes de Moscou.
PAX, directeur du Jardin botanique de Breslau.
PENZIG, directeur du Jardin botanique de Gênes.
PEREIRA DA COSTA, naturaliste, à Lisbonne.
PERRIER, membre de l'Institut, à Paris.
PETIT, botaniste, à Saint-Maur-des-Fossés, près Paris.
PFEFFER, directeur du Jardin botanique de Leipzig.
PFITZER, professeur à l'Université de Heidelberg.
PFLAUM, secrétaire de la Société des naturalistes de Riga.
PICKERING, directeur de l'Observatoire de Cambridge (E. U.).
PICQUENOT, commis à la Direction de l'Intérieur, à Tahiti.
PIROTTA, directeur de l'Institut botanique de Rome.
PLATEAU (Félix), entomologiste, à Gand.
POINCARÉ, membre de l'Institut, à Paris.
POISSON, assistant au Muséum, à Paris.
PRENDEL, secrétaire de la Société des naturalistes d'Odessa.
PREUDHOMME DE BORRE, entomologiste, à Bruxelles.
PRILLIEUX, inspecteur de l'Enseignement agricole, à Paris.
PUTNAM, directeur du Musée de Peabody, Cambridge.
RADLKOFER, directeur du Jardin botanique de Munich.
REED (sir Edw. James), membre de la Société royale de Londres.
REIGNIER, ingénieur, à Paris.
REINSCH, botaniste, à Erlangen.
REINKE, directeur de l'Institut botanique, à Kiel.
RENAULD, botaniste, à Nice.
REUTER, professeur de chimie, à Luxembourg.
REYE, professeur de mathématiques à l'Université de Strasbourg.
RICHAVI, botaniste, à Odessa.
RICHE (Alfred), professeur à l'École de pharmacie de Paris.

RICHET, professeur à la Faculté de médecine, à Paris.
RICHTHOFEN (von), président de la Société de géogr. de Berlin.
RINDFLEISCH, professeur à l'Université de Wurzbourg.
RIPLEY, professeur à l'Institut technique de Boston.
RŒNTGEN, professeur à l'Université de Wurzbourg.
ROGEL, professeur à l'École polytechnique de Höxter.
ROSENVINGE (Kolderup), botaniste, à Copenhague.
ROSTAFINSKI, professeur à l'Université de Cracovie.
ROUSSEAU, professeur, à Joinville-le-Pont.
ROUY, botaniste, à Paris.
RUBIERI, secrétaire de l'Académie des Géorgophiles, à Florence.
RYKATCHEW, directr de l'Observatoire physique de St-Pétersbourg.
SACCARDO, directeur du Jardin botanique de Padoue.
SAINT-LAGER (Dr), botaniste, à Lyon.
SARS (G. O.), professeur de zoologie, à Christiania.
SAUSSURE (H. DE), professeur à l'Université de Genève.
SAUVAGEAU, professeur à la Faculté des sciences de Bordeaux.
SCHIAPARELLI, directeur de l'Observatoire de Brera.
SCHIFFNER, professeur de botanique, à Vienne.
SCHMELTZ, directeur du Musée d'ethnographie, à Leyde.
SCHOUTEN, secrétaire de la Société mathématique d'Amsterdam.
SCHRŒTTER, secrétaire de l'Académie des sciences de Vienne.
SCHWEDER, président de la Société des naturalistes de Riga.
SCHWENDENER, professeur à l'Université de Berlin.
SCIUTO-PATTI, secrétaire de l'Académie de Catane.
SEMENOW, président de la Soc. de géogr. de Saint-Pétersbourg.
SEYNES (J. DE), professeur à l'École de médecine, à Paris.
SJŒGREN, secrétaire de l'Institut géologique d'Upsal.
SMITH (C.-Michie), directeur de l'Observatoire de Madras.
SNELLEN, directeur de l'Observatoire météorologique d'Utrecht.
SOECHTING, secrétaire de la Société de géologie, à Berlin.
SOLMS-LAUBACH (comte DE), prof. à l'Université de Strasbourg.
SOMMIER, botaniste, à Florence.
SORONDO, directeur de l'Institut de Buenos-Aires.
SPÅNBERG, entomologiste, à Stockholm.
SPENCER, secrétaire de la Société des sciences de Victoria.

STAHL, professeur à l'Université de Iéna.
STATUTI, secrét. de l'Acad. pontificale des Nuovi Lincei, Rome.
STEPHAN, directeur de l'Observatoire de Marseille.
STEPHANI, botaniste, à Leipzig.
STORY, professeur à l'Université de Baltimore.
STRASBURGER, directeur du Jardin botanique de Bonn.
SUESS, président de l'Académie des sciences, à Vienne.
TASSI, directeur du Jardin botanique de Sienne.
TERRACCIANO, directeur du Jardin botanique de Caserte.
THAN, président de la Société des sciences naturelles de Pest.
THEEL, naturaliste, à Upsal.
THÉRIOT, botaniste, au Havre.
THOULET, professeur à la Faculté des sciences de Nancy.
TILANUS, professeur de chirurgie, à Amsterdam.
TODD, directeur de l'Observatoire de Washington.
TOMMASI-CRUDELI, professeur à l'Université de Rome.
TOPINARD, anthropologiste, à Paris.
TORROJA Y CABALLÉ, professeur de mathématiques, à Madrid.
TRAIL, professeur à l'Université d'Aberdeen.
TRELEASE, directeur du Jardin botanique de Saint-Louis.
TREUB, directeur du Jardin botanique de Buitenzorg.
TROUESSART, naturaliste, à Paris.
TSCHERMAK, directeur du Musée minéralogique de Vienne.
UHLWORM, botaniste, à Berlin.
URBAN, sous-directeur du Jardin botanique de Berlin.
VAILLANT, professeur au Muséum, à Paris.
VAN DER MENSBRUGGHE, membre de l'Académie de Bruxelles.
VAN DER STOK, directeur de l'Observatoire de Batavia.
VAN HEURCK, professeur de botanique, à Anvers.
VAN MEEUWEN, président de la Société de Bois-le-Duc.
VAN NOOTEN, secrétaire de la Société des sciences d'Utrecht.
VAN TIEGHEM, membre de l'Institut, à Paris.
VEITCH, horticulteur, à Londres.
VÉLAIN, professeur à la Faculté des sciences de Paris.
VIDAL DE LABLACHE, professeur de géographie, à Paris.
VINCENT, géologue, à Bruxelles.

VINES, professeur à l'Université d'Oxford.
VOIT (C. von), professeur de physiologie, à Munich.
VORDERMAN, naturaliste, à Batavia.
VRIES, directeur du Jardin botanique d'Amsterdam.
VUILLEMIN, professeur à la Faculté de médecine de Nancy.
WAALS (Van der), secr. de l'Académie des sciences d'Amsterdam.
WARTMAN, professeur de physique, à Genève.
WATSON, membre de l'Académie des sciences, à Boston.
WATERHOUSE, secrétaire de la Société asiatique, à Calcutta.
WEINEK, directeur de l'Observatoire de Prague.
WEISS, directeur de l'Observatoire de Vienne.
WETTSTEIN von WESTERSHEIM, dir. du Jard. bot. de Vienne.
WILD, secrétaire de la Société des sciences de Melbourne.
WILDEMAN (E. DE), botaniste, à Bruxelles.
WILSER, naturaliste, à Carlsruhe.
WINCHELL, géologue de l'État, à Minneapolis.
WILLM, chimiste, à Paris.
WITTMACK, secrétaire de la Société d'horticulture de Berlin.
WITTROCK, professeur de botanique, à Stockholm.
WOLF, astronome, membre de l'Institut, à Paris.
WRIGHT (Perceval), professeur à l'Université de Dublin.
ZAHLBRUCKNER, botaniste, à Vienne.
ZININE, membre de l'Académie de Saint-Pétersbourg.

TABLE.

PAGES

La Matière, l'Éther et les Forces physiques, par M. Lucien Mottez..... 1

Deux cas de chirurgie des voies biliaires, par M. le Dr P. Ardouin..... 237

Enfoncement de la voûte du crâne, ablation précoce d'une large esquille, accidents éloignés d'épilepsie jacksonnienne et d'hémiplégie; trépanation, guérison, par M. le Dr P. Ardouin..... 247

Essai sur l'origine et les fondements de la géométrie, par M. le colonel J. Sornein..... 257

Extraits des procès-verbaux des séances de la Société (Octobre 1903 à Juillet 1904), par M. L. Corbière. 361

Ouvrages reçus par la Société (Octobre 1903 à Juillet 1904)..... 369

Liste des Membres de la Société 390

Imprimerie Le Maout, 25, rue Tour-Carrée, Cherbourg.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ NATIONALE

DES SCIENCES NATURELLES

ET MATHÉMATIQUES

DE CHERBOURG

PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION DE

M. L. CORBIÈRE,

SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE LA SOCIÉTÉ.

TOME XXXIV

(Quatrième Série, — Tome IV)

PARIS,

J.-B. BAILLIÈRE et Fils, Libraires, rue Hautefeuille, 19.

CHERBOURG,

Imprimerie Émile LE MAOUT

1904

AMNH LIBRARY
100134997